

Επαναληπτικό Φροντιστήριο 1 (3/1/23)

HY-215 Εφαρμοσμένα μαθηματικά για μηχανικούς



Άσκηση 1 - Ενέργεια και Ισχύς

Ελέγξτε τα παρακάτω σήματα ως προς το αν είναι σήματα ενέργειας ή ισχύος (ή τίποτε από τα δυο), υπολογίζοντας την πιο πιθανή από τις δυο μετρικές, σύμφωνα με όσα γνωρίζετε από τις διαλέξεις. Δικαιολογήστε την επιλογή της μετρικής πριν κάνετε τις πράξεις.

$$(α) x(t) = tu(-t)$$

$$(γ) x(t) = \frac{1}{t}u(t-1)$$

$$(β) x(t) = 3 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 4 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(δ) x(t) = e^{-4|t|}$$

Άσκηση 2 - Μετασχηματισμοί Σημάτων

Σχεδιάστε τα σήματα

$$(\alpha) u(t - 1) - u(t - 2)$$

$$(\beta) u(t - 3) + u(t - 4)$$

$$(\gamma) t(u(t + 1) - u(t + 2))$$

$$(\delta) \cos(\pi t/4)(u(t - 2) - u(t - 4))$$

Άσκηση 3 - Συναρτήσεις Δέλτα και Βηματικές

Θεωρήστε το σήμα

$$x(t) = tu(t) \quad (7)$$

το οποίο ονομάζεται και "σήμα ράμπας", για προφανείς - όταν το σχεδιάσετε - λόγους. :-) Το σήμα αυτό περνά από ένα σύστημα διαφοριστή, δηλ. η έξοδος του συστήματος είναι απλά η παράγωγος του $x(t)$:

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t) \quad (8)$$

(α) Σχεδιάστε το σήμα $x(t)$.

(β) Δείξτε ότι η έξοδος $y(t)$ μπορεί να γραφεί ως

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t) = u(t) \quad (9)$$

(γ) Δείξτε ότι αν περάσουμε την παραπάνω έξοδο $y(t)$ ξανά από το σύστημα (δηλ. τη θεωρήσουμε ως είσοδο $x_1(t)$), η νέα έξοδος θα είναι

$$y_1(t) = \frac{d}{dt}x_1(t) = \delta(t) \quad (10)$$

(δ) Θεωρήστε το σήμα

$$x(t) = \cos(2\pi t) [u(t) - u(t - 1)] \quad (11)$$

Βρείτε την παράγωγο του παραπάνω σήματος.

Άσκηση 4 - Συστήματα

Ελέγξτε αν τα παρακάτω συστήματα είναι γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα, ευσταθή, αιτιατά, και δυναμικά.

(α) $y(t) = |x(t)|$

(β) $y(t) = e^{x(t)}$

(γ) $y(t) = t \sin(|x(t + 1)|)$