

ΗΥ215 - Φροντιστήριο : Επαναληπτικό προ προόδου

10-4-2011

1. Η εκθετική σειρά Fourier ενός περιοδικού σήματος δίδεται ως:

$$x(t) = (2 + j2)e^{-j3t} + j2e^{-jt} + 3 - j2e^{jt} + (2 - j2)e^{j3t}.$$

Να βρεθεί:

1. Αν το σήμα είναι πραγματικό, φανταστικό, ή μιγαδικό.
 2. Το φάσμα πλάτους και φάσης του σήματος.
 3. Το μονόπλευρο ανάπτυγμα σε σειρά Fourier.
 4. Το ολοκλήρωμα $\int_0^{T_0} x^2(t) dt$.
 5. Την περιοδική αυτοσυσχέτιση του σήματος, $\phi_{xx}(t)$, σε εκθετική και τριγωνομετρική μορφή.
2. Έστω το περιοδικό σήμα $x(t)$ που ορίζεται σε μια περίοδο $-T_0/2 \leq t \leq T_0/2$ ως:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq t_c \\ 0, & t_c < |t| \leq T_0/2 \end{cases}$$

με $t_c < T_0/2$. Αναπτύξτε το σε σειρά Fourier, για $t_c = T_0/4$ και $t_c = T_0/10$.

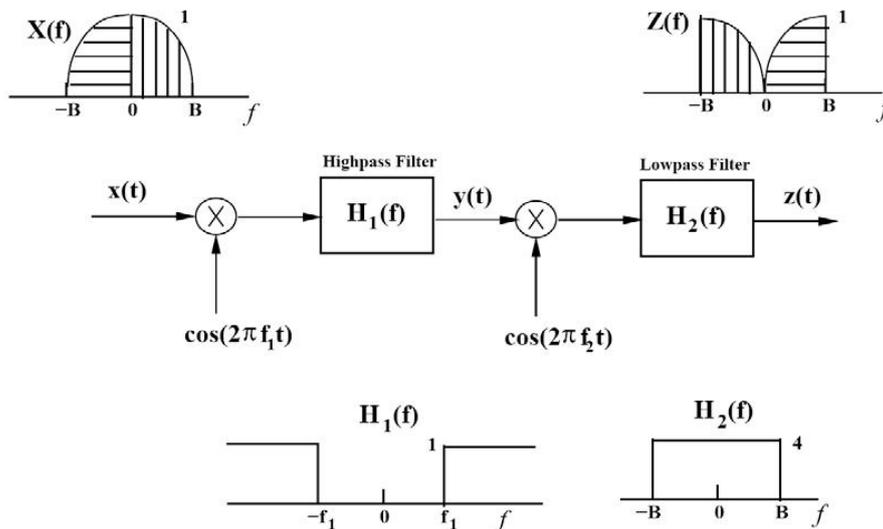
3. Δείξτε ότι $\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(kt) dt = \frac{1}{k}$.

4. Βρείτε το Μετασχηματισμό Fourier του σήματος:

$$x(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 2 \\ -2t + 6, & 2 \leq t < 3 \end{cases}$$

με χρήση παραγώγων.

5. Δίδεται το παρακάτω σύστημα για voice scrambling, ώστε να παρέχει προστασία από υποκλοπές.



Ας υποθεθεί ότι το φάσμα της φωνής έχει μετασχηματισμό Fourier $X(f)$ που φαίνεται στο σχήμα. Το ιδανικό υψιπερατό φίλτρο $H_1(f)$ επιτρέπει τη διέλευση μόνο των φασματικών συνιστωσών με συχνότητα μεγαλύτερη της f_1 . Το ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο $H_2(f)$ επιτρέπει τη διέλευση μόνο των φασματικών συνιστωσών με συχνότητα μικρότερη της B . Στην έξοδο του σήματος, το σήμα έχει φάσμα με ανεστραμμένο φασματικό περιεχόμενο που το καθιστά σχεδόν ακατάληπτο.

1. Να δείξετε ότι $x(t) \cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}X(f - f_0) + \frac{1}{2}X(f + f_0)$.
2. Να σχεδιάσετε το φάσμα $Y(f)$.
3. Να βρείτε την τιμή της f_2 ως συνάρτηση της B και της f_1 ώστε το $Z(f)$ να έχει τη μορφή που δίνεται στο σχήμα.

6. Βρείτε τους συντελεστές του δίπλευρου αναπτύγματος σε σειρά Fourier του περιοδικού σήματος:

