

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Εφαρμοσμένα μαθηματικά για μηχανικούς
Γ. Τζιρίτας, Καθηγητής

2^η σειρά ασκήσεων
Απαντήσεις

1. Δίδονται τα ακόλουθα σήματα. Ποιά από αυτά είναι περιοδικά; Για όποια είναι περιοδικά να ευρεθεί η περίοδος.

(a) $\cos 2\pi t \sin 4\pi t$
Απάντηση:

$$\cos 2\pi t \sin 4\pi t = \frac{1}{2} (\sin 2\pi t + \sin 6\pi t)$$

Είναι περιοδικό με περίοδο 1.

(b) $|\cos 2\pi t|$
Απάντηση:

$$\cos 2\pi t = -\cos(2\pi t + \pi) \Rightarrow |\cos 2\pi t| = |\cos(2\pi t + \pi)| = |\cos 2\pi(t + \frac{1}{2})|$$

Είναι περιοδικό με περίοδο $T = \frac{1}{2}$, επειδή δεν υπάρχει ακέραιος t ($|t| < \frac{T}{2}$), δηλαδή κατά το διάστημα $(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$, ώστε $|\cos 2\pi t| = |\cos \pi T| = 0$.

(c) $\sin^4 2\pi t$
Απάντηση:

$$\sin^4 2\pi t = \frac{1}{4} (1 - \cos 4\pi t)^2 = \frac{1}{4} (1 - 2\cos 4\pi t + \cos^2 4\pi t) = \frac{1}{4} \left(1 - 2\cos 4\pi t + \frac{1}{2} (1 + \cos 8\pi t) \right)$$

Είναι περιοδικό με περίοδο $\frac{1}{2}$.

2. Να αποδειχθεί ότι, αν το σήμα $x(t)$ είναι περιοδικό με περίοδο T , τότε το σήμα $x(\alpha t)$ είναι περιοδικό με περίοδο $\frac{T}{\alpha}$.

Απάντηση: $x(\alpha t) = x(\alpha t + T) = x(\alpha(t + \frac{T}{\alpha}))$

3. Να υπολογισθεί η συνολική ενέργεια των σημάτων.

(a) $x_1(t) = e^{-t}u(t)$
Απάντηση:

$$\int_0^\infty e^{-2t} dt = \frac{1}{2}$$

(b) $x_2(t) = u(t) - u(t - 5)$
Απάντηση:

$$\int_0^5 dt = 5$$

(c) $x_3(t) = x_2(t) \cos 10\pi t$

Απάντηση:

$$\int_0^5 \cos^2 10\pi t dt = \frac{1}{2} \int_0^5 (1 + \cos 20\pi t) dt = \frac{5}{2}$$

(d) $x_4(t) = x_1(t)u(5-t)$

Απάντηση:

$$\int_0^5 e^{-2t} dt = \frac{1}{2} (1 - e^{-10})$$