

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Εφαρμοσμένα μαθηματικά για μηχανικούς
Γ. Τζιρίτας, Καθηγητής

9^η σειρά ασκήσεων
Παράδοση: 4 Δεκεμβρίου 2015

1. Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος διακριτού χρόνου

$$g(n) = a^{-n}u(-n) - a^n u(n), |a| < 1.$$

Να ευρεθεί το μέτρο και η φάση του μετασχηματισμού. Για ποιές συχνότητες το μέτρο είναι μέγιστο;

2. Για ένα διακριτό σήμα $x(n)$ δίδονται οι ακόλουθες σχέσεις για το μετασχηματισμό Fourier.

- (a) $X(0) = 1$
- (b) $X(\pi) = 0$
- (c) $\varphi(\omega) = 0, \forall \omega$
- (d) $\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) d\omega = \pi$

Να ευρεθεί το μικρότερης έκτασης σήμα διακριτού χρόνου που ικανοποιεί τις ανωτέρω συνθήκες.

3. Φορτώστε το σήμα μουσικής beeth.mat, με συχνότητα δειγματοληψίας 11025 Hz (συναρτήσεις: load, sound). Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος αυτού με χρήση των συναρτήσεων fft και fftshift και να παρασταθεί γραφικά. Ας είναι $X(k)$ ο μετασχηματισμός και $x(n)$ το σήμα. Να τεθούν στο 0 οι συντελεστές του μετασχηματισμού που το μέτρο τους είναι μικρότερο από το 1% του μέγιστου μέτρου. Πόσοι συντελεστές μένουν; Ας είναι $\hat{X}(k)$ το αποτέλεσμα. Να ευρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός του $\hat{X}(k)$, $\hat{x}(n)$, με χρήση της συνάρτησης ifft. Να υπολογισθούν τα σχετικά σφάλματα

$$\frac{\sum_{n=1}^N (\hat{x}(n) - x(n))^2}{\sum_{n=1}^N (x(n))^2} \quad \text{και} \quad \frac{\sum_{k=1}^N |\hat{X}(k) - X(k)|^2}{\sum_{k=1}^N |X(k)|^2}.$$

Ποιά είναι η σχέση μεταξύ των δύο σφαλμάτων;