

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Εφαρμοσμένα μαθηματικά για μηχανικούς
Γ. Τζιρίτας, Καθηγητής

7^η σειρά ασκήσεων
Παράδοση: 20 Νοεμβρίου 2015

1. Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος

$$x(t) = \begin{cases} A + A \left(1 - \frac{2|t|}{T}\right), & |t| < \frac{T}{2} \\ A, & \frac{T}{2} \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases}$$

2. Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος

$$g(t) = \begin{cases} 1, & -T \leq t < 0 \\ -1, & 0 < t \leq T \\ 0, & t = 0, \quad \text{ή} \quad |t| > T \end{cases}$$

Μέσω του μετασχηματισμού Fourier να αποδειχθεί ότι

$$\int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau = \begin{cases} T - |t|, & |t| \leq T \\ 0 & |t| > T \end{cases}$$

Επίσης να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του $g(t) \sin \frac{\pi t}{T}$. Για ποιές συχνότητες το μέτρο αυτού του μετασχηματισμού είναι μέγιστο;

3. Έστω σήμα $f(t)$ με $f(t) = 0, t < 0$ και $f(t) \geq 0, t \geq 0$. Ορίζεται το σήμα

$$g(t) = f(-t)u(-t) - f(t)u(t).$$

Να αποδειχθεί ότι ο μετασχηματισμός Fourier του $g(t)$ είναι

$$G(\omega) = -2i|F(\omega)| \sin(\varphi(\omega)),$$

όπου $\varphi(\omega)$ είναι η φάση του σήματος $f(t)$. Να εφαρμοσθεί το ανωτέρω στο

$$f(t) = ae^{-at}u(t), a > 0$$

και να αποδειχθεί μέσω του μετασχηματισμού Fourier ότι σε αυτή την περίπτωση

$$\int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau = e^{-a|t|}$$