

**HY-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς**  
**Εαρινό Εξάμηνο 2025-26**

**Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής**

**Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων**

Ημερομηνία Ανάθεσης: 26/2/2026

Ημερομηνία Παράδοσης: 10/3/2026, 11:00  
είτε γραπτά, είτε ηλεκτρονικά

Οι ασκήσεις με [\*] είναι **bonus**, +10 μονάδες η καθεμία στο βαθμό αυτής της  
σειράς ασκήσεων (δηλ. μπορείτε να πάρετε μέχρι 70/60 σε αυτή τη σειρά.)

**Ασκηση 1 - Σήματα I**

Αν  $E_x$  η ενέργεια ενός σήματος  $x(t)$ , τότε δείξτε ότι

(α) η ενέργεια του σήματος  $ax(t)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , ισούται με  $a^2 E_x$ .

(β) η ενέργεια του σήματος  $x(t - t_0)$  ισούται με  $E_x$ .

(γ) η ενέργεια του σήματος  $x(at)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , ισούται με  $\frac{1}{|a|} E_x$ .

Για σήματα ισχύος, ισχύει ότι η μέση ισχύς του σήματος  $x(at)$ ,  $a \in \mathbb{R}$  ισούται με  $\frac{1}{|a|} P_x$  όπως στο (γ) ερώτημα για σήματα ενέργειας;

**Ασκηση 2 - Σήματα II**

Ελέγξτε τα παρακάτω σήματα ως προς το αν είναι σήματα ενέργειας ή ισχύος (ή τίποτε από τα δυο), υπολογίζοντας την πιο πιθανή από τις δυο μετρικές, σύμφωνα με όσα γνωρίζετε από τις διαλέξεις. Δικαιολογήστε την επιλογή της μετρικής πριν κάνετε τις πράξεις ή πριν εφαρμόσετε αποτελέσματα από τις διαλέξεις.

(α)  $x(t) = u(t) - u(10 - t)$

(β)  $x(t) = \cos(2\pi 20t - \frac{\pi}{4}) + 4 \sin(10\pi t + \frac{\pi}{3})$

(γ)  $x(t) = 2\text{rect}(t)$

Απ.: (α) 1, (β)  $\frac{17}{2}$ , (γ) 4

**Ασκηση 3 - Μετασχηματισμοί Σημάτων**

Σχεδιάστε τα σήματα

(α)  $u(t+1) - u(t+2)$

(β)  $u(t+3) + u(t+4)$

(γ)  $2t(u(t-1) - u(t+1))$

(δ)  $u(2t) - 1$

**Ασκηση 4 - Συναρτήσεις Δέλτα**

Υπολογίστε τις εκφράσεις

(α)  $(t^2 + 5t + 6)\delta(t+2)$

(δ)  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t^2} \delta(t) dt$

(ε)  $\int_{-\infty}^{-1} \sin(\pi e^{20t}) \delta(t-2) dt$

(β)  $\sin(\pi 100t - \frac{\pi}{2}) \delta(t - \frac{1}{2})$

(ε)  $\int_{10}^{20} \log_{10}(t^2 + 2t + 1) \delta(t - e^{1000}) dt$

(γ)  $(x^2 - t)\delta(t-1)$

**[\*] Άσκηση 5 - Συναρτήσεις Δέλτα και Προσεγγίσεις της**

Δείξτε ότι η συνάρτηση

$$x(t) = ae^{-at}u(t) \quad (1)$$

είναι μια συνάρτηση Δέλτα όταν  $a \rightarrow +\infty$ . Δηλ. δείξτε ότι το εμβαδό της είναι μοναδιαίο για κάθε  $a > 0$  και ότι

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{|t| > \epsilon} ae^{-at}u(t)dt = 0, \quad \text{για } \epsilon > 0 \quad (2)$$

**Άσκηση 6 - Συστήματα**

Ελέγξτε αν τα παρακάτω συστήματα είναι γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα, ευσταθή, αιτιατά, και δυναμικά.

(α)  $y(t) = x(2-t)u(t-2)$

(β)  $y(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x(t)}$

(γ)  $y(t) = \sin(tx(t-1))$

	Γρ.	Χ.Α.	Ευστ.	Αιτ.	Δυν.
Απ:	✓	✗	✓	✓	✓
(β)	✗	✓	✓	✓	✗
(γ)	✗	✗	✓	✓	✓

**Άσκηση 7 - Διαφορικές Εξισώσεις**

Ένα σύστημα περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) - \frac{1}{6}\frac{d}{dt}y(t) - \frac{1}{6}y(t) = x(t) + 2\frac{d}{dt}x(t) \quad (3)$$

με αρχικές συνθήκες  $y'(0^-) = 0$ ,  $y(0^-) = 1$ .(α) Βρείτε την απόκριση μηδενικής εισόδου,  $y_{zi}(t)$ .(β) Βρείτε την κρουστική απόκριση,  $h(t)$ .(γ) Βρείτε την απόκριση μηδενικής κατάστασης,  $y_{zs}(t)$ , για είσοδο  $x(t) = u(t)$ .

(δ) Είναι το σύστημα ευσταθές; Αιτιολογήστε.

$$\text{Απ.: (α) } y_{zi}(t) = \left(\frac{2}{5}e^{\frac{1}{2}t} + \frac{3}{5}e^{-\frac{1}{3}t}\right)u(t), \quad (\beta) h(t) = \left(\frac{12}{5}e^{\frac{1}{2}t} - \frac{2}{5}e^{-\frac{1}{3}t}\right)u(t), \quad (\gamma) y_{zs}(t) = \left(-6 + \frac{24}{5}e^{\frac{1}{2}t} + \frac{6}{5}e^{-\frac{1}{3}t}\right)u(t)$$

**Για την ηλεκτρονική παράδοση:**

Φωτογραφίστε ή γράψτε σε Word/Latex τις απαντήσεις σας και μετατρέψτε τις σε ΕΝΑ ενιαίο αρχείο PDF. Επισυνάψτε το αρχείο σας σε ένα e-mail και στείλτε το στο:

**csd5189@csd.uoc.gr**

με τίτλο: [HY215] Παράδοση 2ης σειράς ασκήσεων

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ:** βάλτε στο πεδίο Cc: το δικό σας e-mail! Έτσι θα λάβετε κι εσείς αντίγραφο της παράδοσής σας και μπορείτε να ελέγξετε ότι όλα είναι όπως πρέπει. Αν χρειαστεί, επαναλάβετε την παράδοση με τον ίδιο τρόπο.