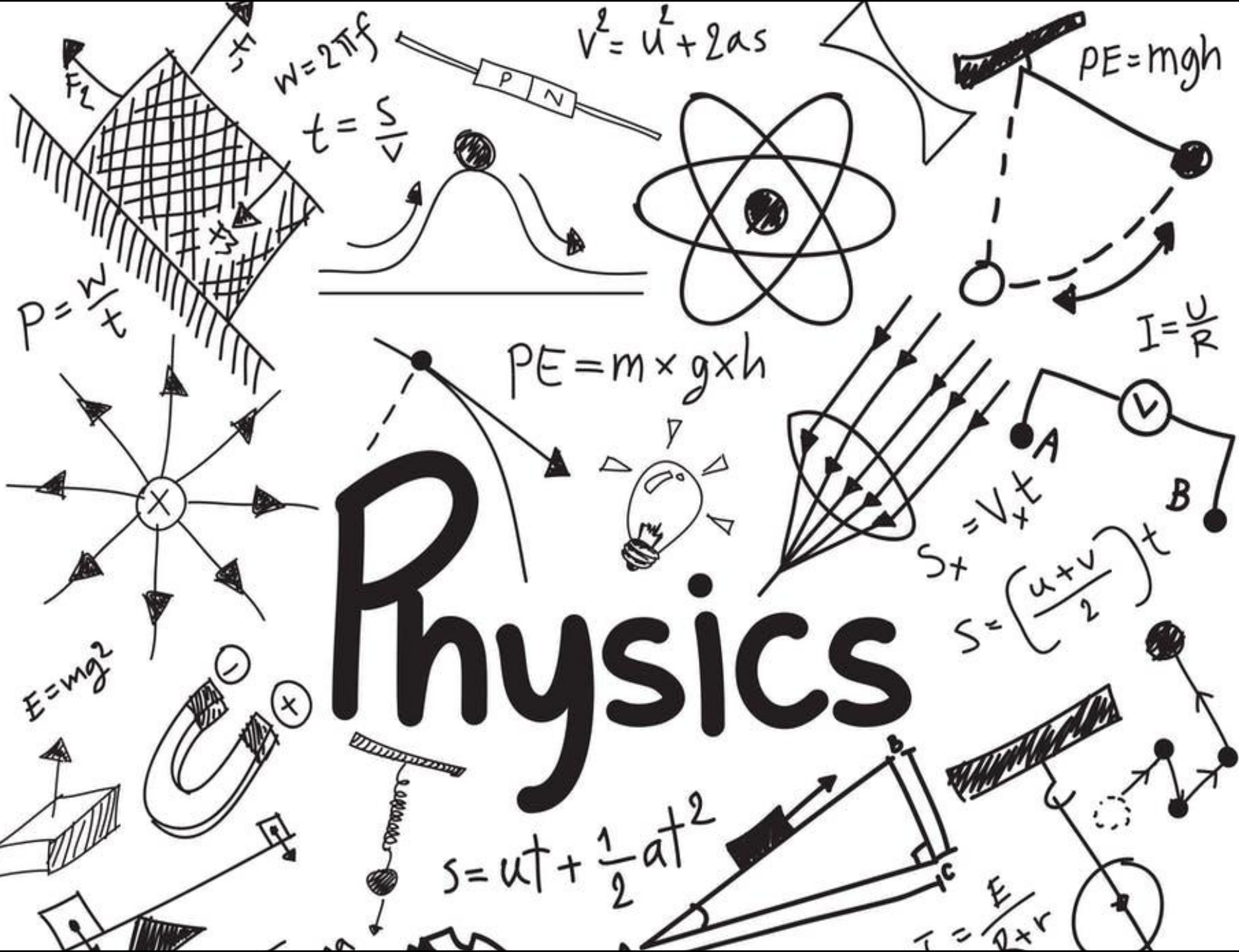


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από διαφορετικά κύματα που «προστίθενται» στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Υπέρθεση

- Μελέτη κυματικής
- Βασική **διαφορά** κυμάτων από σωματίδια
 - **Συνδυασμός σωματιδίων δίνει ένα σώμα**
 - Για να συμβεί πρέπει τα σωματίδια να βρίσκονται σε **διαφορετικά** σημεία του χώρου
 - **Συνδυασμός κυμάτων δίνει ένα κύμα**
 - Για να συμβεί πρέπει τα κύματα να βρίσκονται στο **ίδιο** σημείο!
- **Σημαντικό:** τα κύματα μπορούν να συνδυαστούν, να συνυπάρξουν, να συμβάλλουν στην **ίδια** θέση του χώρου!
 - Για να αναλύσουμε τέτοιες συμπεριφορές, απαιτείται η

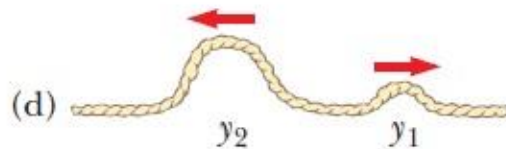
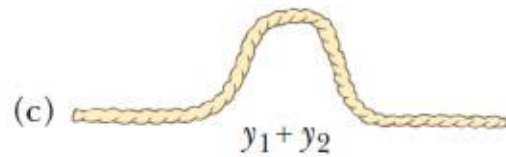
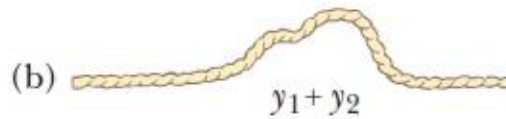
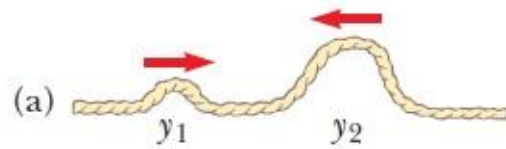
αρχή της υπέρθεσης

Υπέρθεση

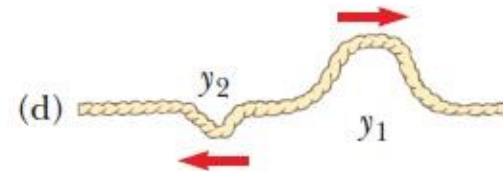
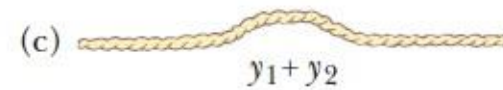
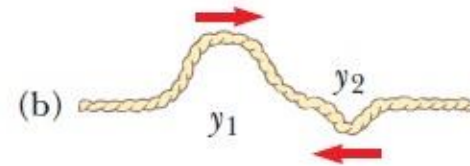
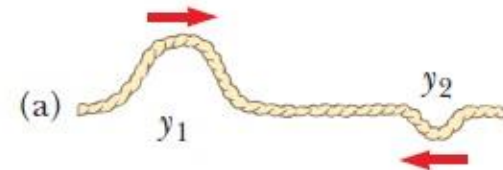
- Αρχή της υπέρθεσης
- Αν σε κάποιο μέσο διαδίδονται δυο ή περισσότερα κύματα, η συνισταμένη τιμή της κυματοσυνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο είναι το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των κυματοσυναρτήσεων των επιμέρους κυμάτων
- Τέτοια κύματα λέγονται **γραμμικά**
- Ο συνδυασμός δυο διαφορετικών κυμάτων στην ίδια περιοχή του χώρου λέγεται **συμβολή**

Υπέρθωση

ο Αρχή της υπέρθεσης



Ενισχυτική Συμβολή



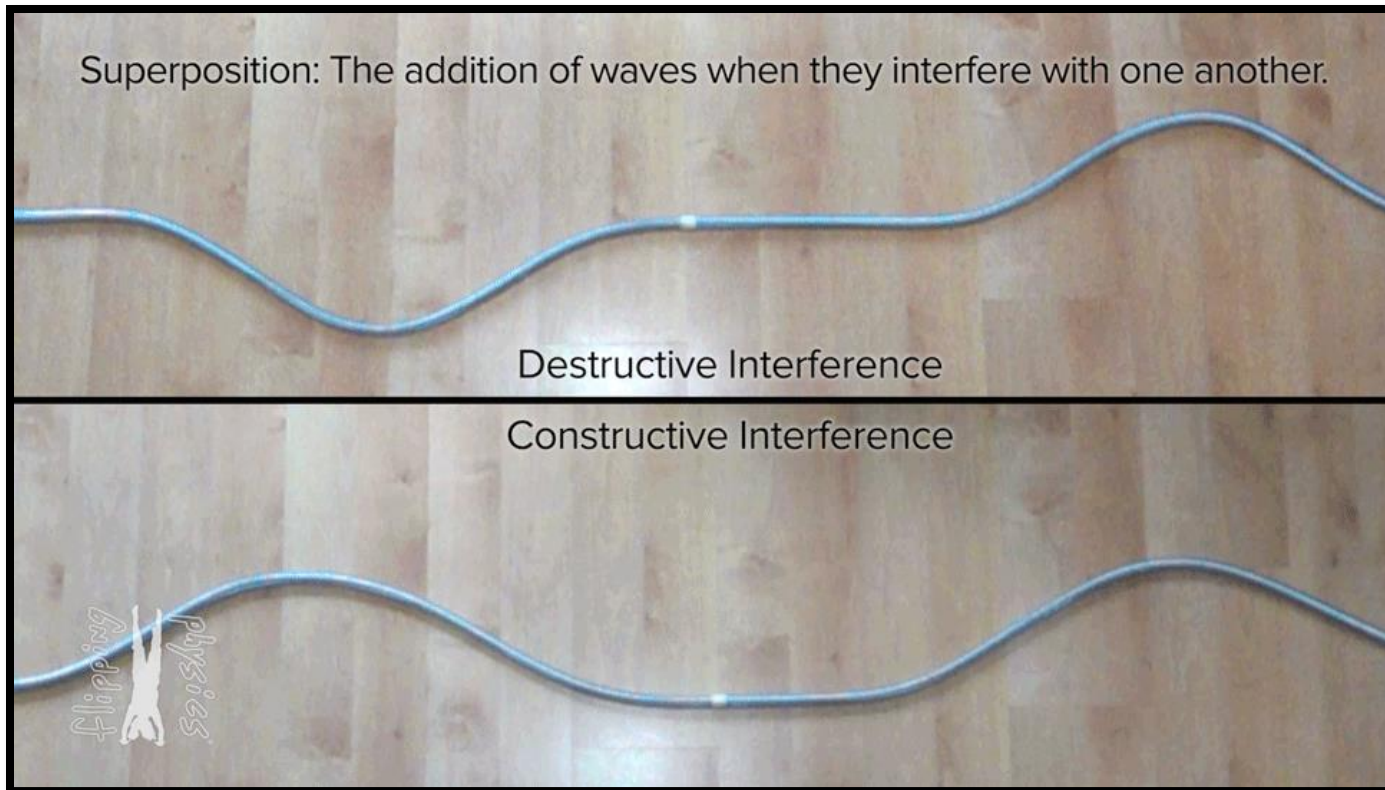
Καταστρεπτική Συμβολή

Υπέρθωση

- Αρχή της υπέρθωσης

Υπέρθωση

ο Αρχή της υπέρθεσης



Υπέρθωση

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

• Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων

- Δυο ημιτονοειδή κύματα που διαδίδονται προς μια κατεύθυνση
 - Ίδια συχνότητα ω , μήκος κύματος λ , και πλάτος A
 - Διαφορετική αρχική φάση φ

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

- $y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$

$$= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)]$$

$$= \left[2A \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Υπέρθωση

○ Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων

- $y(x, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$

- Ίδια συχνότητα
- Ίδιο μήκος κύματος

- (α) $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

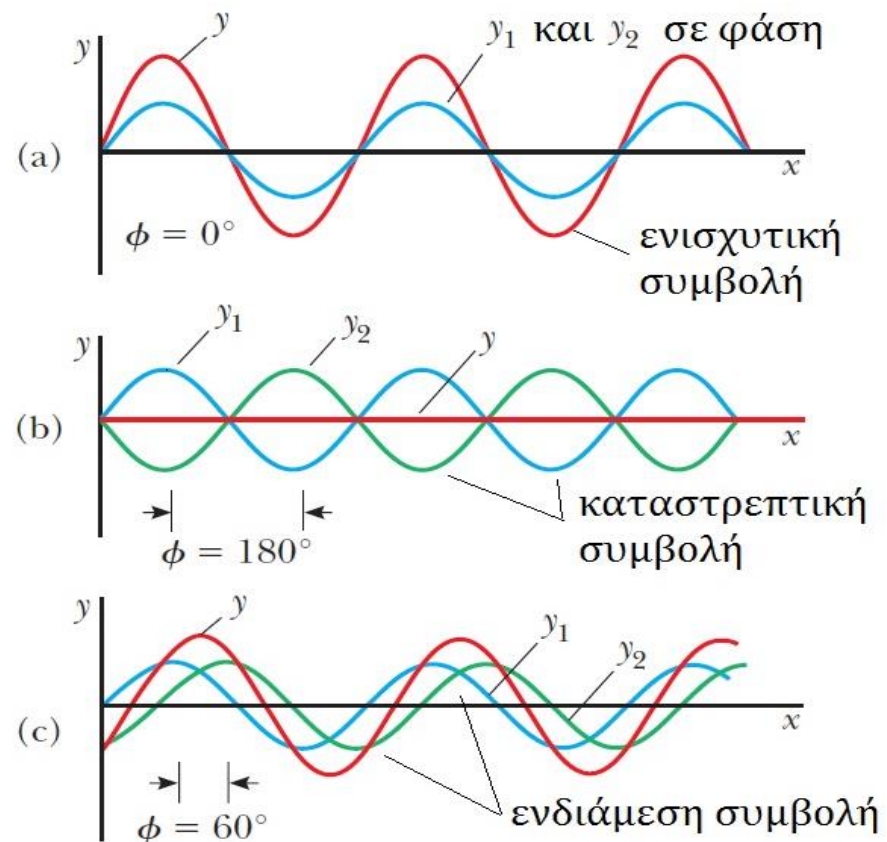
- Πλάτος $2A$
- Κύματα *σε φάση*
- **Ενισχυτική συμβολή**

- (β) $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

- Πλάτος 0
- Κύματα *εκτός φάσης*
- **Καταστρεπτική συμβολή**

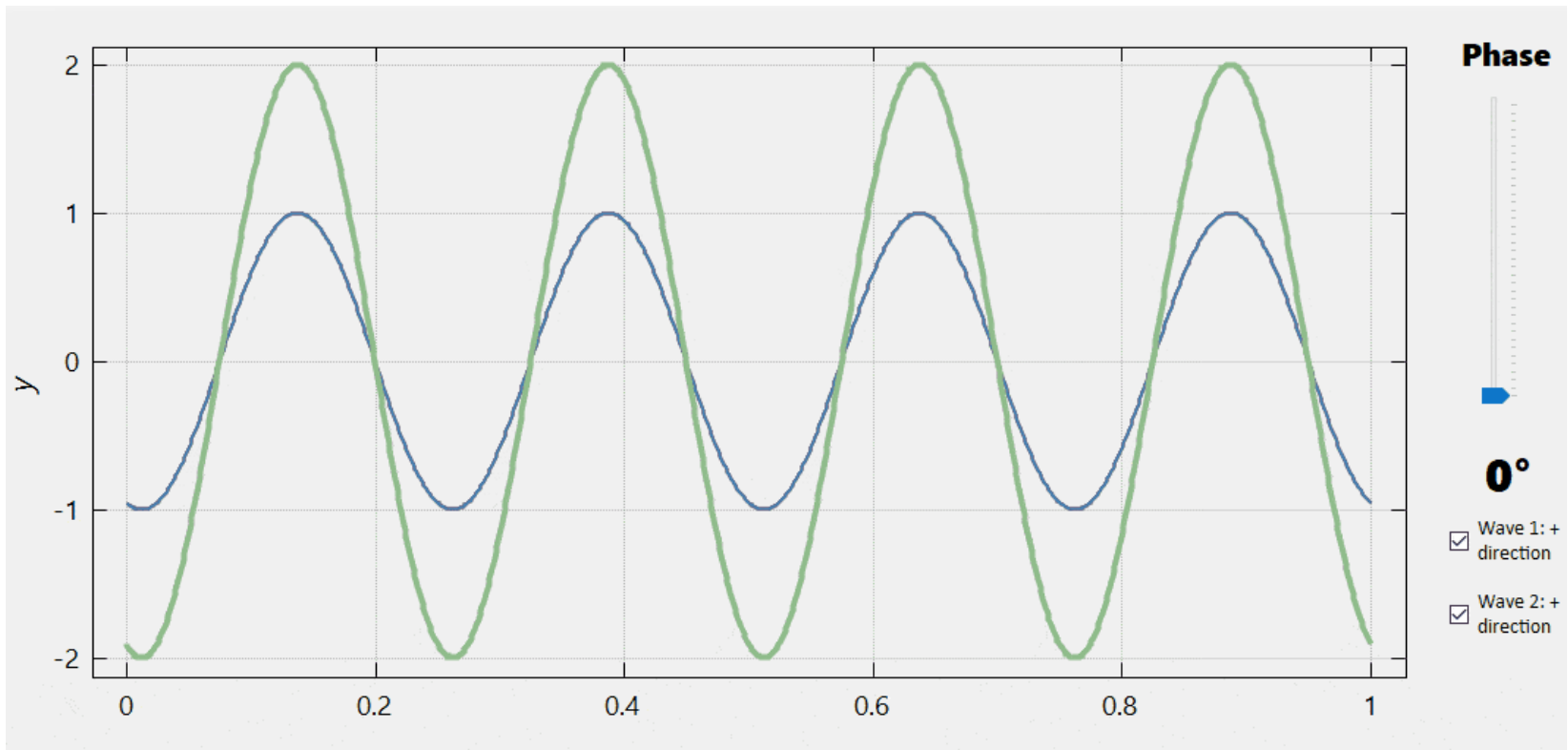
- (γ) Άλλες περιπτώσεις

- $0 < \text{Πλάτος} < 2A$



Υπέρθση

○ Υπέρθση ημιτονοειδών κυμάτων



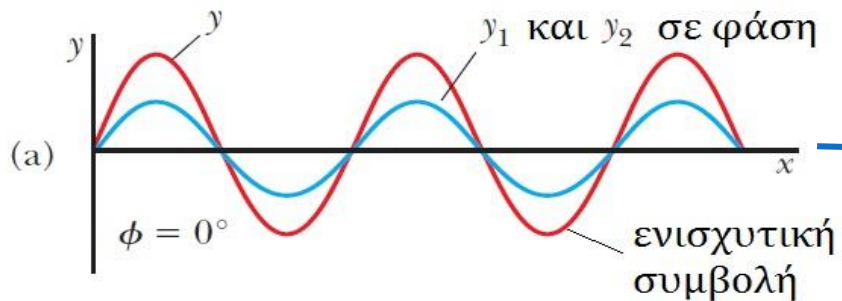
Υπέρθωση

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

○ Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων – σύνοψη

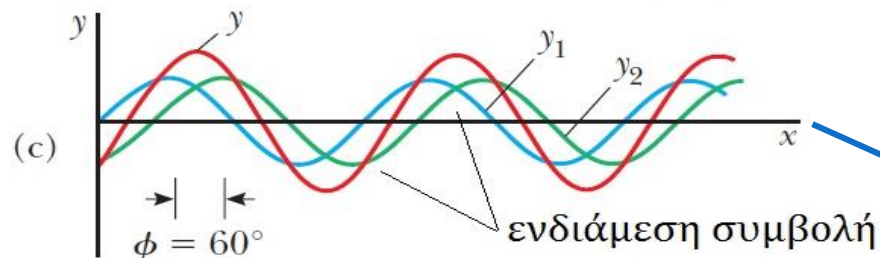
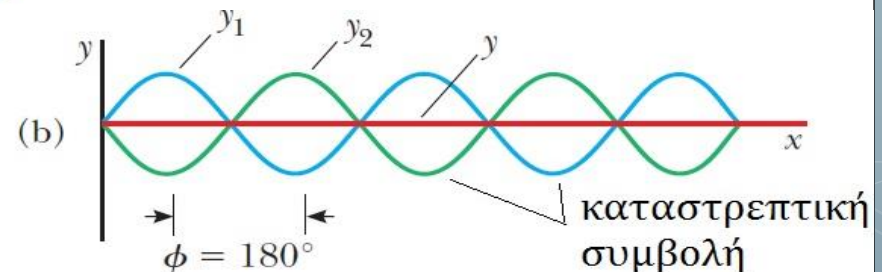
$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \left[2A \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$



$$\phi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\phi = (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}$$



$$\phi \neq m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

Υπέρθωση

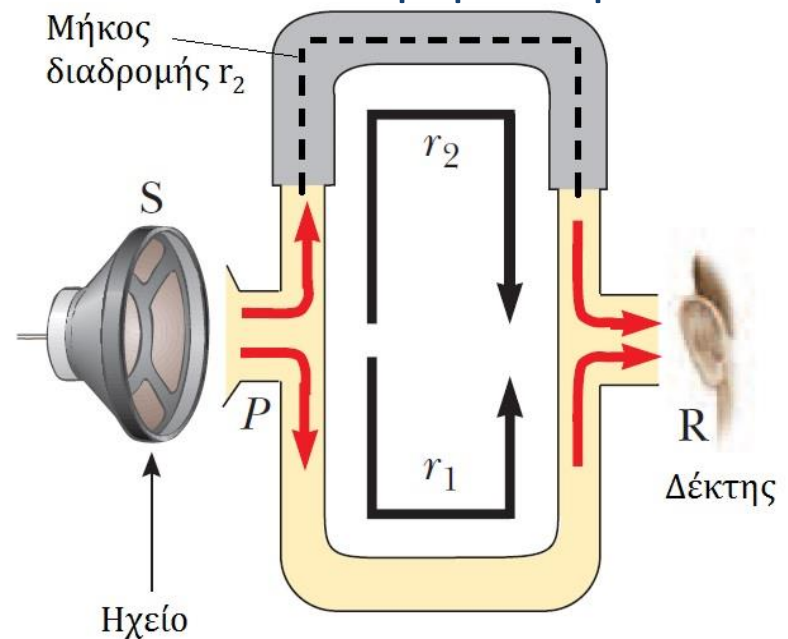
- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Τα κύματα έχουν εν γένει το καθένα τη δική του αρχική φάση
 - ...ενώ μπορεί να διανύουν και διαφορετικές διαδρομές

- Ηχητικά κύματα από το ηχείο ακολουθούν διαφορετική διαδρομή

- Έχουν το ίδιο πλάτος A και συχνότητα ω

- Απόσταση ηχείου από δέκτη = μήκος διαδρομής



Υπέρθωση

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Διαφορά διαδρομής

$$\Delta r = |r_2 - r_1|$$

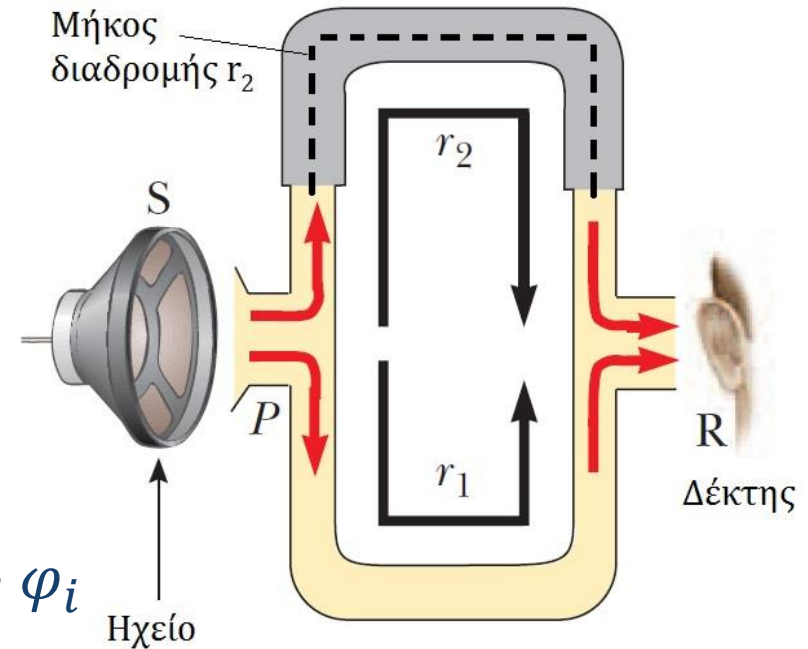
- Φάση του καθενός κύματος

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \phi_i$$

- Τότε

$$y(r, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(k \frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)$$



Υπέρθωση

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Έστω

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$$

- Αν $\Delta\Phi = 2m\pi, m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **ενισχυτικά**

Άρτιο πολλαπλάσιο του π

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{2m\pi}{2}\right) = 2A \cos(m\pi) = \pm 2A$$

- Αν $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi, m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **καταστρεπτικά**

Περιττό πολλαπλάσιο του π

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{(2m + 1)\pi}{2}\right) = 2A \cos\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Υπέρθωση

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Επίσης

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1 = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\varphi$$

- Αν η αρχική φάση είναι ίδια (π.χ. κοινή πηγή ήχου):

$$\Delta\varphi = 0$$

- Ενισχυτική συμβολή (σε κοινή πηγή ήχου):

$$2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Καταστρεπτική συμβολή (σε κοινή πηγή ήχου):

$$2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow \Delta r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθωση

ο Συμβολή ηχητικών κυμάτων – σύνοψη

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

$$y_1(r, t) = A \sin(kr - \omega t + \phi_1)$$

$$y_2(r, t) = A \sin(kr - \omega t + \phi_2)$$

$$A \sin(\Phi_1)$$

$$A \sin(\Phi_2)$$

$$y(r, t) = y_1(r, t) + y_2(r, t) = \left[2A \cos \left(\frac{\Delta\Phi}{2} \right) \right] \sin \left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \right)$$

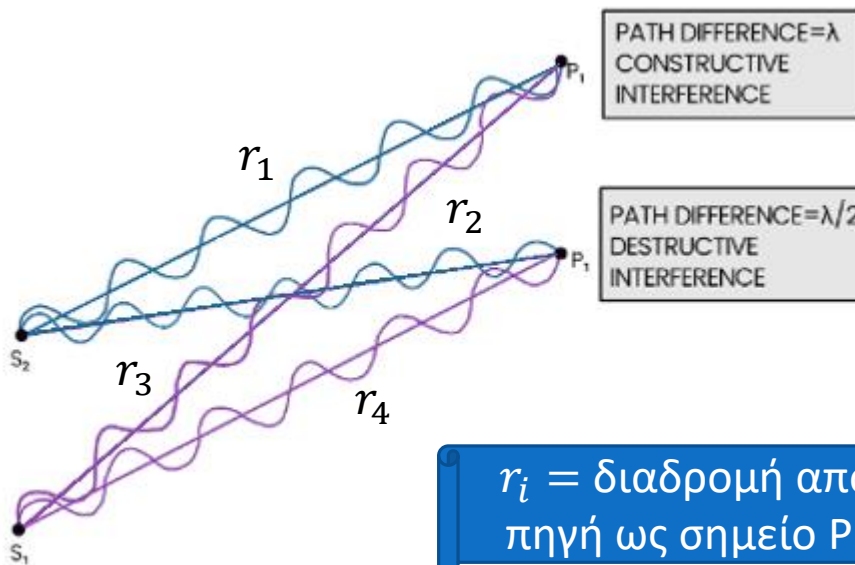
$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi$$

«σε φάση»

Αν βρίσκονται «σε φάση», τότε:

$$\Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta r = \frac{(2m + 1)\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$



r_i = διαδρομή από πηγή ως σημείο P_1

Υπέρθωση

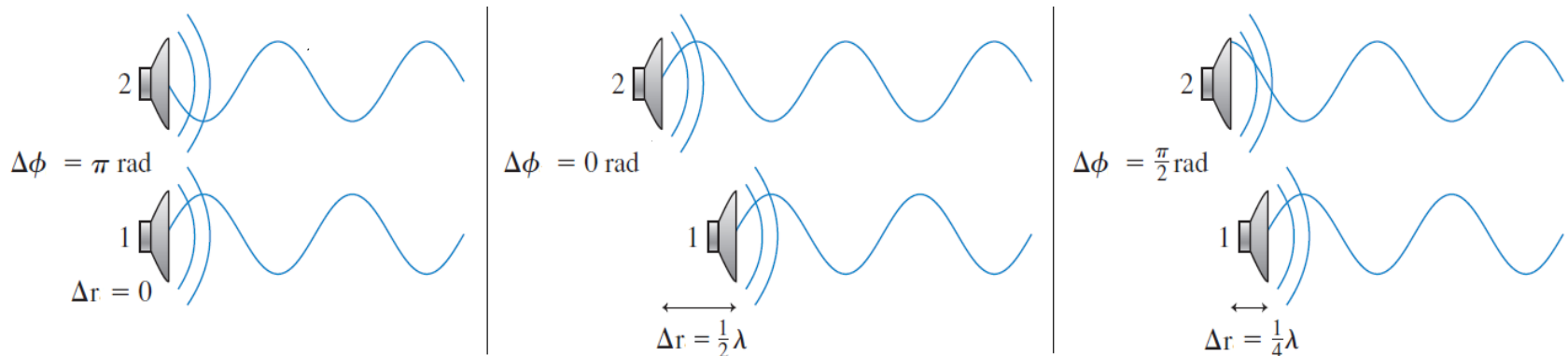
• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

• Καταστρεπτική συμβολή – πότε συμβαίνει?

- Λόγω διαφοράς αρχικής φάσης $\Delta\phi$ - (a)
- Λόγω διαφορετικής θέσης της πηγής - (b)
 - Διαφορετικό μήκος διαδρομής Δr (που εξαρτάται από το λ)
 - Λόγω και των δυο παραπάνω παραγόντων - (c)

• Στο παρακάτω σχήμα, έχουμε $\Delta\Phi = \pi$ σε κάθε περίπτωση

- Θεωρούμε ότι k και ω είναι τα ίδια στα δυο κύματα



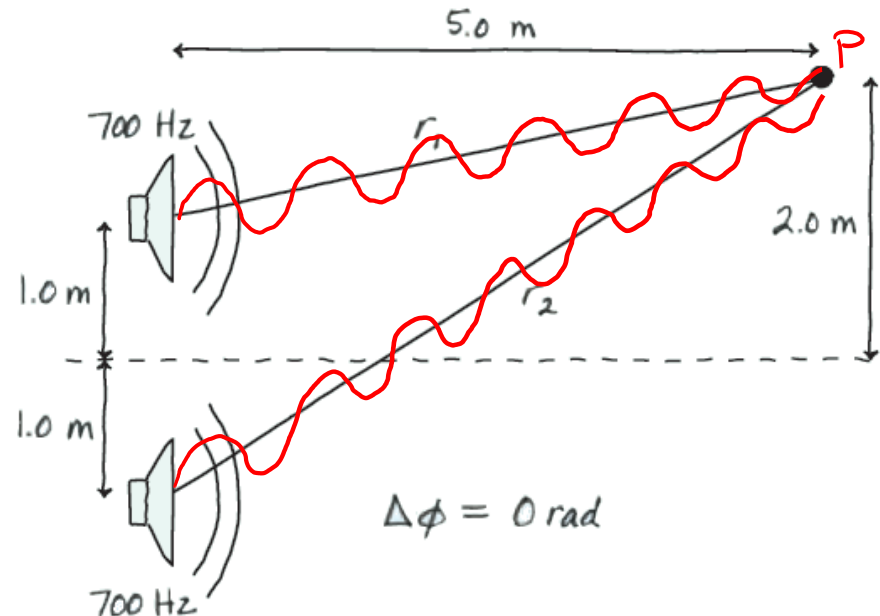
$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi$$

Υπέρθωση

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Δυο ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 2.0 μέτρων και **σε φάση**. Εκπέμπουν συχνότητα 700 Hz σε ένα δωμάτιο που ο ήχος διαδίδεται με ταχύτητα 341 m/s. Ένας ακροατής στέκεται στο σημείο του σχήματος. Τι είδους συμβολή υπάρχει στο σημείο? Πώς αλλάζει η απάντησή σας αν τα ηχεία βρίσκονται **εκτός φάσης**?

- $\Delta\phi = 0 \Leftrightarrow$ "σε φάση"
- $\Delta\phi = \pi \Leftrightarrow$ "εκτός φάσης"



$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi$$

Υπέρθεση

ο Παράδειγμα – Λύση:

1^η περίπτωση: $\Delta\phi = 0$

Η ① γράφεται

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$$

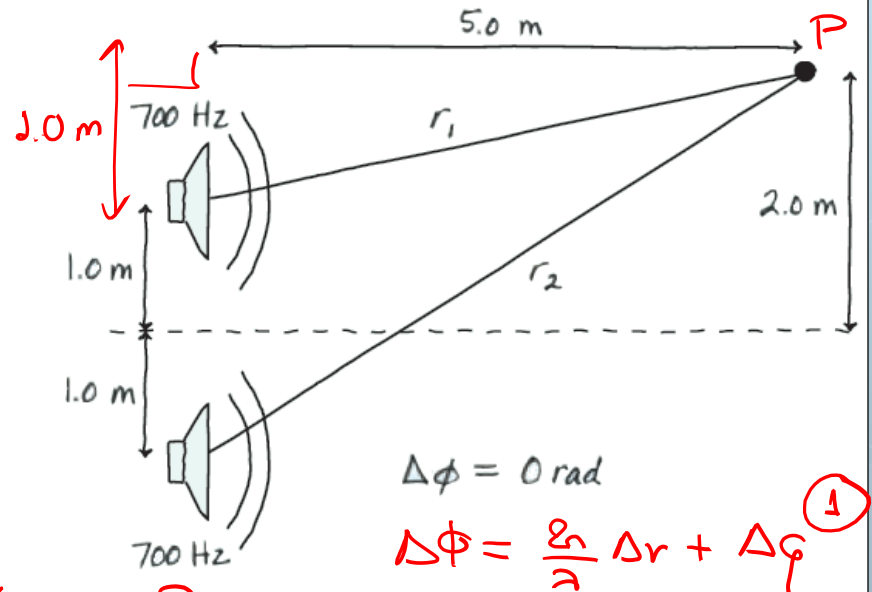
Αν $\Delta r = m\lambda$, ενισχυτική συμβολή στο P

Αν $\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, καταστρ — " — " — " —

$$\left. \begin{aligned} \text{Είναι } r_1 &= \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} \approx 5.1 \text{ m} \\ r_2 &= \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5.83 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta r = 5.83 - 5.1 = 0.73 \text{ m}$$

$$\text{Επίσης } u = \lambda f \Rightarrow 341 = \lambda \cdot 700 \Rightarrow \lambda = \frac{341}{700} = 0.487 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } \frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{0.73}{0.487} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta r = \frac{3}{2} \lambda = 3 \frac{\lambda}{2}, \text{ καταστρ συμβολή.}$$



Υπέρθωση

ο Παράδειγμα – Λύση:

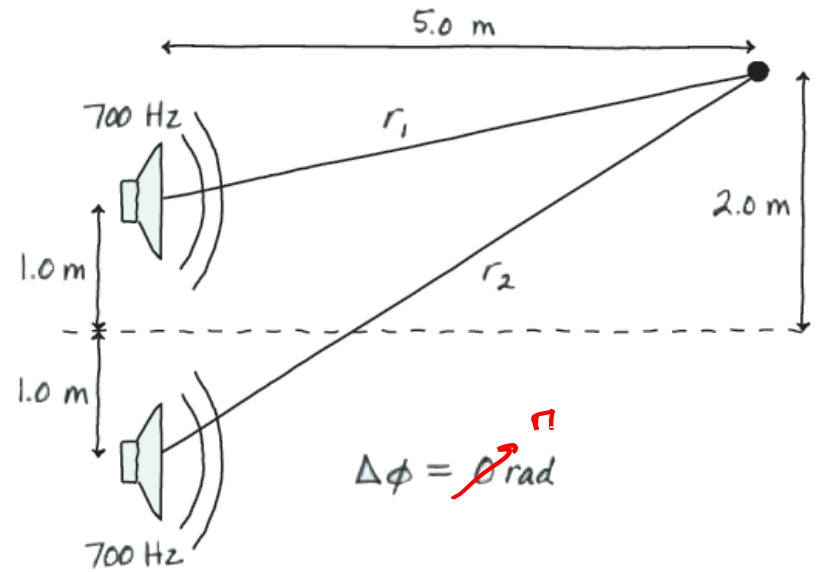
2^η περίπτωση: $\Delta\varphi = \pi$

$$\text{Άρα } \Delta\phi = \frac{\lambda}{2} \Delta r + \pi$$

$$\text{Όφειλε με πριν, } \Delta r = \frac{3}{2} \lambda$$

$$\text{Άρα } \Delta\phi = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{3}{2} \lambda + \pi = 3\pi + \pi = 4\pi, \text{ άρτιο πολλαπλάσιο του } \pi!$$

Έτσι, στο σημείο P θα έχουμε τώρα ενισχυτική συμβολή.



Υπέρθωση

Quiz:

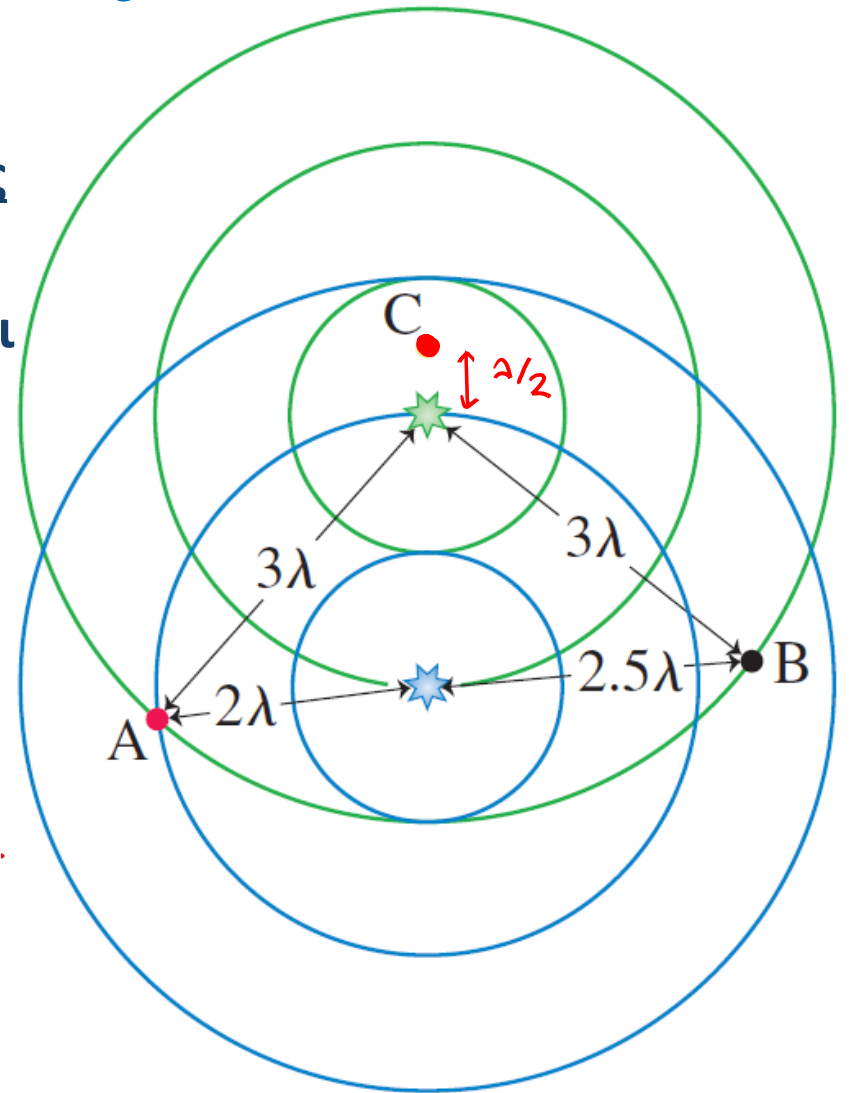
- Θεωρήστε δυο πηγές ίδιες και σε φάση μεταξύ τους
- Στα σημεία A, B, C υπάρχει καταστρεπτική ή ενισχυτική συμβολή?

$$\Delta r_A = |3\lambda - 2\lambda| = \lambda, \text{ ενισχ.}$$

$$\Delta r_B = |2.5\lambda - 3\lambda| = \frac{\lambda}{2}, \text{ καταστρ.}$$

$$\Delta r_C = |2.5\lambda - 0.5\lambda| = 2\lambda, \text{ ενισχ.}$$

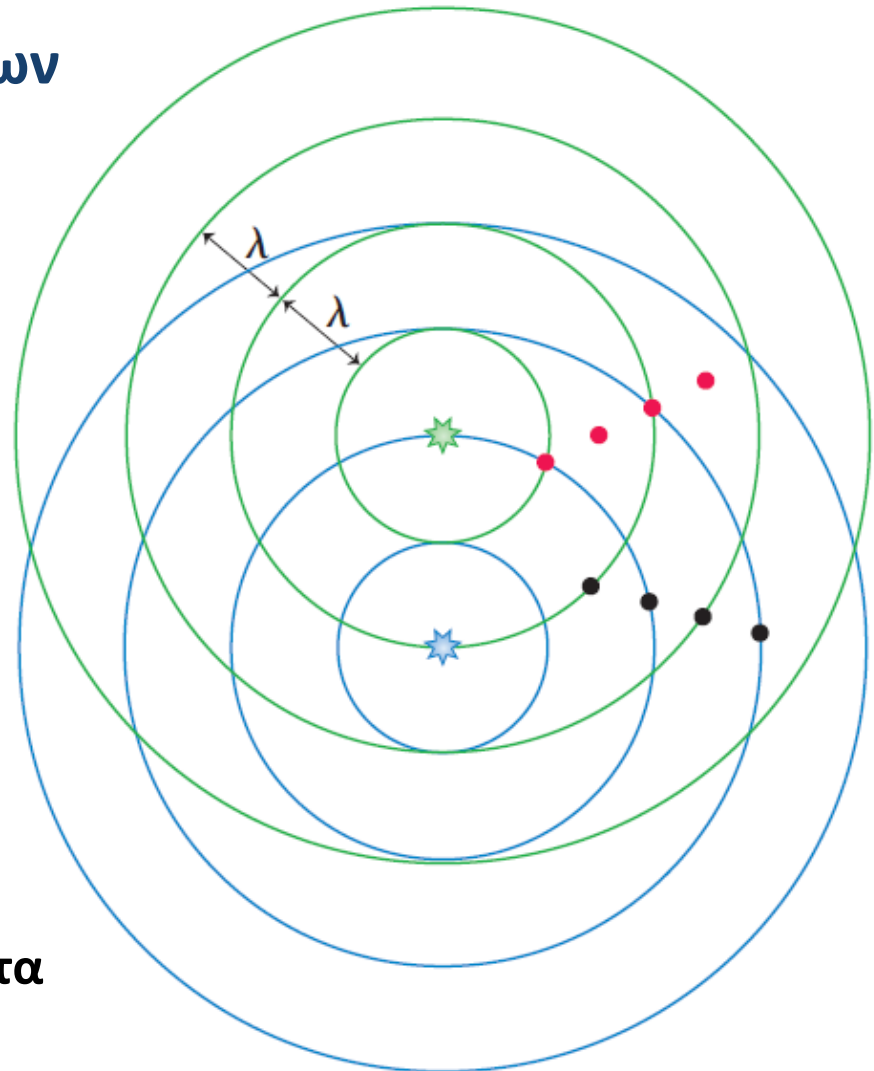
$$\Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$
$$\Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Υπέρθωση

○ Συμβολή ηχητικών κυμάτων

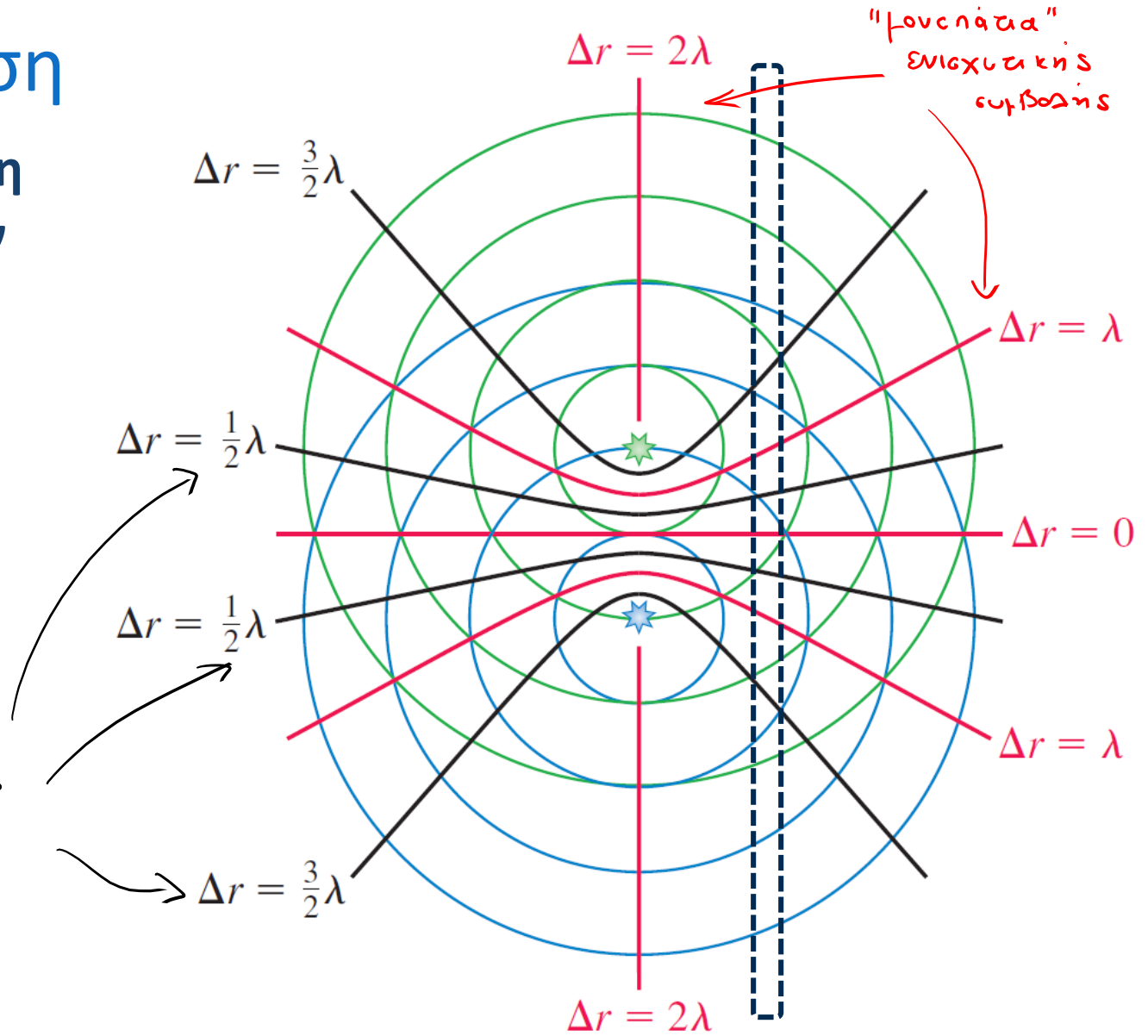
- Κοινές πηγές
 - Ίδιο k , ίδιο f , ίδιο A , $\Delta\phi = 0$
- Ενισχυτική συμβολή
- Τα πυκνώματα του ενός κύματος συμπίπτουν με αυτά του άλλου – το ίδιο και τα αραιώματα
- Καταστρεπτική συμβολή
- Τα πυκνώματα του ενός συμπίπτουν με τα αραιώματα του άλλου



Υπέρθωση

○ Υπέρθωση ηχητικών κυμάτων

"Μονοπάτια"
καταστρεφτικής
συμβολής



Υπέρθωση

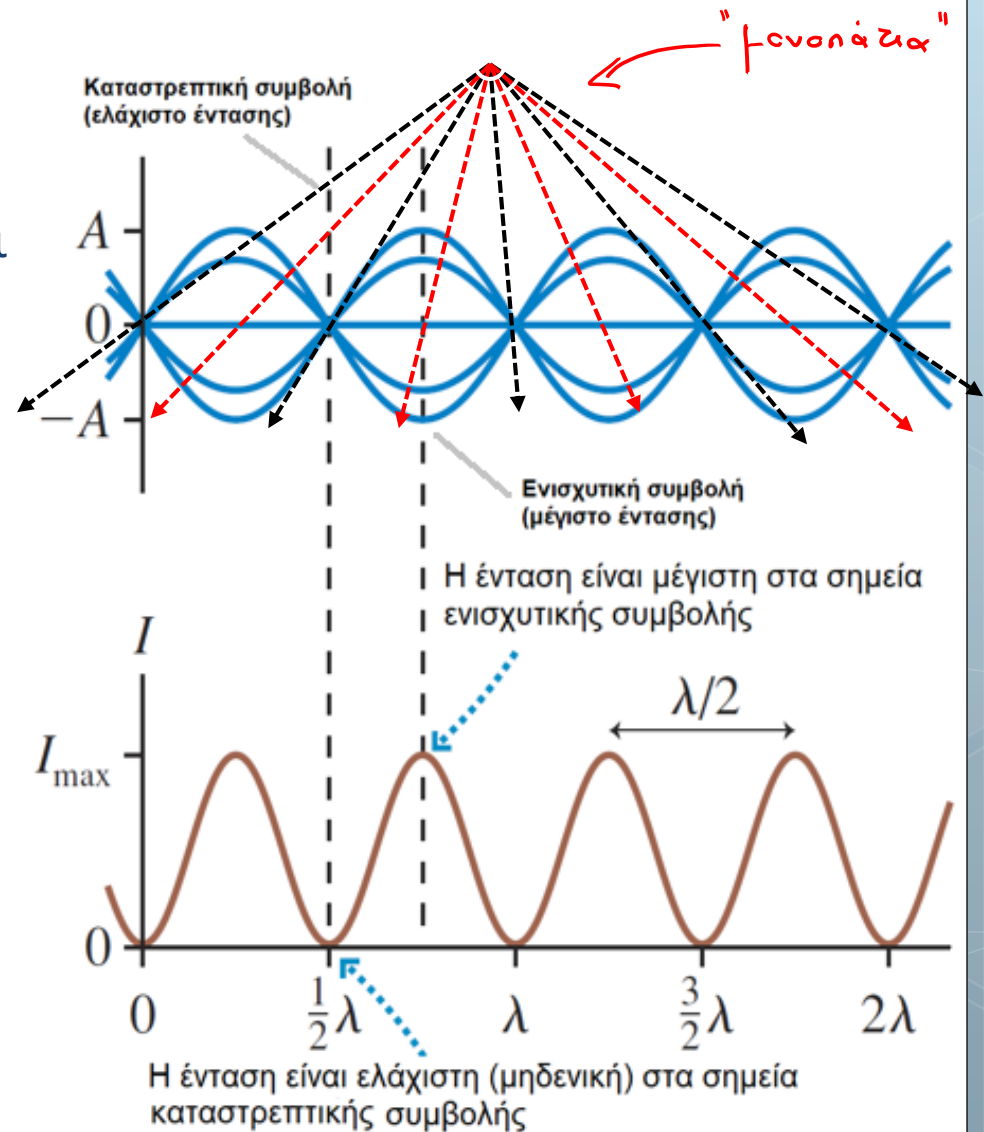
• Ένταση ηχητικών κυμάτων

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι η ένταση I ενός ηχητικού κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του **συνολικού** κύματος A'

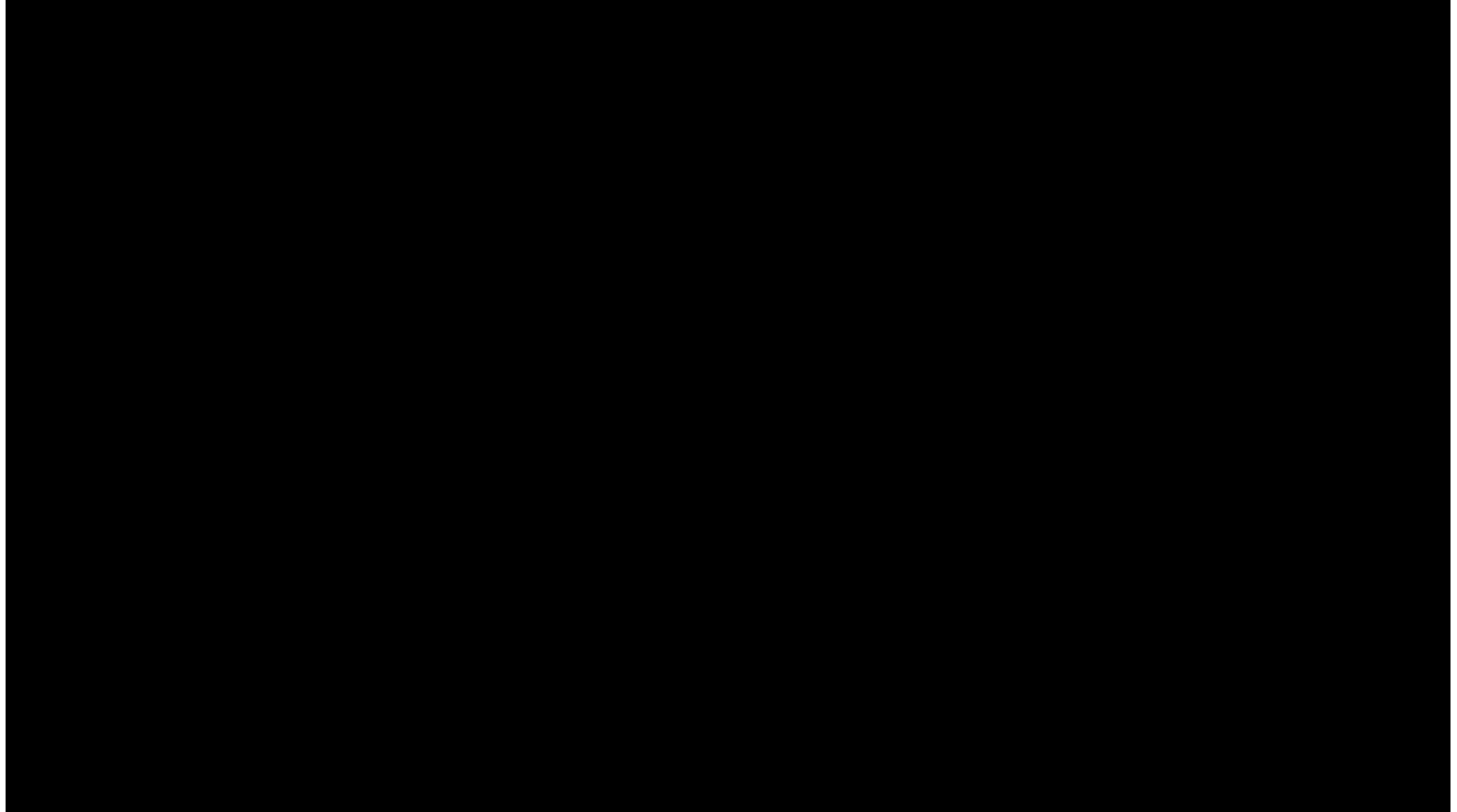
$$I = cA'^2$$

$$= c \left(2A \cos \left(\frac{\Delta\Phi}{2} \right) \right)^2$$

- Η ένταση I του ήχου είναι **μέγιστη** στα σημεία **ενισχυτικής** συμβολής και **μηδενική** (ελάχιστη) στα σημεία **καταστρεπτικής** συμβολής

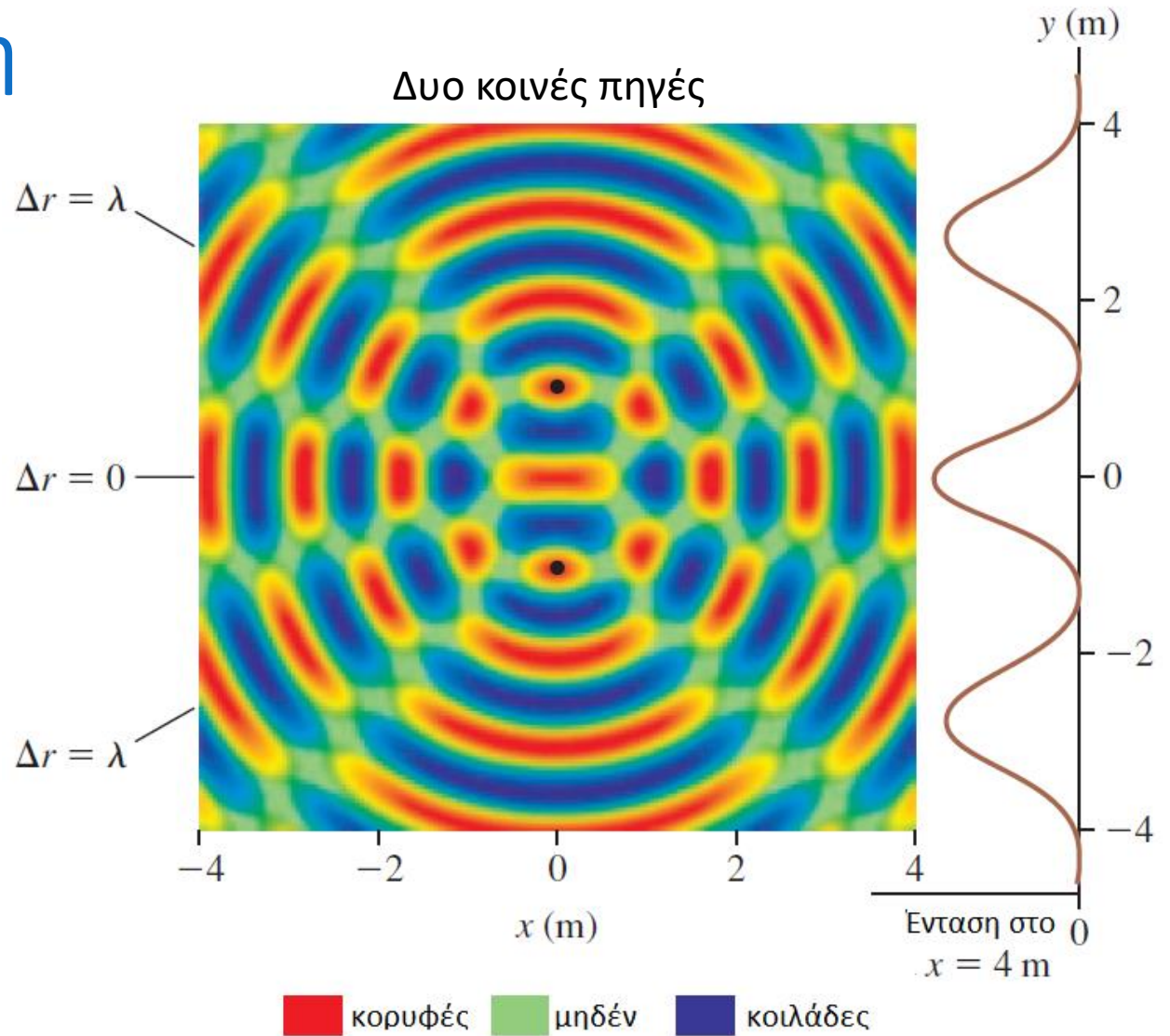


Υπέρθεση



Υπέρθυση

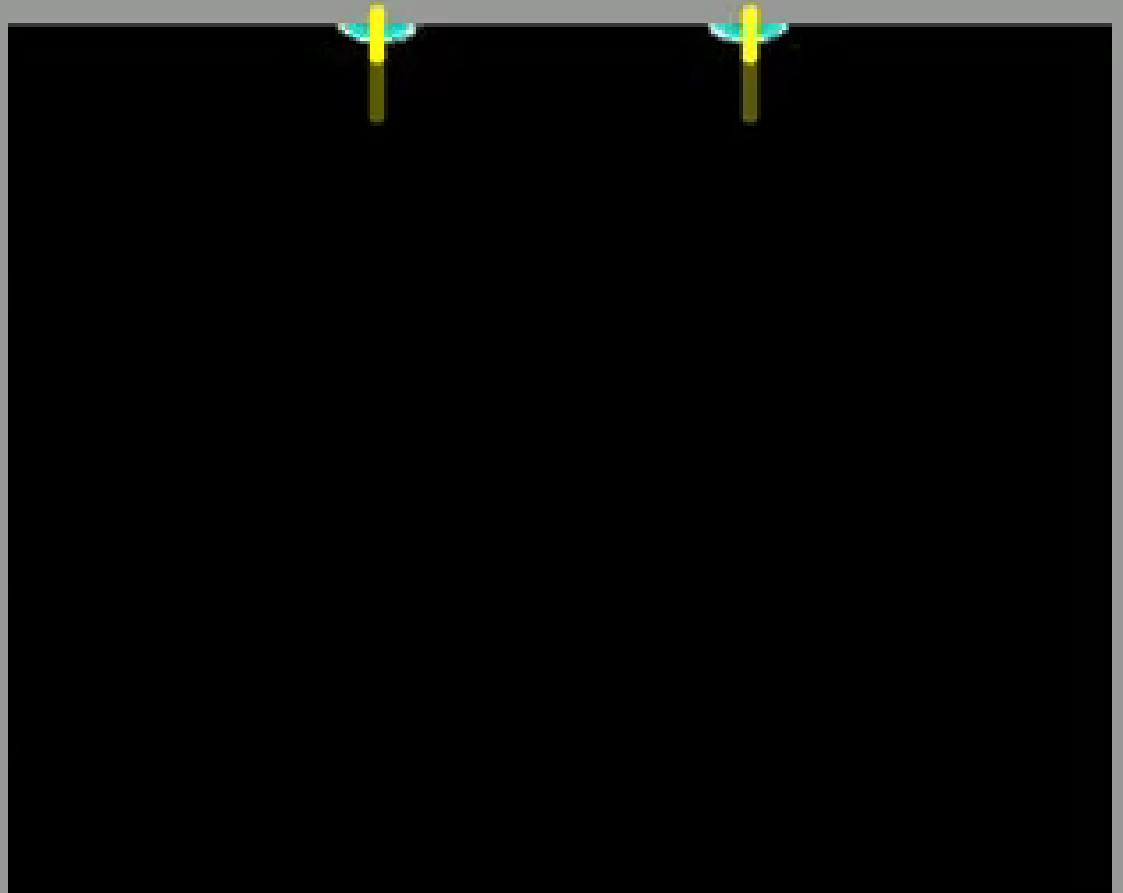
- Ένταση ηχητικών κυμάτων



Υπέρθεση

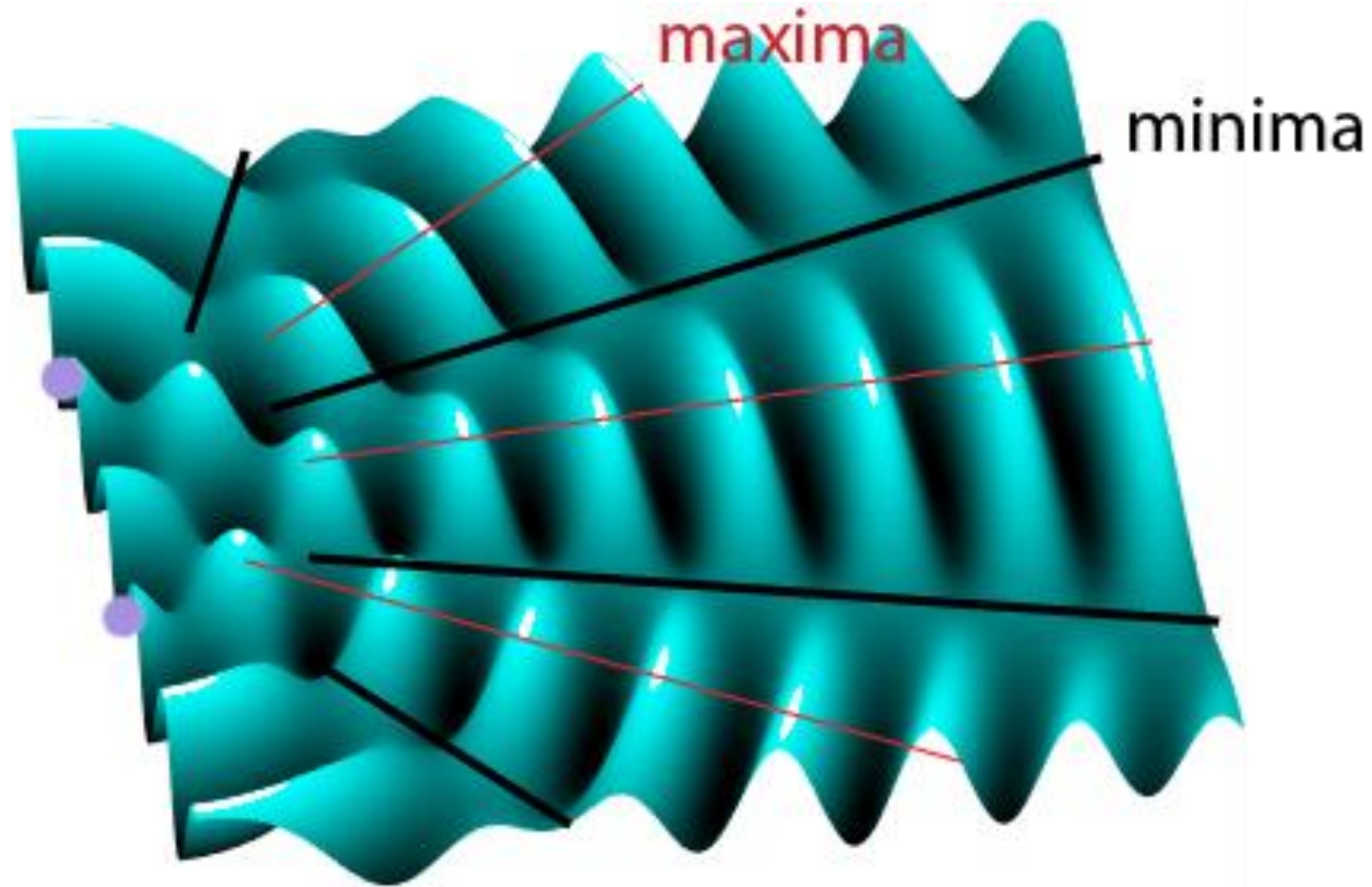
- ο Συμβολή
ηχητικών
Κυμάτων

Two source interference



Υπέρθωση

- ο Συμβολή ηχητικών κυμάτων: μέγιστα/ελάχιστα έντασης



Υπέρθωση

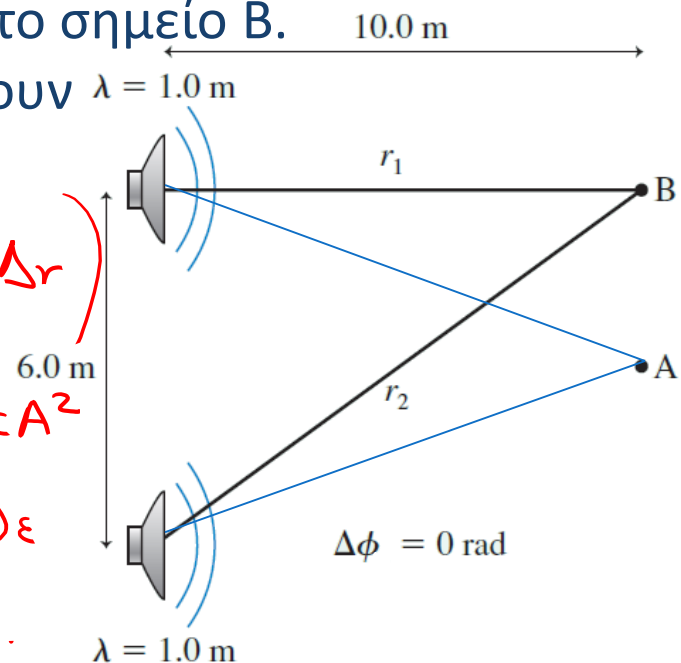
○ Παράδειγμα:

- Δυο ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 6.0 μέτρων και **σε φάση**. Εκπέμπουν μήκος κύματος $\lambda = 1.0 \text{ m}$. Κάθε ηχείο δημιουργεί ήχο με ένταση I_0 . Ένας ακροατής στέκεται στο σημείο A του σχήματος (στη μεσοκάθετο της απόστασης των ηχείων). Ένας δεύτερος ακροατής στέκεται στο σημείο B. Ποιες είναι οι εντάσεις που λαμβάνουν σε όρους I_0 ?

"σε φάση" $\Leftrightarrow \underline{\Delta\phi = 0} \quad \left(\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \right)$

Κάθε ηχείο προσφέρει ένταση $I_0 = cA^2$

αλλά η ανυλητική ένταση σε κάθε σημείο A, B θα είναι διαφορετική.



Υπέρθωση

ο Παράδειγμα – Λύση:

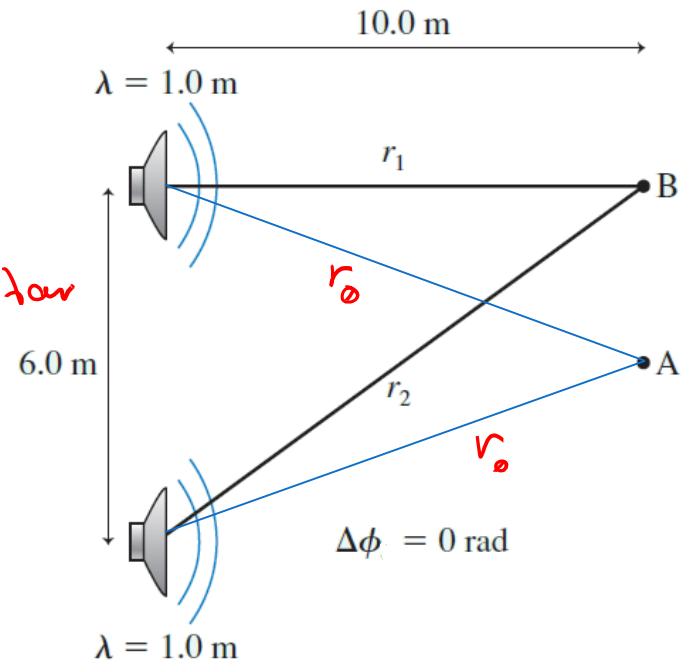
Τα κύματα από τα δύο ηχεία συμβάλλουν τόσο στο σημείο A, όσο και στο B. Λόγω της συμβολής, το πλάτος του συνολικού κύματος θα είναι

$$A_i = \left| 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi_i}{2}\right) \right|$$

Γε $i = A, B$ τα δύο σημεία που μας ενδιαφέρουν.

↳ Για το σημείο A: $\Delta r = 0$, αφού οι αποστάσεις r_0 στο σχήμα είναι ίδιες. Άρα στο σημείο A θα έχουμε ενισχυτική συμβολή με πλάτος $2A$ και ένταση $I_A = c(2A)^2 = c4A^2 = 4cA^2 = 4I_0$.

$$\text{Άρα } I_A = 4I_0.$$



Υπέρθεση

ο Παράδειγμα – Λύση:

↪ Για το σημείο B: $\Delta r = |r_2 - r_1|$,

$$\begin{aligned} \text{δηλαδή } \Delta r &= |\sqrt{6^2 + 10^2} - 10| = \\ &= |\sqrt{136} - 10| = 1.662 \text{ m} \end{aligned}$$

Επειδή $\lambda = 1 \text{ m}$, $\frac{\Delta r}{\lambda} = 1.662$, που δεν

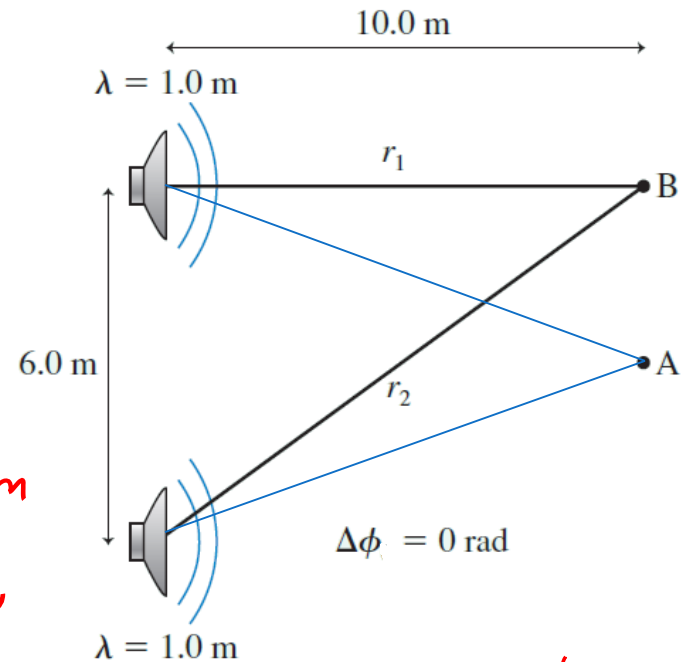
είναι είτε ακέραιο πολλαπλάσιο του λ , είτε ημιπλή πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}$. Άρα θα έχουμε ένα είδος ενδιαφέρει συμβολής

στο σημείο B. Θα χρησιμοποιήσουμε το $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$, δηλ.

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{1} \cdot 1.662 \approx 10.44 \text{ rad. Άρα το πλάτος του συνολικού$$

κύματος στο σημείο B θα είναι $A_B = |2A \cos(\frac{10.44}{2})| \approx$

$\approx 0.972 A$ και άρα η ένταση θα είναι $I_B = c A_B^2 \approx 0.95 I_0$.





Τέλος Διάλεξης

