

Physics

$w = 2\pi f$

$t = \frac{s}{v}$

$v^2 = u^2 + 2as$

$PE = mgh$

$P = \frac{W}{t}$

$PE = m \times g \times h$

$I = \frac{C}{R}$

$S = vt$

$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

$E = mgz$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$T = \frac{E}{v+r}$

The image is a hand-drawn collage of physics concepts. At the center is the word "Physics" in large, bold, black letters. Surrounding it are various diagrams and formulas. Top left: A diagram of a rectangular block with a grid pattern, labeled with F_L and x . Next to it is the formula $w = 2\pi f$ and $t = \frac{s}{v}$. Top center: A diagram of a pendulum with a bob and a string, labeled $PE = mgh$. Top right: A diagram of an atom with a central nucleus and three elliptical orbits. Middle left: A diagram of a light bulb with rays emanating from it, labeled $PE = m \times g \times h$. Middle right: A diagram of a circuit with a battery, a voltmeter (V), and two points A and B, labeled $I = \frac{C}{R}$. Bottom left: A diagram of a spring-mass system with a mass hanging from a spring. Bottom center: A diagram of a right-angled triangle with a block on the hypotenuse, labeled $s = ut + \frac{1}{2}at^2$. Bottom right: A diagram of a circular path with a mass moving along it, labeled $T = \frac{E}{v+r}$. Other elements include a diagram of a magnetic field with a central 'X' and radiating arrows, a diagram of a ring with '+' and '-' signs, and a diagram of a rectangular block on a surface with an upward arrow labeled $E = mgz$.

Reminder...

- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



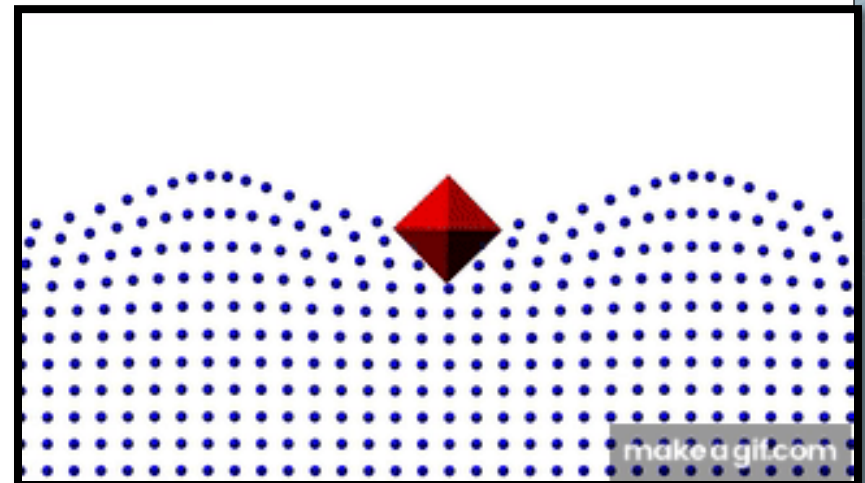
Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα

Κύματα

- Ο κόσμος είναι γεμάτος από κύματα!
 - Μηχανικά & Ηλεκτρομαγνητικά
- Στα μηχανικά κύματα, απαιτείται ένα **μέσο διάδοσης**
- Χαρακτηριστικό γνώρισμα μηχανικών κυμάτων
 - Έστω μια σημαδούρα που επιπλέει σε μια λίμνη
 - Αν ρίξουμε κοντά της μια πέτρα, η σημαδούρα θα μετακινηθεί πάνω-κάτω/δεξιά-αριστερά αλλά δε θα μετακινηθεί σε σχέση με το σημείο πτώσης της πέτρας
 - Κυματική κίνηση: μεταφέρεται ενέργεια αλλά όχι ύλη!



Κύματα

- Όλα τα μηχανικά κύματα προϋποθέτουν

- A) Κάποια πηγή διαταραχής

- B) Ένα μέσο με στοιχεία που μπορούν να διαταραχθούν

- Γ) Κάποιο μηχανισμό με τον οποίο τα στοιχεία του μέσου αλληλεπιδρούν μεταξύ τους

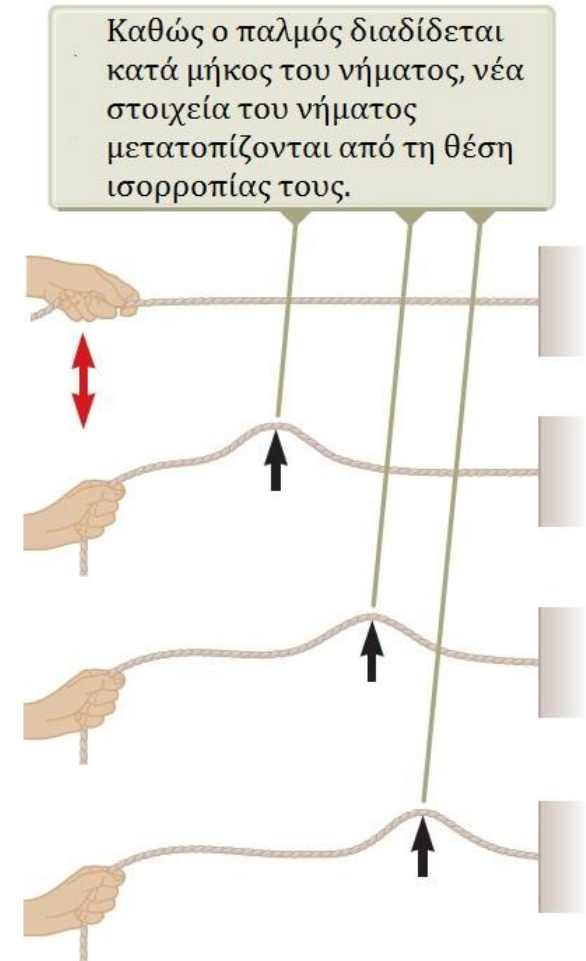
- Κίνηση κύματος

- Παλμός = διαταραχή

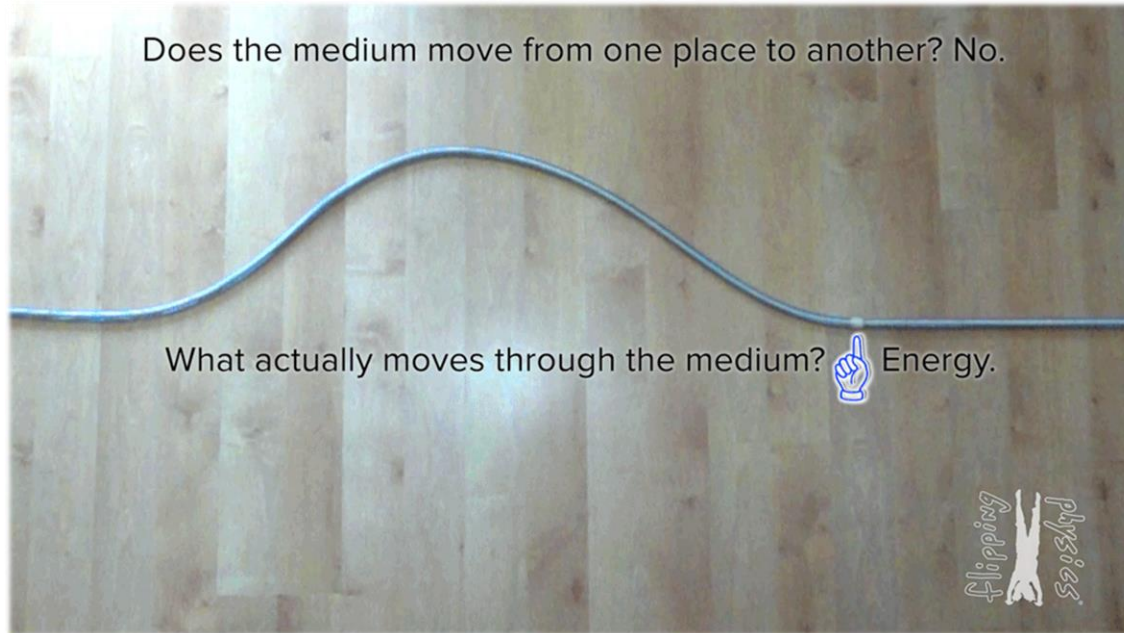
- Σχήμα σχεδόν अपαράλλαχτο

- Ύψος και ταχύτητα παλμού

- Ύψος == κατακόρυφη μετατόπιση



Κύματα

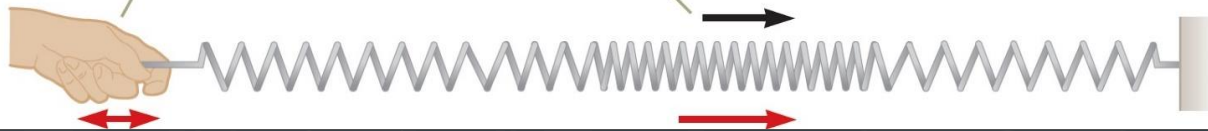


Κύματα

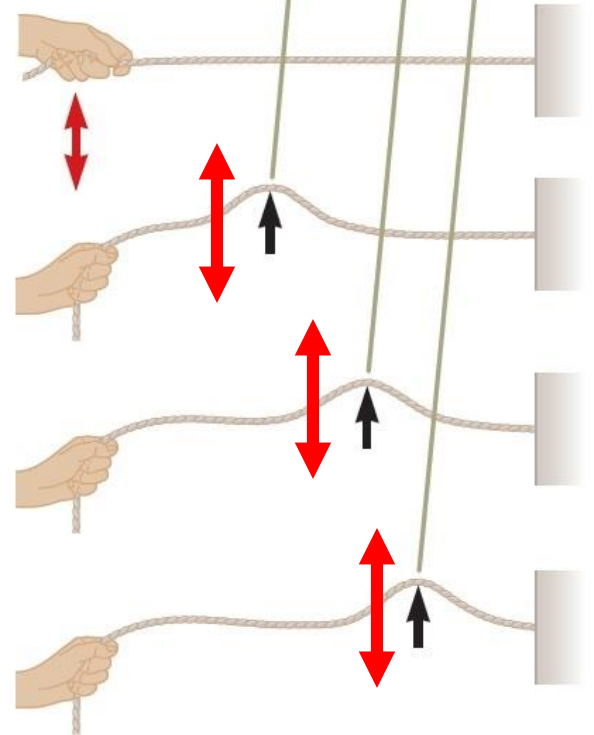
- Προσέξτε την κίνηση των στοιχείων του νήματος
 - Είναι κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Εγκάρσιο κύμα**
- Προσέξτε την αντίστοιχη του ελατηρίου
 - Είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Διάμηκες κύμα**

Το χέρι κινείται γρήγορα μπρος-πίσω μια φορά και δημιουργεί έναν διαμήκη παλμό.

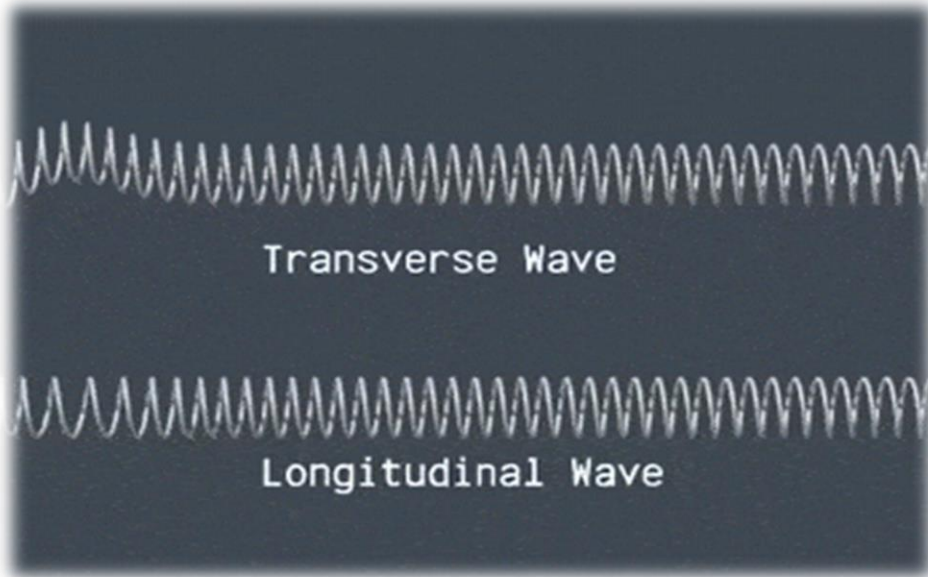
Κατά τη διάδοση του παλμού, οι σπείρες μετατοπίζονται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης.



Καθώς ο παλμός διαδίδεται κατά μήκος του νήματος, νέα στοιχεία του νήματος μετατοπίζονται από τη θέση ισορροπίας τους.



Κύματα



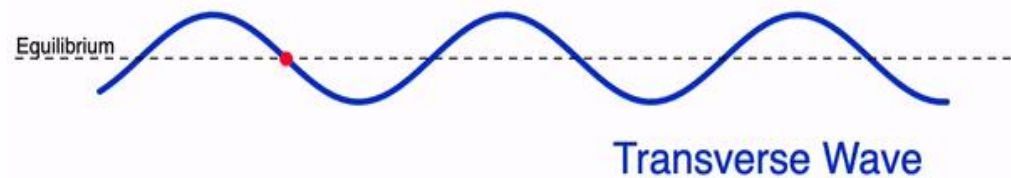
Εγκάρσιο κύμα

Διάμηκες κύμα

Περιοδικό διάμηκες κύμα



Περιοδικό εγκάρσιο κύμα



Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση – Συνάρτηση
Κύματος $y(x, t)$

- Μετατόπιση y του στοιχείου x ενός
κύματος τη χρονική στιγμή t

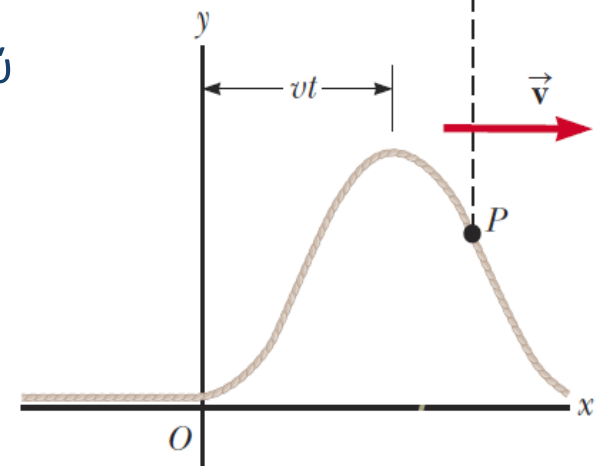
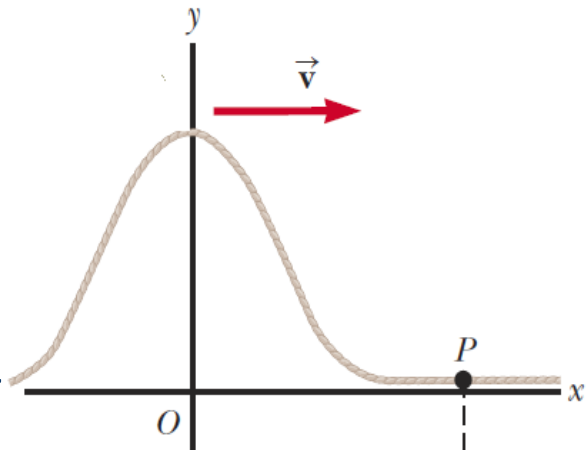
- $y(x, t) = f(x - ut)$ ➡ κίνηση προς τα
δεξιά

- $y(x, t) = f(x + ut)$ ➡ κίνηση προς τα
αριστερά

- όπου u η ταχύτητα διάδοσης του παλμού

- Για $t = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε μια
«φωτογραφία» του **όλου** κύματος για
μια χρονική στιγμή

- Για $x = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε την
κίνηση **ενός στοιχείου** του κύματος με
την πάροδο του χρόνου



Κίνηση προς τα δεξιά

- Μελετάμε περιπτώσεις όπου δεν έχουν μεταβληθεί οι ιδιότητες του μέσου διάδοσης (όπως θα συνέβαινε σε κάποια έκρηξη)
- Άρα η μορφή της διαταραχής παραμένει σταθερή:

$$\frac{d}{dt} f(x - ut) = 0$$

$$\frac{df}{dt} \frac{d(x - ut)}{dt} = 0$$

$$\frac{d(x - ut)}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} - u = 0 \Leftrightarrow \frac{dx}{dt} = u$$

- Όπου φυσικά για θετικό u , το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά
- Όμοια φυσικά μπορούμε να δείξουμε και για $f(x + ut)$

Κύματα

- Παράδειγμα:

- Έστω ένας παλμός που κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος του άξονα x και περιγράφεται ως

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

όπου x, y σε εκατοστά και το t σε δευτερόλεπτα.

- Παλμοί για $t = 0, 1, 2$ s

Κύματα

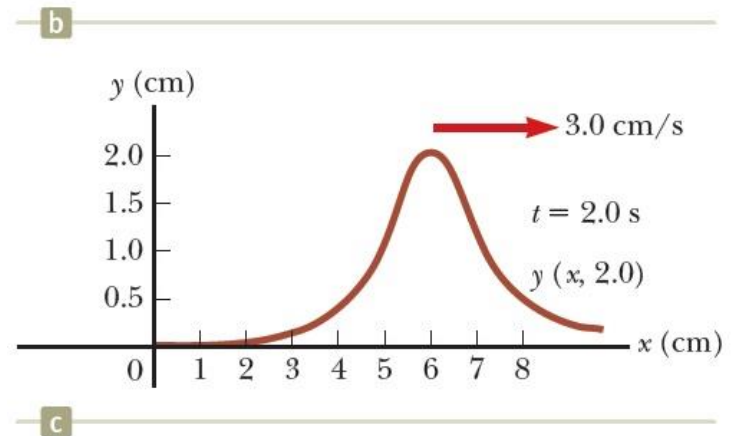
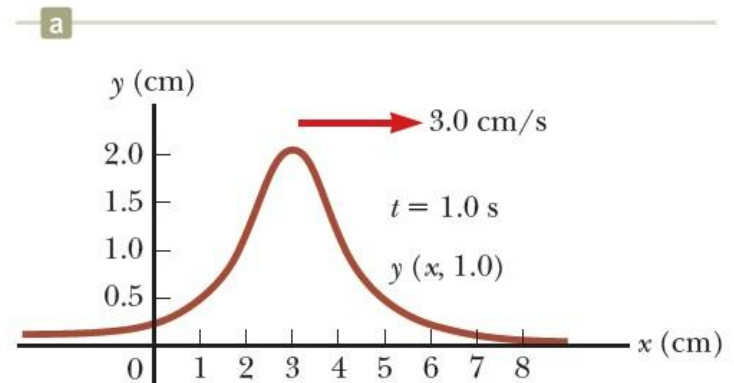
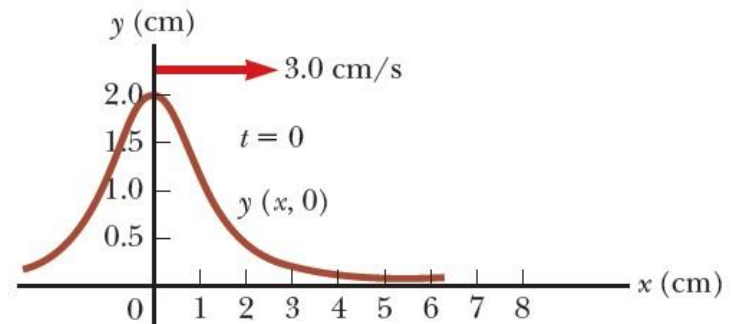
◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Έστω ένας παλμός που κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος του άξονα x και περιγράφεται ως

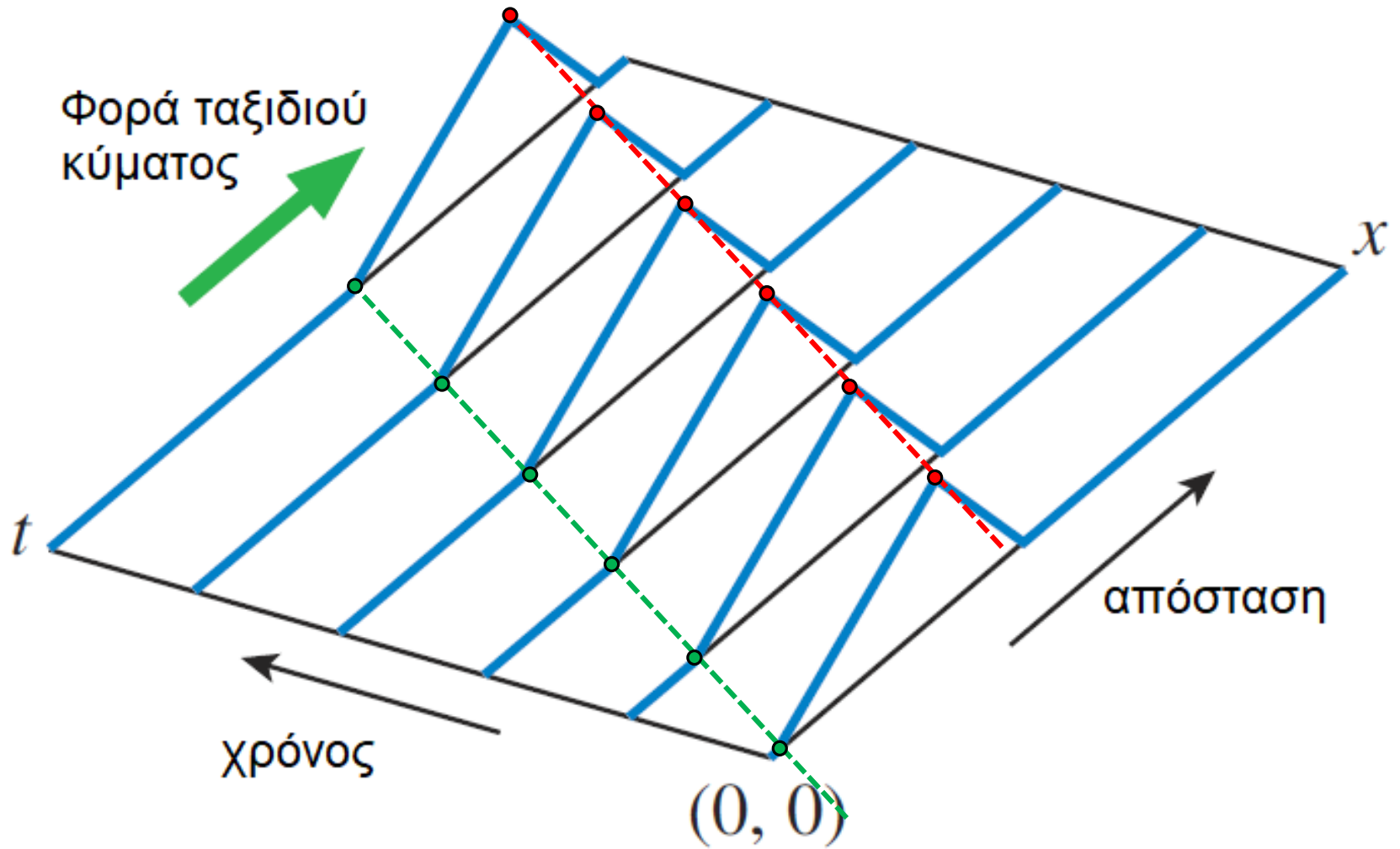
$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

όπου x, y σε εκατοστά και το t σε δευτερόλεπτα.

- ◉ Παλμοί για $t = 0, 1, 2$ s

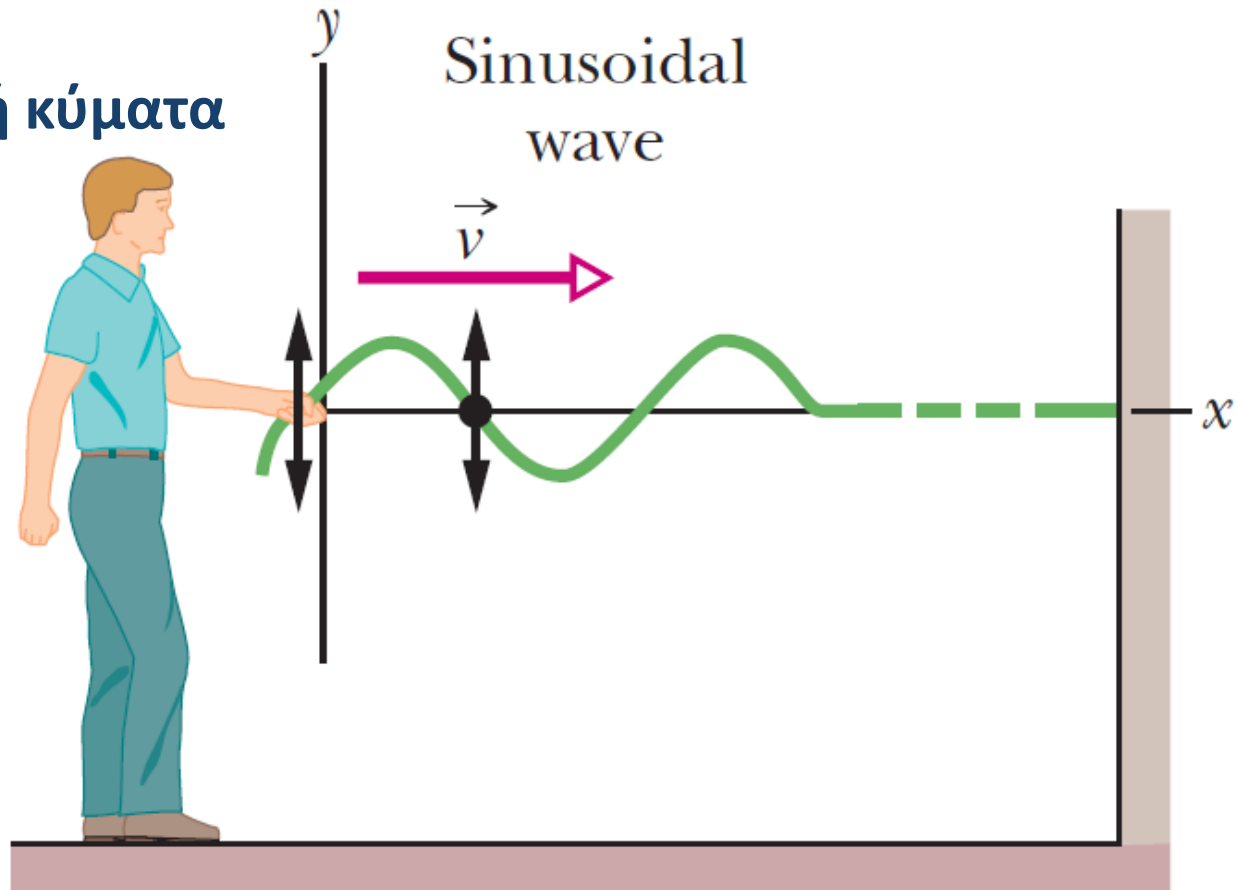


Κύματα



Κύματα

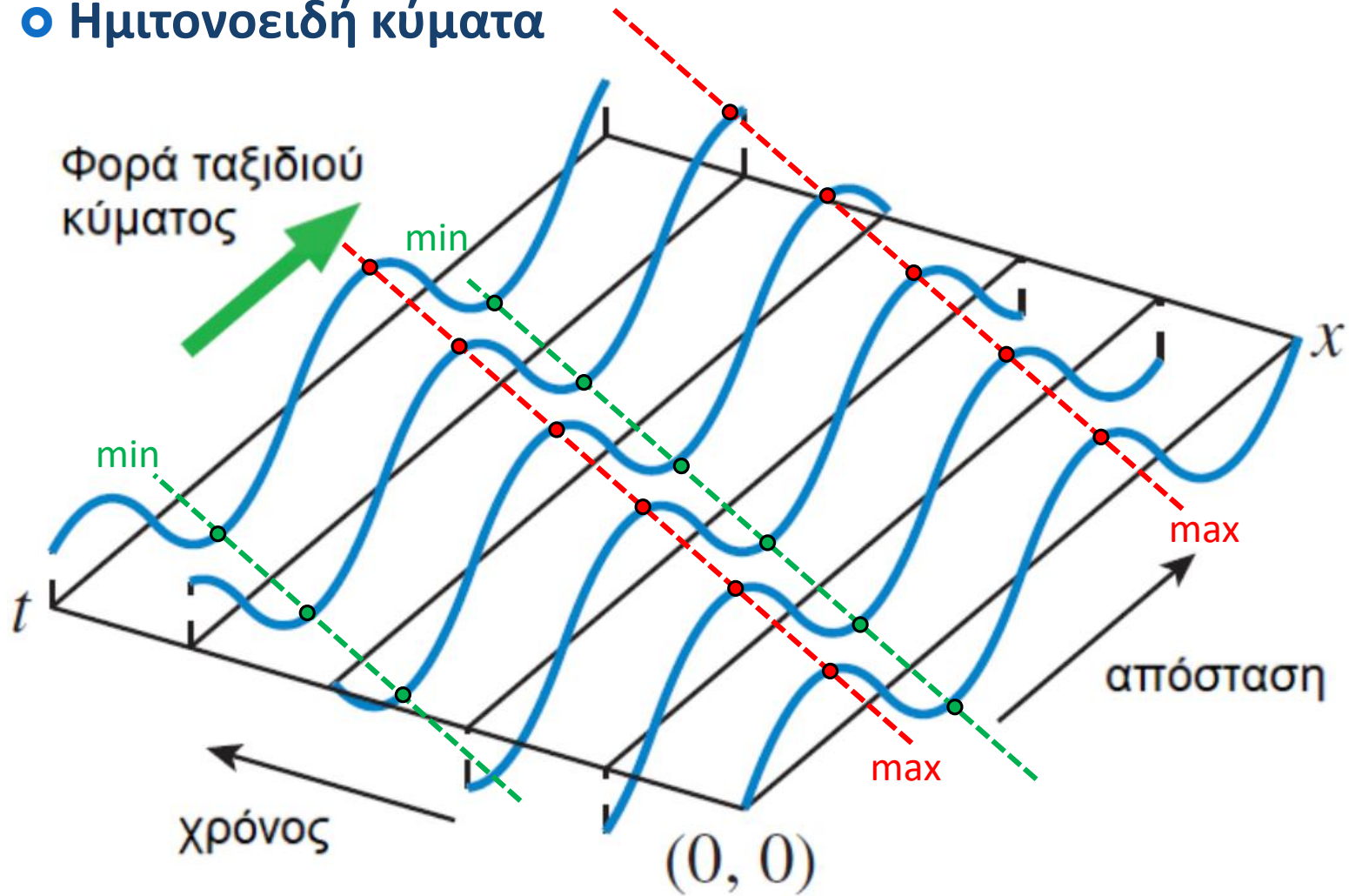
◉ Ημιτονοειδή κύματα



Όταν ένα ημιτονοειδές κύμα δημιουργείται σε ένα μέσο διάδοσης, κάθε στοιχείο του μέσου διάδοσης εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση!

Κύματα

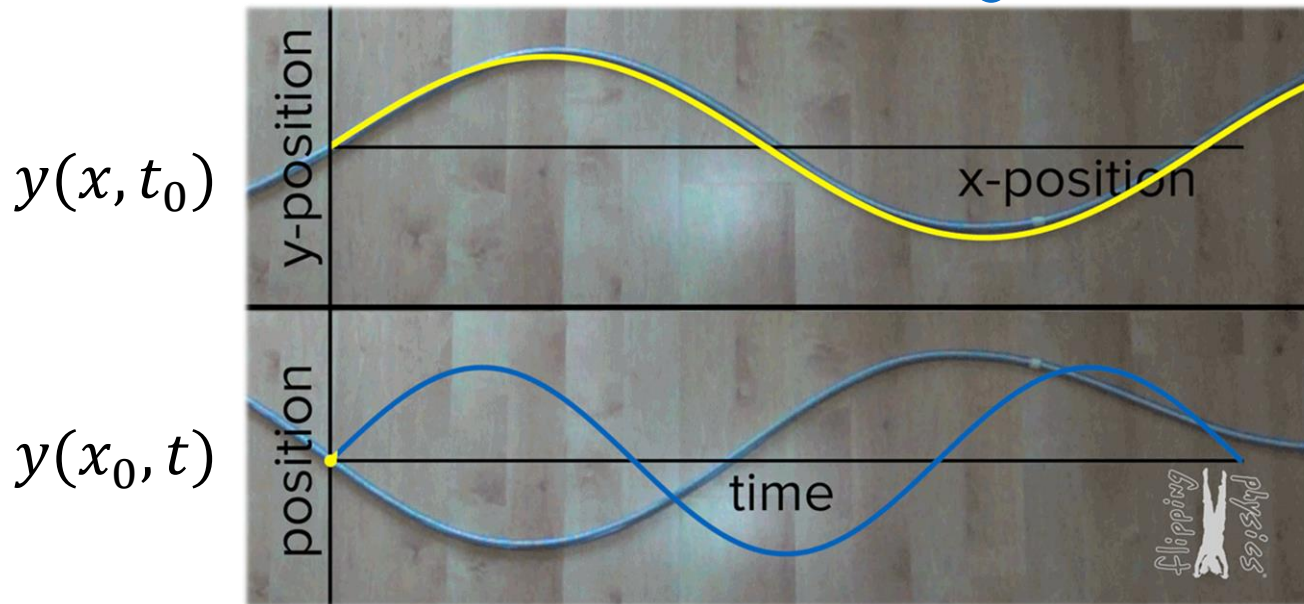
ο Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

t σταθερό:
βλέπουμε όλα τα στοιχεία
για αυτό το t



x σταθερό:
βλέπουμε ένα στοιχείο
για κάθε t

Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

- Μήκος κύματος λ

- Απόσταση!

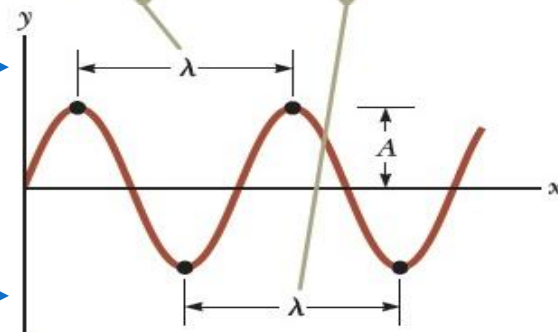
- Περίοδος T

- Χρονικό διάστημα!

- Συχνότητα f

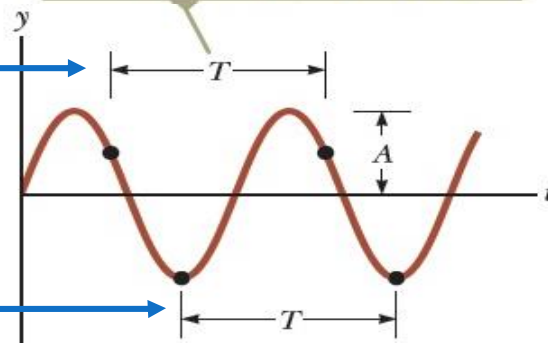
- Αριθμός κορυφών ανά μονάδα χρόνου
- $f = 1/T$
- Μετρείται σε Hertz (Hz)

Το μήκος κύματος λ ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ διαδοχικών κορυφών ή κοιλάδων.



a

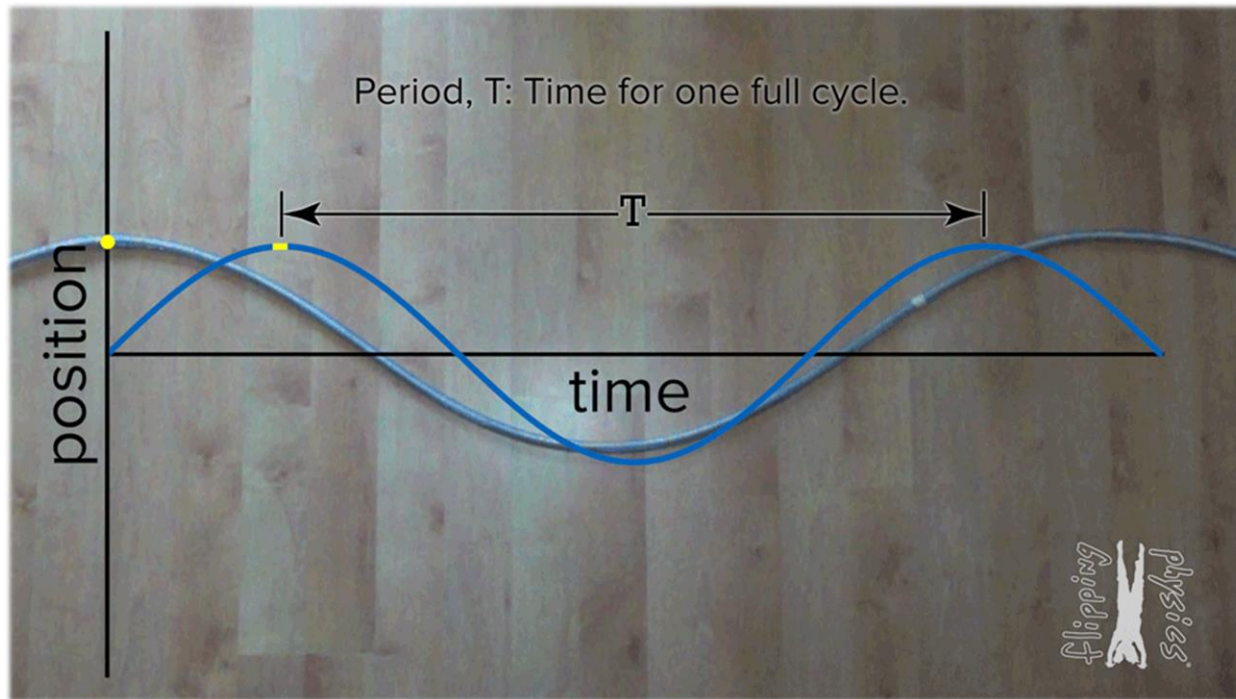
Η περίοδος T ενός κύματος είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το στοιχείο για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση ή το κύμα για να διατρέξει ένα μήκος κύματος.



b

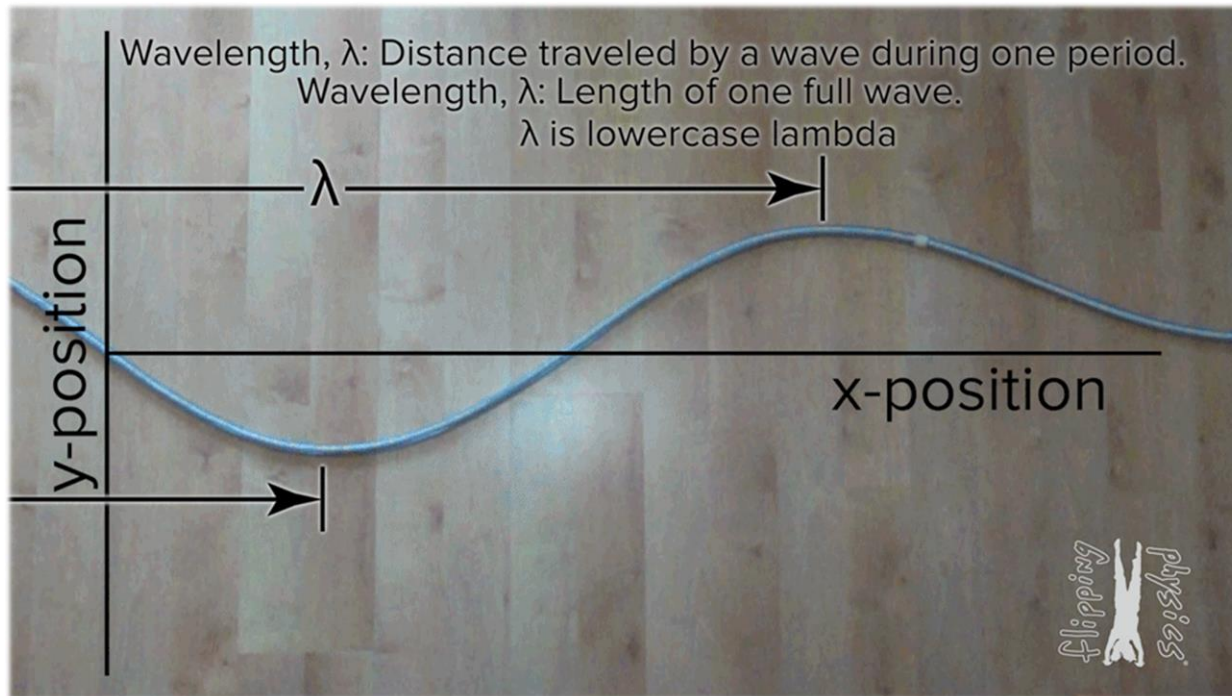
Κύματα

◉ Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

◉ Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Χρειαζόμαστε μια 3Δ συνάρτηση για την περιγραφή κύματος
- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin \left(2\pi \frac{(x \pm ut)}{\lambda} + \varphi \right)$$

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- Κυματαριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Γωνιακή συχνότητα

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- Οπότε

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

- Φωτογραφία για κάποια χρονική στιγμή t (έστω $t = 0$)

$$y(x, 0) = y(x) = A \sin(kx + \varphi)$$

- Περιγράφει **όλο το κύμα – κάθε στοιχείο x !**

- Κόβουμε μια «φέτα» της 3Δ αναπαράστασης για κάποιο t_0 (εδώ, το $t = 0$)

- «Κλειδώνουμε» ένα στοιχείο x (έστω $x = 0$)

$$y(0, t) = y(t) = A \sin(\pm \omega t + \varphi)$$

- Περιγράφει **ένα στοιχείο (το $x = 0$ εδώ) του κύματος για κάθε t !**

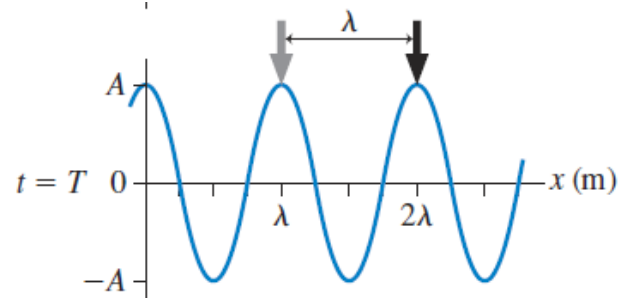
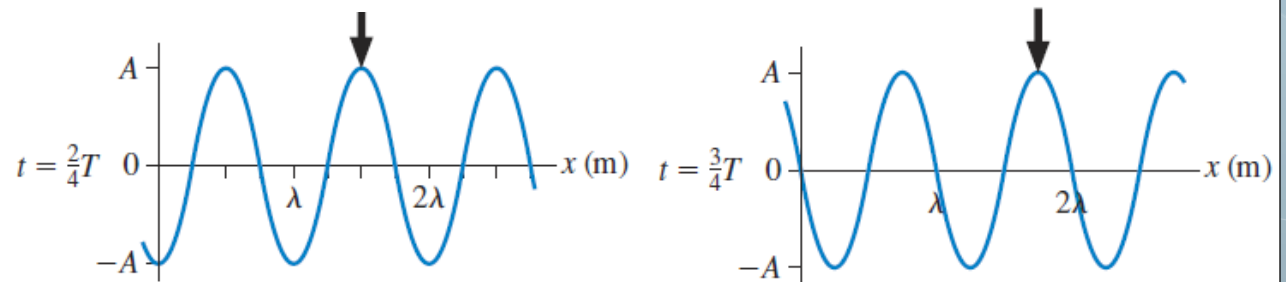
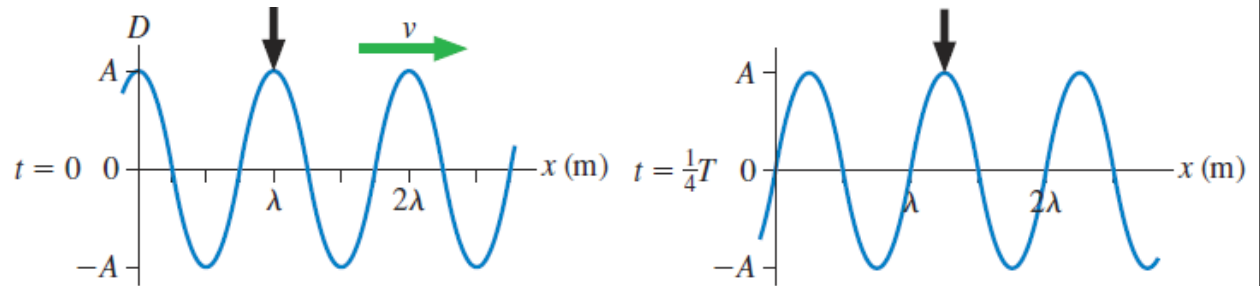
- Απλός αρμονικός ταλαντωτής!

- Κόβουμε μια «φέτα» της 3Δ αναπαράστασης για κάποιο x_0 (εδώ, το $x_0 = 0$)

Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



Το μήκος κύματος αποτελεί «συνέπεια» ενός κύματος συχνότητας f που ταξιδεύει σε μέσο στο οποίο η ταχύτητα του κύματος ισούται με u

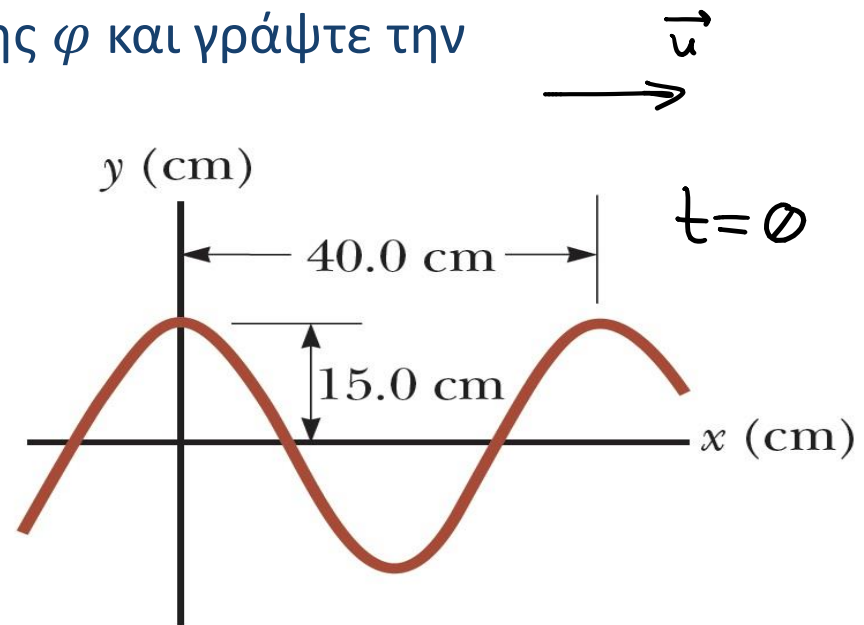
Κύματα

◉ Παράδειγμα:

◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm , μήκος 40 cm , και συχνότητα $f = 8\text{ Hz}$. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.

◉ A) Βρείτε τα k , T , ω , u .

◉ B) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.



Κύματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

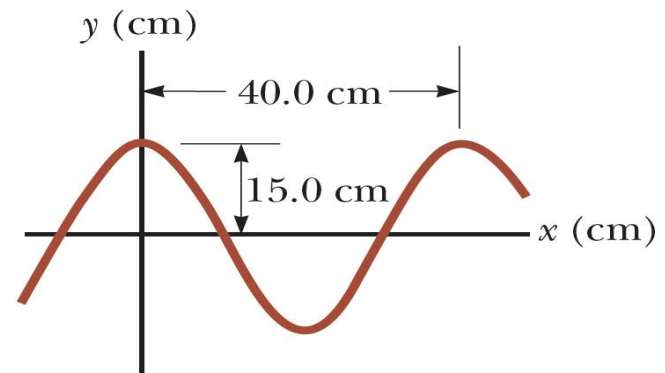
- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
 - ◉ A) Βρείτε τα k , T , ω , u .

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = \lambda f = 0.4 \cdot 8 = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Κύματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
- ◉ Β) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.

Είναι $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi) = 0.15 \sin(5\pi \cdot x - 16\pi t + \varphi)$

Είναι $y(x,0) = 0.15 \sin(5\pi x - 0 + \varphi)$

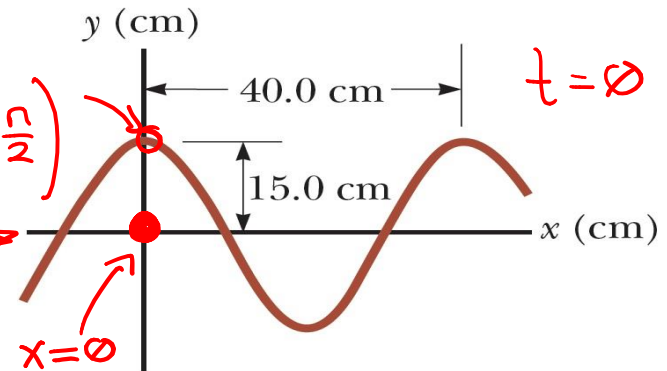
— η — $y(0,0) = 0.15 \sin(\varphi) = 0.15$, από σχήμα.

Άρα $\sin(\varphi) = 1 \rightarrow \varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} \left(\text{ή } -\frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$

Επιλέγω $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ γιατί

$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$ *

* Άρα $0.15 \cos(5\pi x - 16\pi t)$.
 $y(x,t) = 0.15 \sin\left(5\pi x - 16\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$



Κύματα

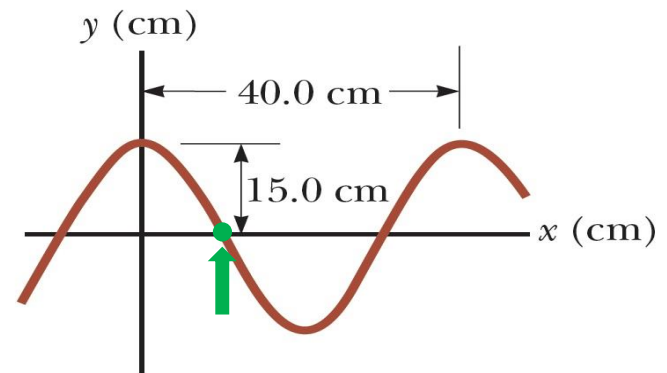
ο Παράδειγμα – Λύση:

1. $2\pi = k\lambda$
2. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$

Στην ερώτηση «*αν παίρναμε άλλο σημείο στο σχήμα, θα παίρναμε την ίδια απάντηση?*», η απάντηση είναι «*ναι*», αν και δεν έχουμε πληροφορία για όλα τα υπόλοιπα σημεία. Μπορούμε όμως να πάρουμε για παράδειγμα το «**πράσινο**» σημείο στο σχήμα. Έχει $x = \lambda/4$ και $y = 0$ και έτσι μπορούμε να κάνουμε υπολογισμούς:

Homework!

Κάντε το και συζητήστε με το διδάσκοντα αν αντιμετωπίσατε προβλήματα.



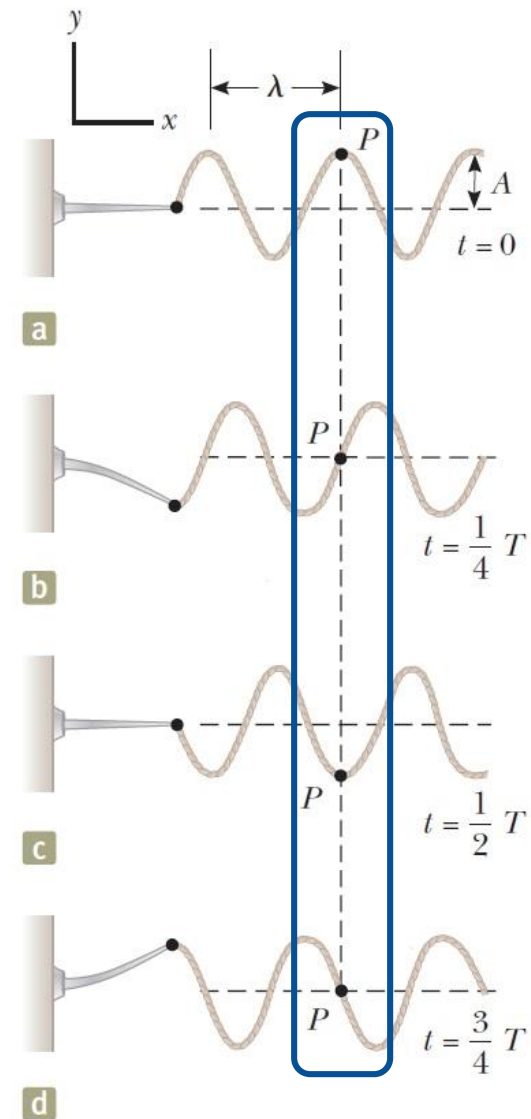
Κύματα

• Ημιτονοειδή κύματα

- Κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το κύμα του διπλανού σχήματος:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

- Άρα περιγράφει και την κίνηση κάθε σημείου του, όπως π.χ. το P



Κύματα

◉ Ημιτονοειδή κύματα

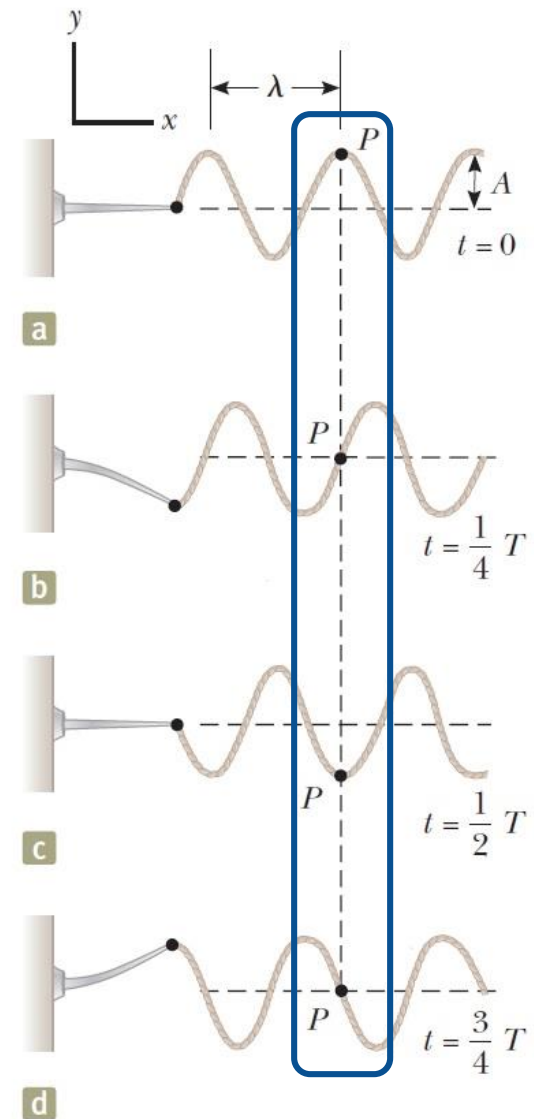
- ◉ Εγκάρσια μετατόπιση του στοιχείου P από τη θέση ισορροπίας

$$y(t) = y(x_P, t) = A \sin(kx_P - \omega t)$$

- ◉ Εγκάρσια ταχύτητα και επιτάχυνση του στοιχείου P

$$v_y(t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx_P - \omega t)$$

$$a_y(t) = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx_P - \omega t)$$



Κύματα

- Ταχύτητα Διάδοσης u κύματος σε τεντωμένο νήμα

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

όπου T η τάση του νήματος, και μ η μάζα του νήματος ανά μονάδα μήκους

- Μάζα ανά μονάδα μήκους

$$\mu = \frac{m}{l}$$

- Λέγεται και γραμμική πυκνότητα μάζας

Κύματα

○ Παράδειγμα:

Κύμα διαδίδεται σε νήμα και περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

Μετατοπίσεις και χρόνος εκφράζονται σε μονάδες του S.I.

Η γραμμική πυκνότητα μάζας του νήματος είναι $\mu = 0.005 \text{ kg/m}$.

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

Κύματα

ο Παράδειγμα – Λύση:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

$$\mu = 0.005 \text{ kg/m.}$$

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

$$A) \equiv \text{έφαρξ} \quad u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow u^2 = \frac{T}{\mu} \Rightarrow T = u^2 \cdot \mu \quad \textcircled{1}$$

$$\text{---||---} \quad u = \lambda f$$

$$\text{---||---} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 12.57 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{12.57} \text{ m} \quad \left. \vphantom{\frac{2\pi}{12.57}} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{---||---} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{638}{2\pi} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow u = \lambda f \cong 50.75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \textcircled{2} \quad . \quad \text{H} \quad \textcircled{1} \quad \xRightarrow{\textcircled{2}} \quad T = u^2 \mu \cong 12.88 \text{ N}$$

Κύματα

ο Παράδειγμα – Λύση:

$$A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

$$\mu = 0.005 \text{ kg/m.}$$

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

B) Είναι $y_{\max} = A = 0.02 \text{ m}$

Γ) Επειδή κάθε στοιχείο του κύματος εκτελεί ΑΑΤ,
φέρουμε ότι $v_{\max} = \omega A = 12.76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

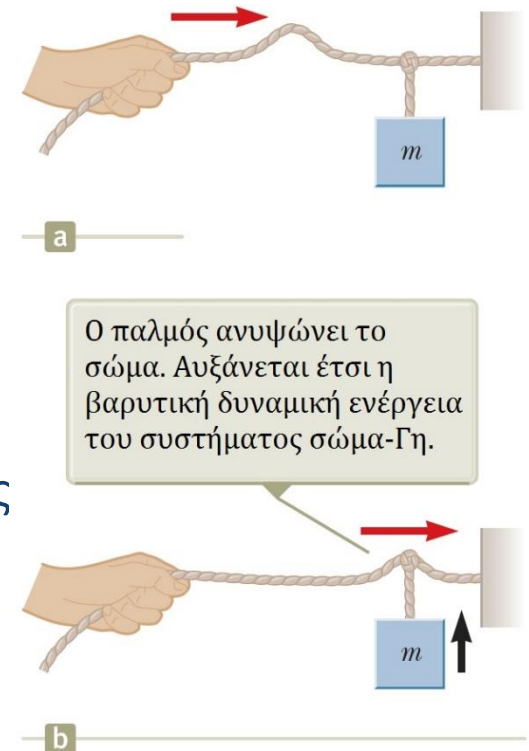
Κύματα

○ Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Είπαμε (και είδαμε) ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται **ενέργεια**
- Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;

○ Παράδειγμα:

- Έστω το {σώμα, Γη} ως **μη απομονωμένο σύστημα**
- **Ενέργεια** λόγω έργου (χέρι)
 - **Εξωτερική** στο σύστημα
- Διάδοση παλμού κατά **μήκος** του νήματος
- **Ανύψωση** σώματος
 - **Μεταβολή δυναμικής ενέργειας** συστήματος {Γη, σώμα}

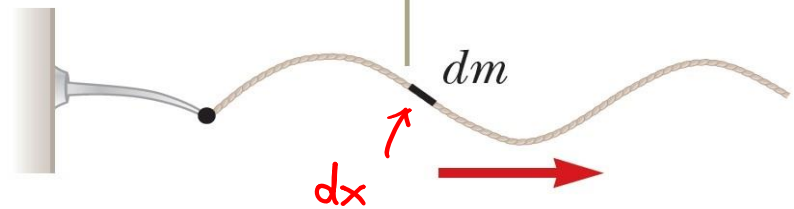


Κύματα

◉ Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- ◉ Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους dx και μάζας dm
- ◉ Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (y -άξονα)!
- ◉ Άρα έχει **κινητική και δυναμική** ενέργεια!

Κάθε απειροστά μικρό (στοιχειώδες) τμήμα του νήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, και άρα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια.



Κύματα

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{dm}{dx}$$

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- **Κινητική ενέργεια για ένα απειροστά μικρό στοιχείο νήματος**

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad (t = 0) \quad = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

- **Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος**

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

- **Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)**

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K_{\lambda} + U_{\lambda} = E_{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

- **Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Μέση Ισχύς)**

$$P = \frac{E_{μηχ.κυμ.}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 u$$

με u την ταχύτητα διάδοσης του κύματος



Τέλος Διάλεξης

