

# Physics

The image is a hand-drawn collage of physics concepts and formulas. At the top left, a piston is shown with force  $F_L$  and displacement  $x$ , with the formula  $w = 2\pi f$  and  $t = \frac{s}{v}$  nearby. To its right is a wave pulse with a particle labeled 'P' and 'N', and the equation  $v^2 = u^2 + 2as$ . Further right is a Bohr-style atom model. On the top right, a pendulum is shown with the formula  $PE = mgh$ . Below the atom is a light bulb with the formula  $PE = m \times g \times h$ . To the right of the light bulb is a circuit diagram with a voltmeter (V) and points A and B, with the formula  $I = \frac{U}{R}$ . Below the circuit is a Christmas tree decorated with lights and ornaments. At the bottom center, the equation  $s = ut + \frac{1}{2}at^2$  is written. Other formulas include  $P = \frac{W}{t}$  on the left,  $E = mgz$  at the bottom left, and  $S = V \times t$  and  $S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$  on the right. A diagram of a spring-mass system is at the bottom left, and a diagram of a right-angled triangle with a mass is at the bottom right.

# Reminder...



- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

# Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Χωρητικότητα

# Χωρητικότητα



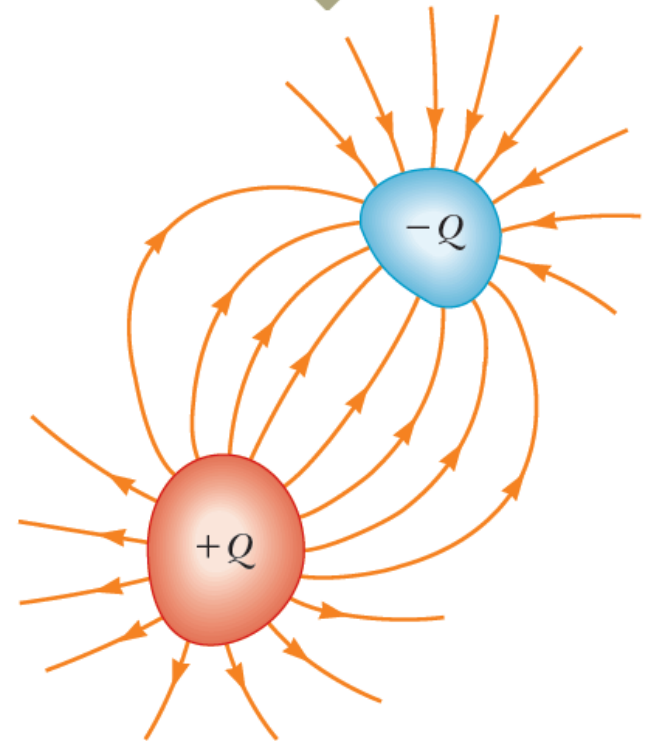
## ● Εισαγωγή

- Σε αυτή τη διάλεξη θα μιλήσουμε για το πρώτο από τα τρία βασικά συστατικά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος
- Τον **πυκνωτή!**
- Οι πυκνωτές είναι **διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια**
- Πυκνωτές χρησιμοποιούνται
  - για την επιλογή συχνότητας στο ραδιόφωνό σας
  - ως φίλτρα σε παροχές ρεύματος
  - για αποθήκευση ενέργειας όταν θέλετε να βγάλετε φωτογραφία με φλας 😊
  - κ.α.

# Χωρητικότητα

- Χωρητικότητα
- Έστω δυο αγωγοί όπως στο σχήμα
- Αυτή η διάταξη ονομάζεται **πυκνωτής**
  - Οι αγωγοί λέγονται *αγωγίμες πλάκες (ή οπλισμοί)*
  - Αν οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου  $|Q|$  και αντίθετου προσήμου, τότε αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ανάμεσά τους
    - Το συνολικό φορτίο είναι βέβαια μηδέν
- Τι καθορίζει πόσο φορτίο μπορούν να φέρουν;

Όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος, οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου και αντίθετου προσήμου.





# Χωρητικότητα

## ◉ Χωρητικότητα

- ◉ Πειραματικά, έχει δειχθεί ότι η ποσότητα φορτίου  $Q$  σε έναν πυκνωτή είναι γραμμικά **ανάλογη με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς**
- ◉ Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το **σχήμα** και την **απόσταση** των αγωγών
  - ◉ Η σταθερά αυτή ονομάζεται **χωρητικότητα**
- ◉ Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί ως  $Q = C\Delta V$ , αν ορίσουμε τη χωρητικότητα ως:
- ◉ Η **χωρητικότητα  $C$**  ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο **λόγος του μέτρου του φορτίου** σε οποιονδήποτε αγωγό προς το **μέτρο της διαφοράς δυναμικού** ανάμεσά τους:

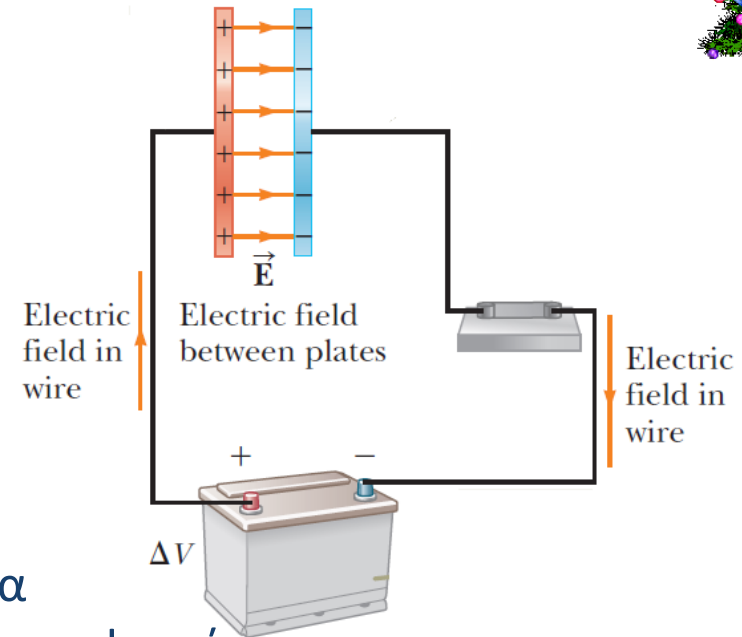
$$C \equiv \frac{|Q|}{|\Delta V|}$$

Πολύ μεγάλη μονάδα, συνήθως στην πράξη έχουμε  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$ , ή  $\text{pF}$

Μονάδα μέτρησης:  $1 \text{ C/V} = 1 \text{ Farad (F)}$  •

# Χωρητικότητα

- Χωρητικότητα
- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή
- Ένας τρόπος να τον φορτίσουμε είναι να τον συνδέσουμε σε ένα κύκλωμα με μπαταρία
- Ηλεκτρικό κύκλωμα ονομάζεται ένα μονοπάτι στο οποίο μπορούν να ρέουν φορτία
- Μπαταρία ονομάζεται μια συσκευή που μπορεί να διατηρεί μια διαφορά δυναμικού  $\Delta V$  ανάμεσα στους δυο πόλους της
- Πόλοι είναι περιοχές της μπαταρίας που φορτία μπορούν να βγαίνουν (από τον έναν) και να μπαίνουν (από τον άλλο)
- Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από καλώδια, έναν πυκνωτή, μια μπαταρία και έναν διακόπτη που ανοιγοκλείνει

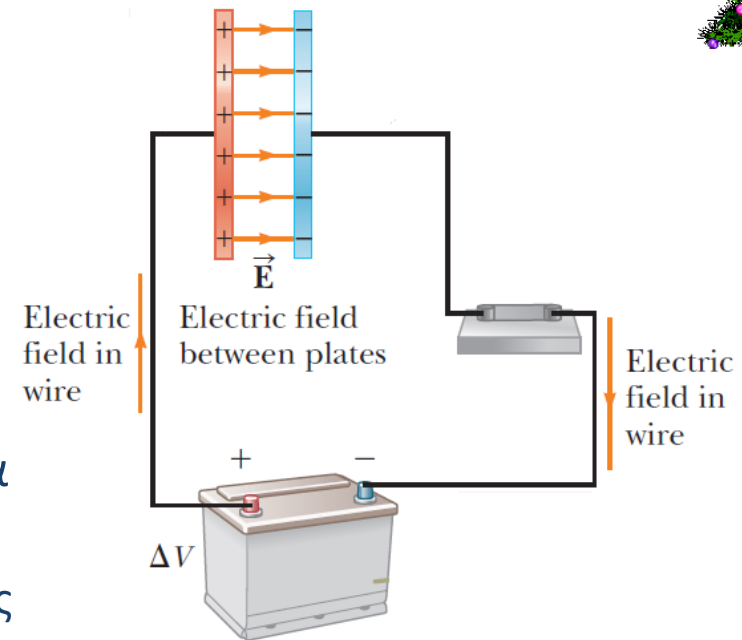




# Χωρητικότητα

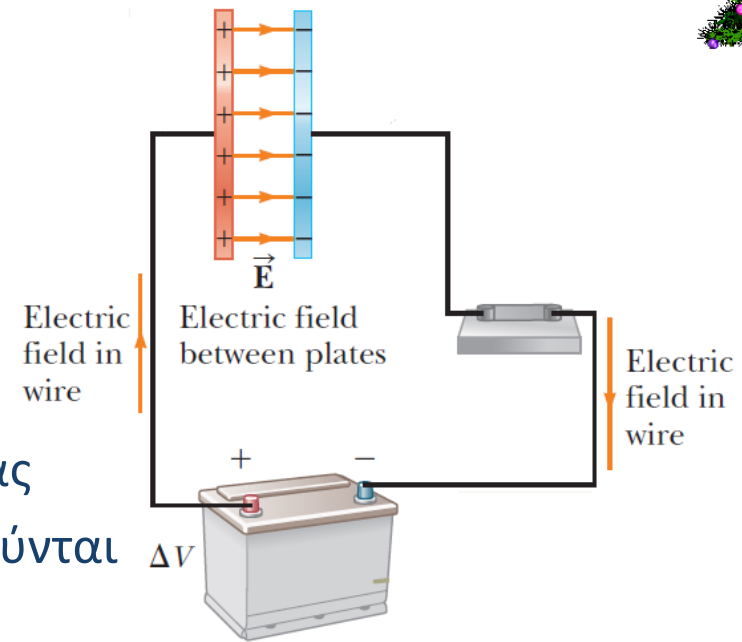
## ○ Χωρητικότητα

- Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφορτιστος, η μπαταρία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στα καλώδια
- Ας δούμε την «δεξιά» (μπλέ) πλάκα
  - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού μεταξύ πόλου και πλάκας
  - Εγείρεται ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο → ηλεκτρ. δύναμη στα ηλεκτρόνια του → κινούνται προς την πλάκα
    - Θυμηθείτε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται πάντα προς περιοχές υψηλού δυναμικού (αντίθετα της φοράς του ηλεκτρικού πεδίου)!
  - Η κίνηση συνεχίζεται ως ότου η πλάκα, το καλώδιο, και ο αρνητικός πόλος της μπαταρίας έχουν όλα το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
  - Όταν αυτό γίνει, η διαφορά δυναμικού παύει να υπάρχει → δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο και τα ηλεκτρόνια δεν κινούνται
  - Η (μπλέ) πλάκα φέρει πλέον αρνητικό φορτίο  $-Q$



# Χωρητικότητα

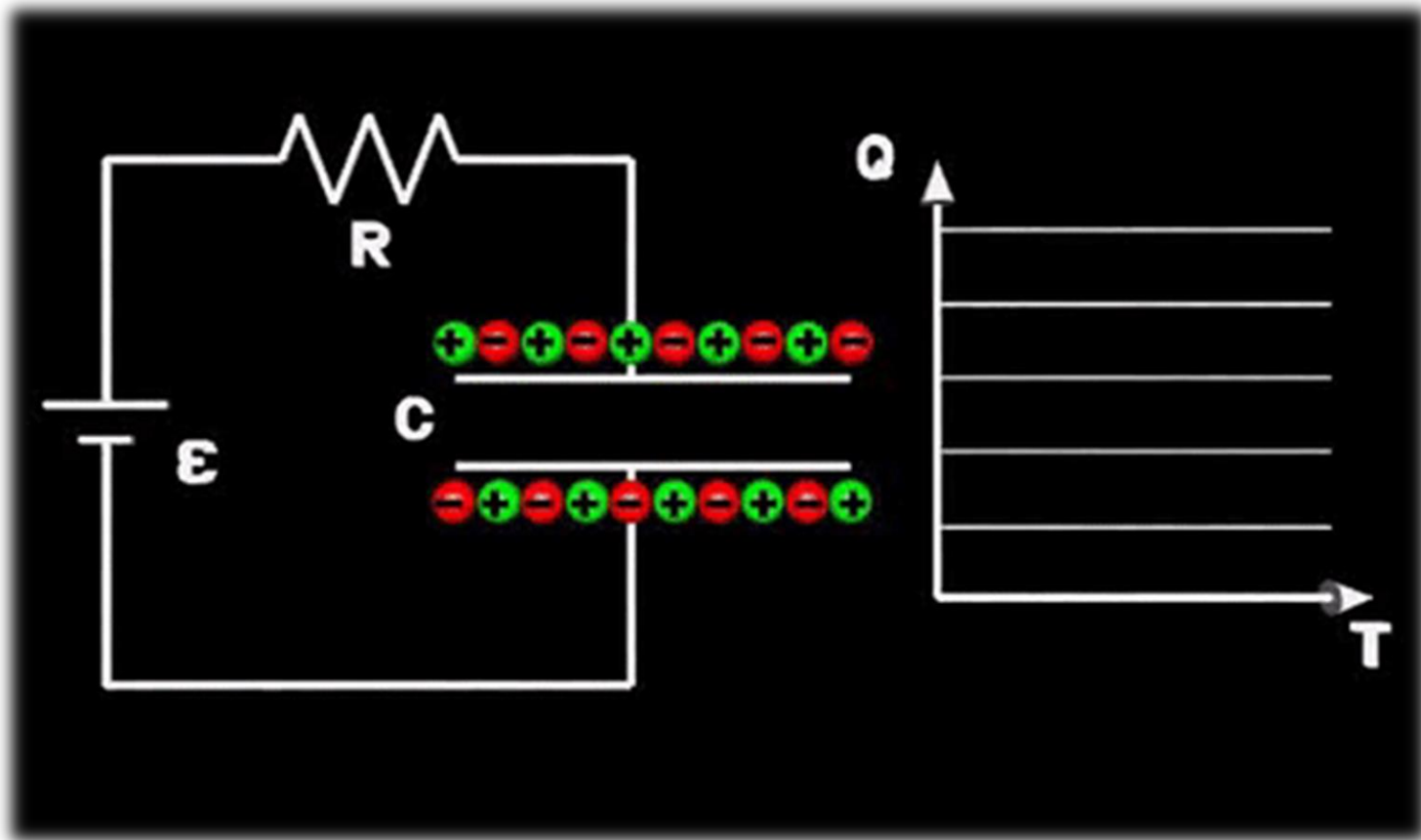
- Χωρητικότητα
- Όμοια ισχύουν και για τη «αριστερή» (κόκκινη) πλάκα
- Εγκαθίσταται διαφορά δυναμικού μεταξύ πλάκας και πόλου μπαταρίας
- ...μόνο που εκεί τα ηλεκτρόνια κινούνται από την πλάκα στο καλώδιο
  - ... αφού κινούνται προς περιοχές υψηλού δυναμικού, αντίθετα δηλ. της φοράς του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου
  - ...αφήνοντάς τη φορτισμένη θετικά
- Στο τέλος, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων της μπαταρίας είναι ίδια με αυτήν ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.
- Τότε η αριστερή πλάκα έχει το ίδιο δυναμικό με το θετικό πόλο, όπως και η δεξιά πλάκα με τον αρνητικό πόλο
- Έτσι, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού πλέον → πυκνωτής φορτισμένος!





# Χωρητικότητα

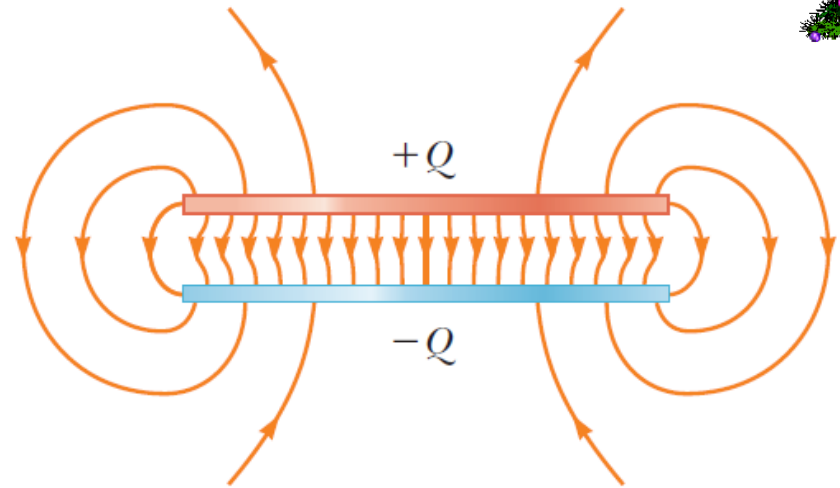
## ○ Χωρητικότητα



# Χωρητικότητα

- Χωρητικότητα

- Στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή είναι όπως στο σχήμα δεξιά



- Είναι όμως βολικό να θεωρούμε ότι αν οι πλάκες βρίσκονται σε απόσταση  $d$  πολύ μικρή
  - ...δηλ. οι πλάκες είναι πολύ κοντά μεταξύ τους...
  - ...τότε το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους είναι σχεδόν ομογενές
- Αγνοούμε τα (ενδιαφέροντα) φαινόμενα που συμβαίνουν στα άκρα των πλακών





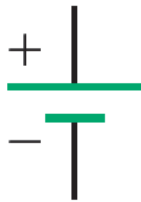
# Χωρητικότητα

- Συνδυασμοί Πυκνωτών
- Συμβολισμοί

Σύμβολο  
πυκνωτή



Σύμβολο  
μπαταρίας



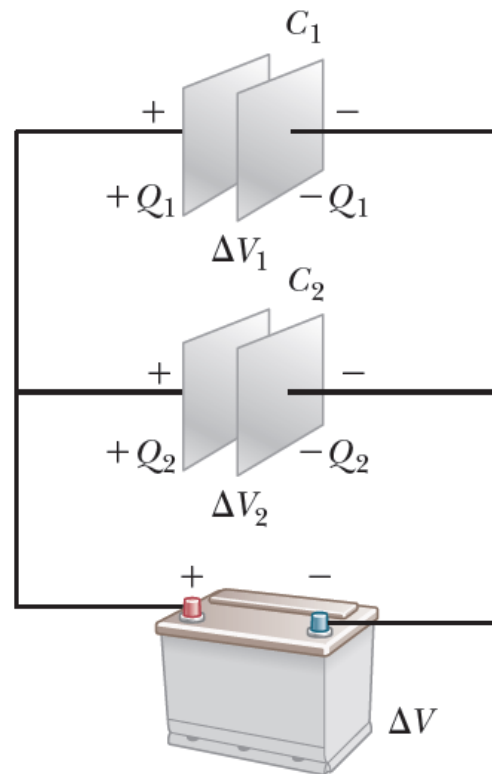
Σύμβολο  
διακόπτη



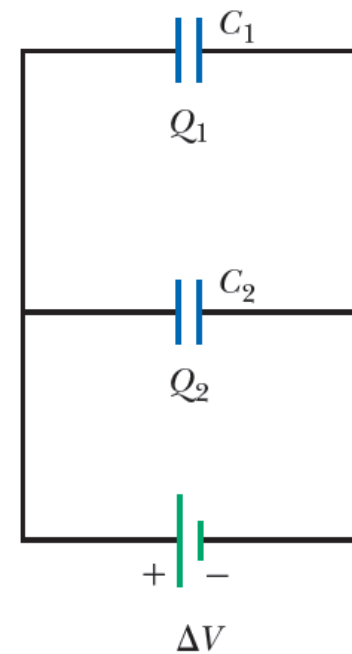
Ανοιχτό



Κλειστό



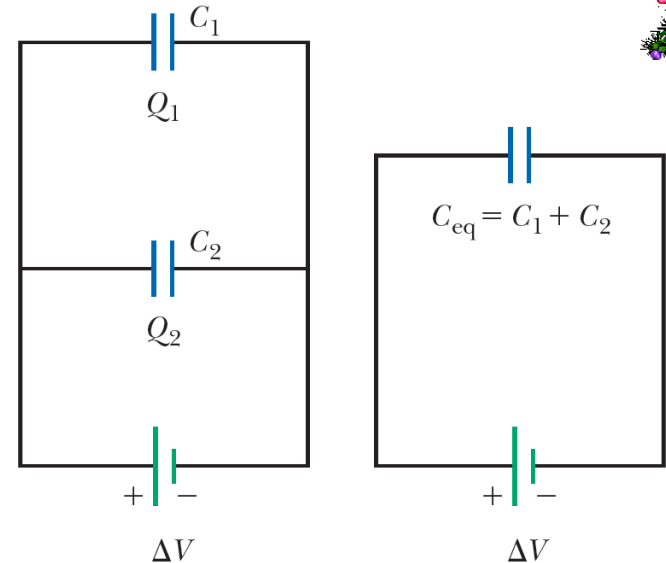
a



b

# Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Στο σχήμα βλέπετε τη λεγόμενη **παράλληλη σύνδεση** δυο πυκνωτών με την μπαταρία
- Η λέξη «παράλληλα» **δεν έχει να κάνει με τη σχεδίαση**
- Έχει να κάνει με το ότι οι πυκνωτές είναι **απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον ένα τους οπλισμό και απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον άλλο**
- Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα των δυο ομάδων των συνδεδεμένων οπλισμών
- Άρα όλοι οι πυκνωτές έχουν την **ίδια διαφορά δυναμικού** στα άκρα τους!





# Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων παράλληλα είναι η ίδια και ίση με  $\Delta V$

- Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

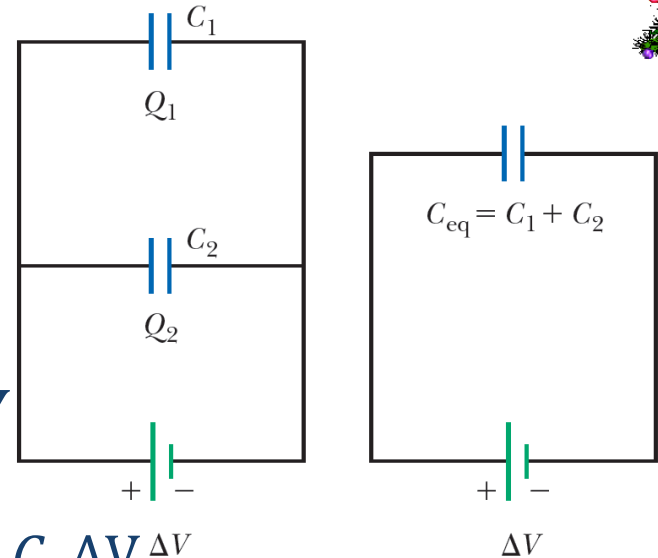
- Το συνολικό φορτίο είναι

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2) \Delta V$$

- Άρα οι δυο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν, με χωρητικότητα  $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Γενικότερα: **παράλληλη σύνδεση πυκνωτών**

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$



# Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Η διαφοράς δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων **σε σειρά** είναι διαφορετικές

- Ξανά, το «σε σειρά» **δε σημαίνει κάτι όσον αφορά τη σχεδίαση**

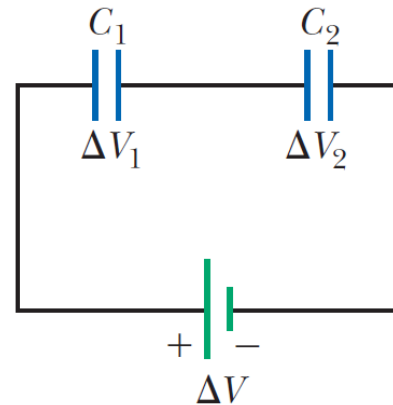
- Σημαίνει ότι οι πυκνωτές συνδέονται σειριακά, ο ένας μετά τον άλλο, και όποια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται, αυτή εφαρμόζεται στα άκρα της όλης συνδεσμολογίας πυκνωτών

- Συγκεκριμένα:

- Η αριστερή πλάκα του  $C_1$  και η δεξιά πλάκα του  $C_2$  είναι συνδεδεμένες με την πηγή

- Οι άλλες δυο πλάκες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους μόνο

- Το συνολικό τους φορτίο είναι μηδέν, και πρέπει να παραμείνει τόσο, εφόσον αποτελούν ηλεκτρικά απομονωμένο σύστημα!

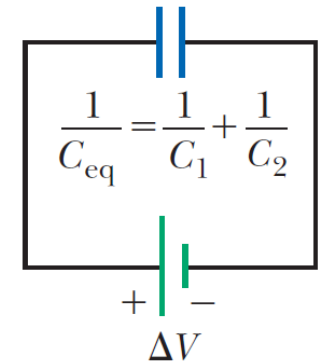
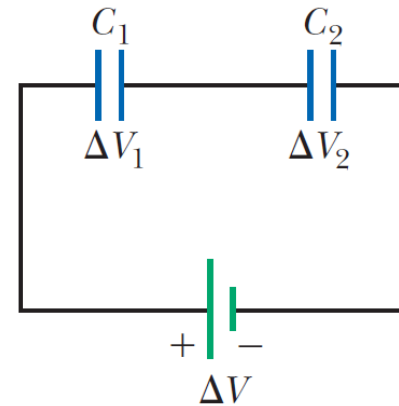


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



# Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Ας θεωρήσουμε αρχικά αφόρτιστους πυκνωτές
- Όταν συνδέσουμε την μπαταρία, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από την αριστερή πλάκα του  $C_1$  στη δεξιά πλάκα του  $C_2$
- Ένα ισόποσο αρνητικό φορτίο εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του  $C_2$ , και άρα αυτή έχει πλεόνασμα φορτίου (θετικού)
- Το αρνητικό φορτίο που εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του  $C_2$  προκαλεί συσσώρευση αρνητικού φορτίου στην δεξιά πλάκα του  $C_1$
- Έτσι, και οι δυο πυκνωτές έχουν δεξιές πλάκες με φορτίο  $-Q$  και αριστερές πλάκες με φορτίο  $+Q$





# Χωρητικότητα

## • Συνδυασμοί Πυκνωτών

- Το φορτίο των δυο πυκνωτών σε σειρά είναι ίδιο,  $Q_1 = Q_2 = Q$

- Προφανώς ισχύει  $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ :

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή που έχει την ίδια επίδραση στο κύκλωμα με τους δυο πυκνωτές

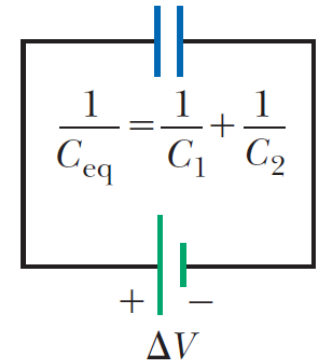
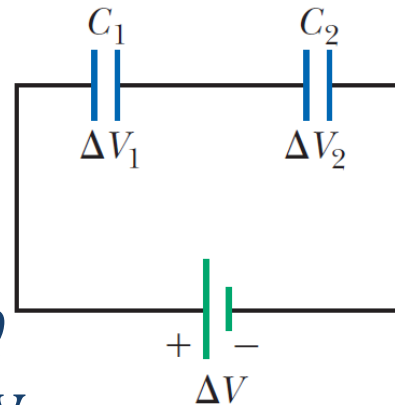
$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \Leftrightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

- Άρα γενικά: **σειριακή σύνδεση πυκνωτών**

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$



$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}}$$





# Χωρητικότητα

- Συνοψίζοντας:
- Παράλληλη σύνδεση:
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο το άθροισμα των επιμέρους φορτίων** και **ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους πυκνωτές**
  - Χωρητικότητα ίση με το **άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων**
- Σειριακή σύνδεση:
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο ίδιο με τα επιμέρους φορτία** και **διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού**
  - Χωρητικότητα ίση με το **αντίστροφο άθροισμα των αντίστροφων επιμέρους χωρητικοτήτων**

$$Q_{eq} = \sum Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \Delta V_i$$

$$C_{eq} = \sum C_i$$

$$Q_{eq} = Q_i$$

$$\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$$

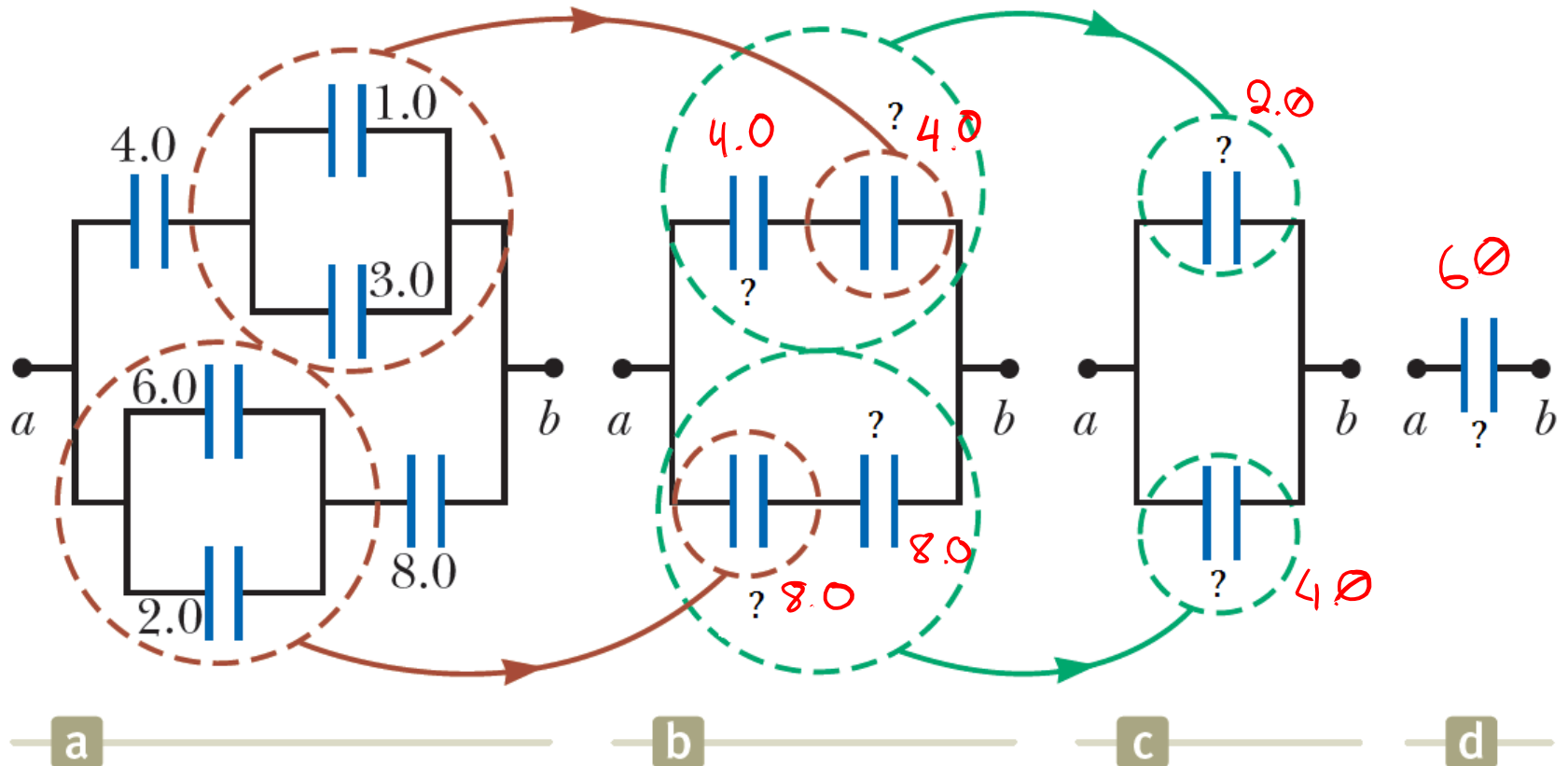
$$C_{eq} = \left( \sum \frac{1}{C_i} \right)^{-1}$$

# Χωρητικότητα

- Παράδειγμα:** Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα για τη διάταξη του σχήματος (a)

Σειριακά:  $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$

Παράλληλα:  $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$



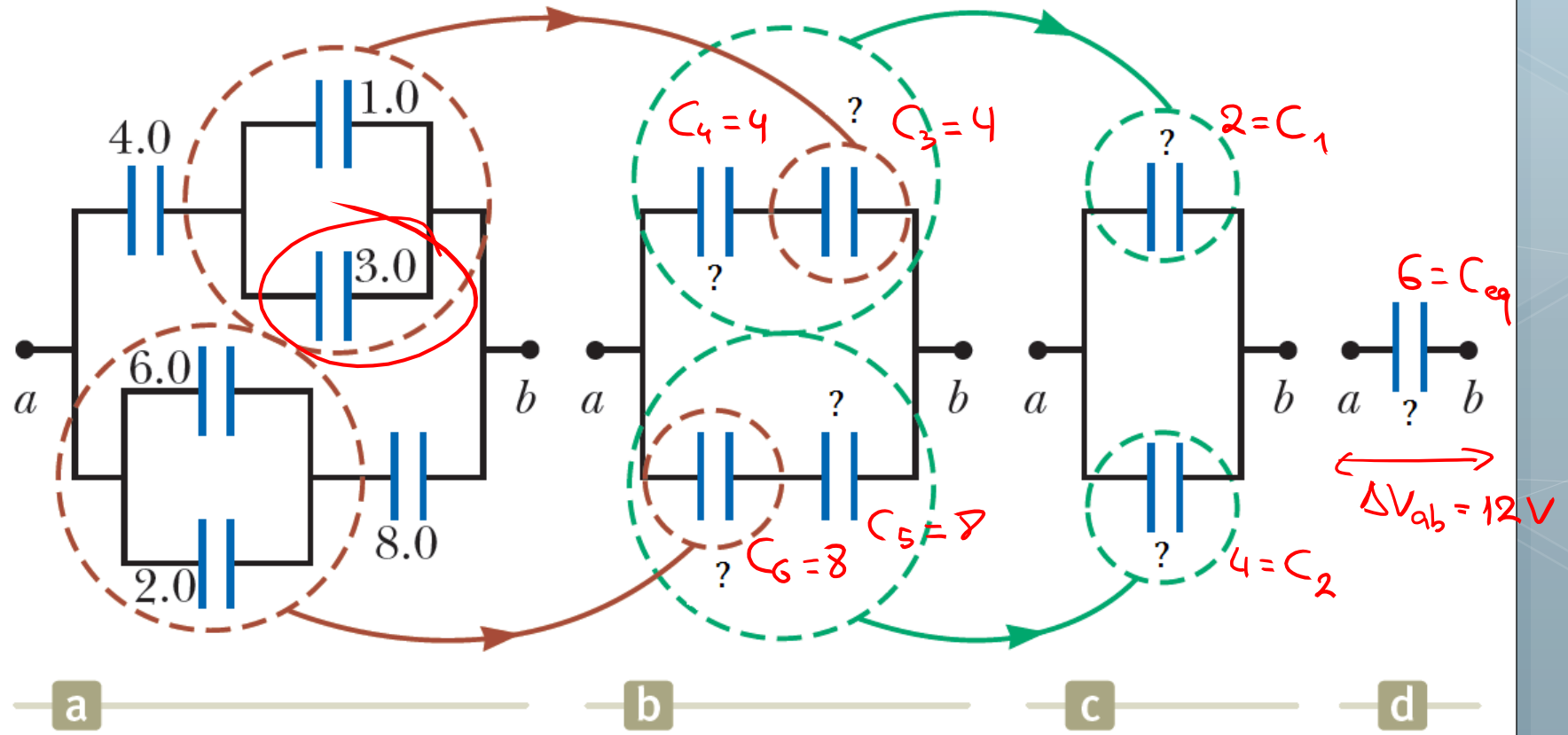


# Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:** Αν  $\Delta V_{ab} = 12\text{ V}$ , βρείτε το φορτίο του πυκνωτή χωρητικότητας  $C = 3\text{ }\mu\text{F}$

Σειριακά:  $\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$

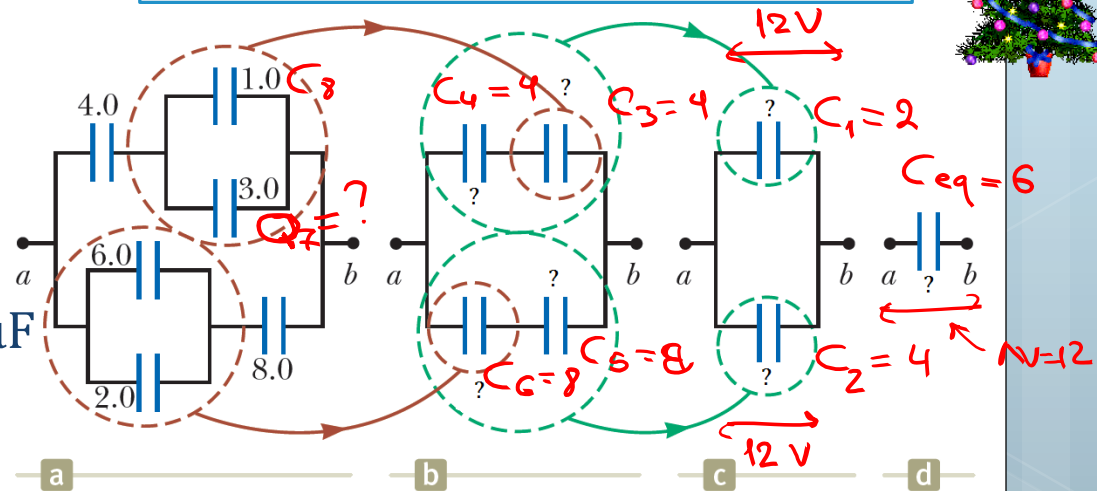
Παράλληλα:  $\Delta V_{eq} = \Delta V_i$



# Χωρητικότητα

## Παράδειγμα:

Αν  $\Delta V_{ab} = 12\text{ V}$ , βρείτε το  $Q$  του πυκνωτή  $C = 3\ \mu\text{F}$



Αρα  $\Delta V_{ab} = 12\text{ V}$ , τότε

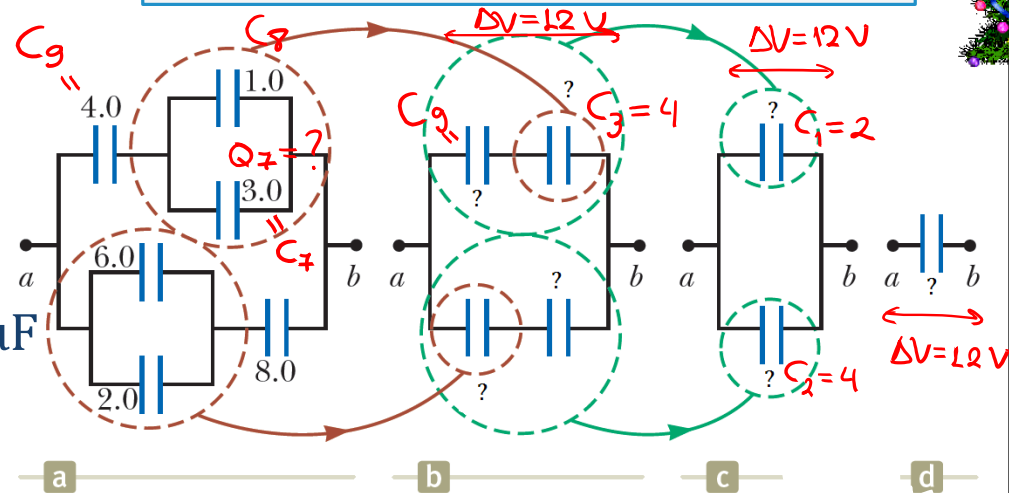
$Q_{eq} = C_{eq} \Delta V_{ab} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 72\ \mu\text{C}$ . Λόγω παράλληλης σύνδεσης στο (c), θα έχουμε  $\Delta V_{C_1} = \Delta V_{C_2} = \Delta V_{ab} = 12\text{ V}$ . Το φορτίο του  $C_1$  θα είναι  $Q_1 = C_1 \cdot \Delta V_{C_1} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 = 24\ \mu\text{C}$ . Λόγω σειράς σύνδεσης,  $Q_3 = Q_4 = Q_1 = 24\ \mu\text{C}$ , στο σχήμα (b). Ο πυκνωτής  $C_3$  είναι ο ισοδύναμος των  $C_7, C_8$  (με τον  $C_7$  να μας ενδιαφέρει) στο σχήμα (a). Λόγω παράλληλης σύνδεσης των  $C_7, C_8$ , θα έχουμε  $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_8} = \Delta V_{C_3}$ , με  $\Delta V_{C_3} = \frac{Q_3}{C_3}$   
 δηλ.  $\Delta V_{C_3} = \frac{24}{4} = 6\text{ V}$



# Χωρητικότητα

## Παράδειγμα:

Αν  $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$ , βρείτε το  $Q$  του πυκνωτή  $C = 3 \mu\text{F}$



Άρα  $\Delta V_{C_7} = \Delta V_{C_3} = 6 \text{ V}$

Οπότε τελικά  $Q_7 = C_7 \cdot \Delta V_{C_7} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 18 \mu\text{C}$

Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C = 3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  έχει φορτίο  $Q = 18 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

→ Αν ζητούνταν το φορτίο του  $C_8$ ? Οι  $C_7, C_8$  έχουν την ίδια  $\Delta V$  στα άκρα τους, την  $\Delta V_3 = 6 \text{ V}$ , λόγω παραλληλίας συνδεσμολογίας.

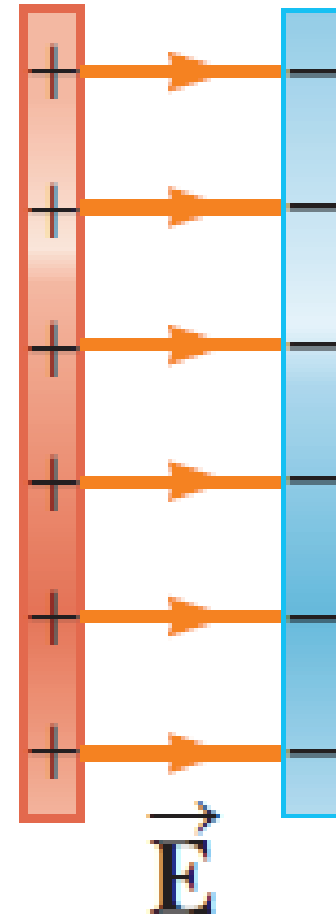
Άρα  $Q_8 = C_8 \cdot \Delta V_3 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 6 \mu\text{C}$

→ Αν ζητούνταν το φορτίο του πυκνωτή  $C_9 = 4 \mu\text{F}$ ? Στην σειράνη σύνδεση των  $C_9, C_3$ , το φορτίο είναι το ίδιο. Αρα  $Q_3 = 24 \mu\text{C}$ , επίσης θα είναι  $Q_9 = 24 \mu\text{C}$

# Χωρητικότητα



- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας θεωρήσουμε μια απλουστευμένη, «μηχανική» διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή
  - Ένα μικρό ποσό φορτίου μεταφέρεται από τη μια πλάκα μέσω ηλ. δύναμης προς την άλλη πλάκα
    - Παράγεται **έργο** στο φορτίο
  - Δημιουργείται μια **διαφορά δυναμικού** (μικρή) ανάμεσα στις πλάκες
  - Όσο μεταφέρουμε φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη, τόσο **μεγαλώνει** η διαφορά δυναμικού
    - **Περισσότερο έργο** απαιτείται για τη μεταφορά μιας ποσότητας φορτίου
  - Το έργο που παράγεται στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη εμφανίζεται ως **μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος** (διατήρηση της ενέργειας)







# Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας υποθέσουμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο  $q$  σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας φόρτισης
  - Η διαφορά δυναμικού θα είναι  $\Delta V = \frac{q}{C}$
- Το έργο  $dW$  που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου  $dq$  από μια πλάκα φορτίου  $-q$  σε αυτή φορτίου  $+q$  είναι

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Άρα το συνολικό έργο που απαιτείται για τη φόρτιση του πυκνωτή από μηδενικό φορτίο σε φορτίο  $Q$  είναι:

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$



# Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Το έργο που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια  $U_E$  και άρα

$$U_E = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^2}{C} \right) = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

- Θεωρούμε την ενέργεια σε έναν πυκνωτή ως αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες του, όσο φορτίζεται
- Αποδεικνύεται ότι για έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες εμβαδού  $A$  που απέχουν απόσταση  $d$ , είναι

$$U_E = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d E^2$$



Τέλος Διάλεξης

