



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από διαφορετικά κύματα που «προστίθενται» στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από διαφορετικά κύματα που «προστίθενται» στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Υπέρθεση

- Μελέτη κυματικής
- Βασική **διαφορά** κυμάτων από σωματίδια
 - **Συνδυασμός σωματιδίων δίνει ένα σώμα**
 - Για να συμβεί πρέπει τα σωματίδια να βρίσκονται σε **διαφορετικά** σημεία του χώρου
 - **Συνδυασμός κυμάτων δίνει ένα κύμα**
 - Για να συμβεί πρέπει τα κύματα να βρίσκονται στο **ίδιο** σημείο!
- **Σημαντικό:** τα κύματα μπορούν να συνδυαστούν, να συνυπάρξουν, να συμβάλλουν στην **ίδια** θέση του χώρου!
 - Για να αναλύσουμε τέτοιες συμπεριφορές, απαιτείται η

αρχή της υπέρθεσης

Υπέρθεση

- Αρχή της υπέρθεσης

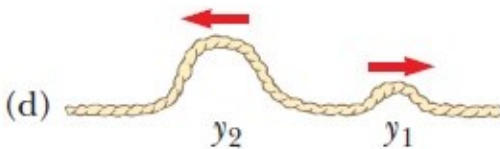
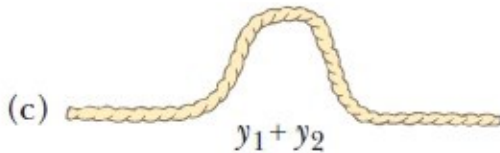
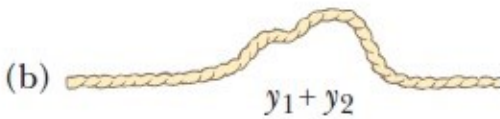
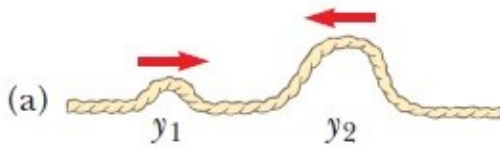
- Αν σε κάποιο μέσο διαδίδονται δυο ή περισσότερα κύματα, η συνισταμένη τιμή της κυματοσυνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο είναι το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των κυματοσυναρτήσεων των επιμέρους κυμάτων

- Τέτοια κύματα λέγονται **γραμμικά**

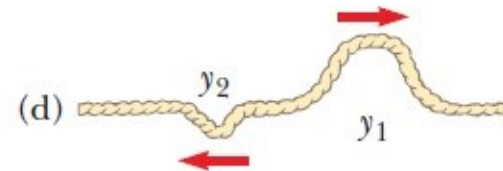
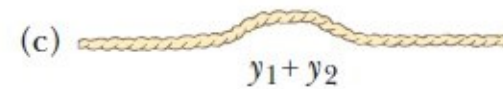
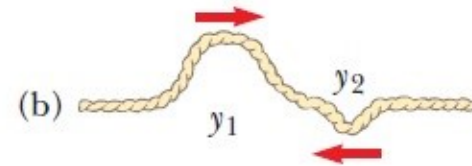
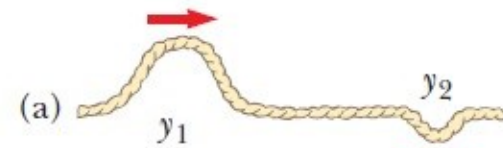
- Ο συνδυασμός δυο διαφορετικών κυμάτων στην ίδια περιοχή του χώρου λέγεται **συμβολή**

Υπέρθωση

ο Αρχή της υπέρθεσης



Ενισχυτική Συμβολή



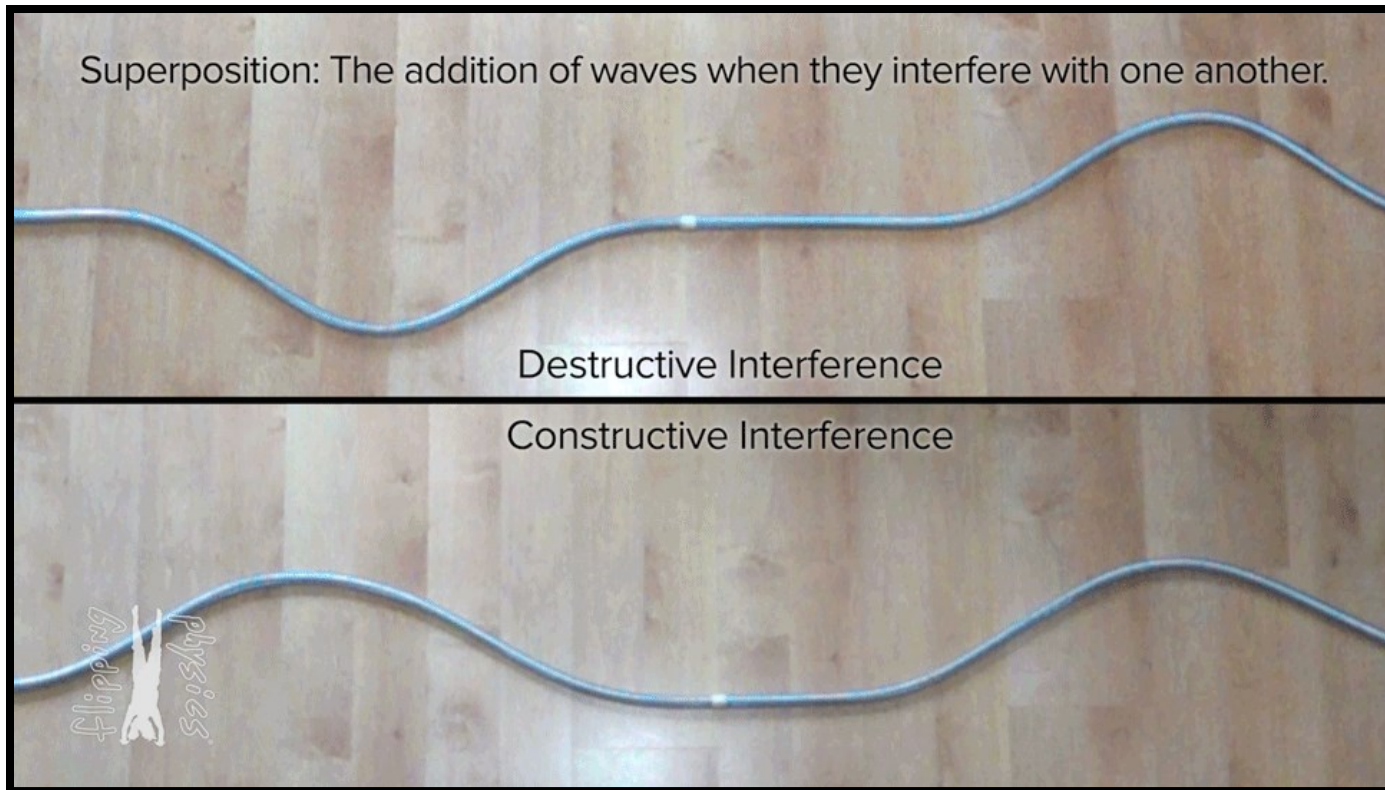
Καταστρεπτική Συμβολή

Υπέρθωση

- Αρχή της υπέρθωσης

Υπέρθωση

ο Αρχή της υπέρθεσης



Υπέρθωση

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

• Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων

- Δυο ημιτονοειδή κύματα που διαδίδονται προς μια κατεύθυνση
 - Ίδια συχνότητα ω , μήκος κύματος λ , και πλάτος A
 - Διαφορετική αρχική φάση φ

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

- $$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

$$= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)]$$

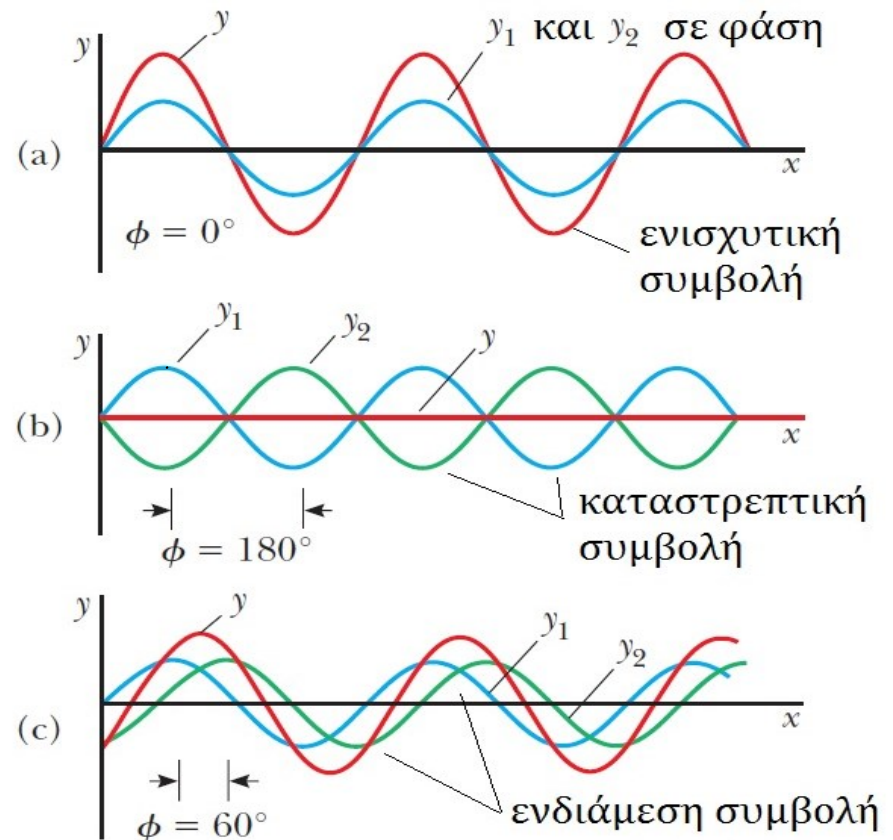
$$= \left[2A \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Υπέρθωση

Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων

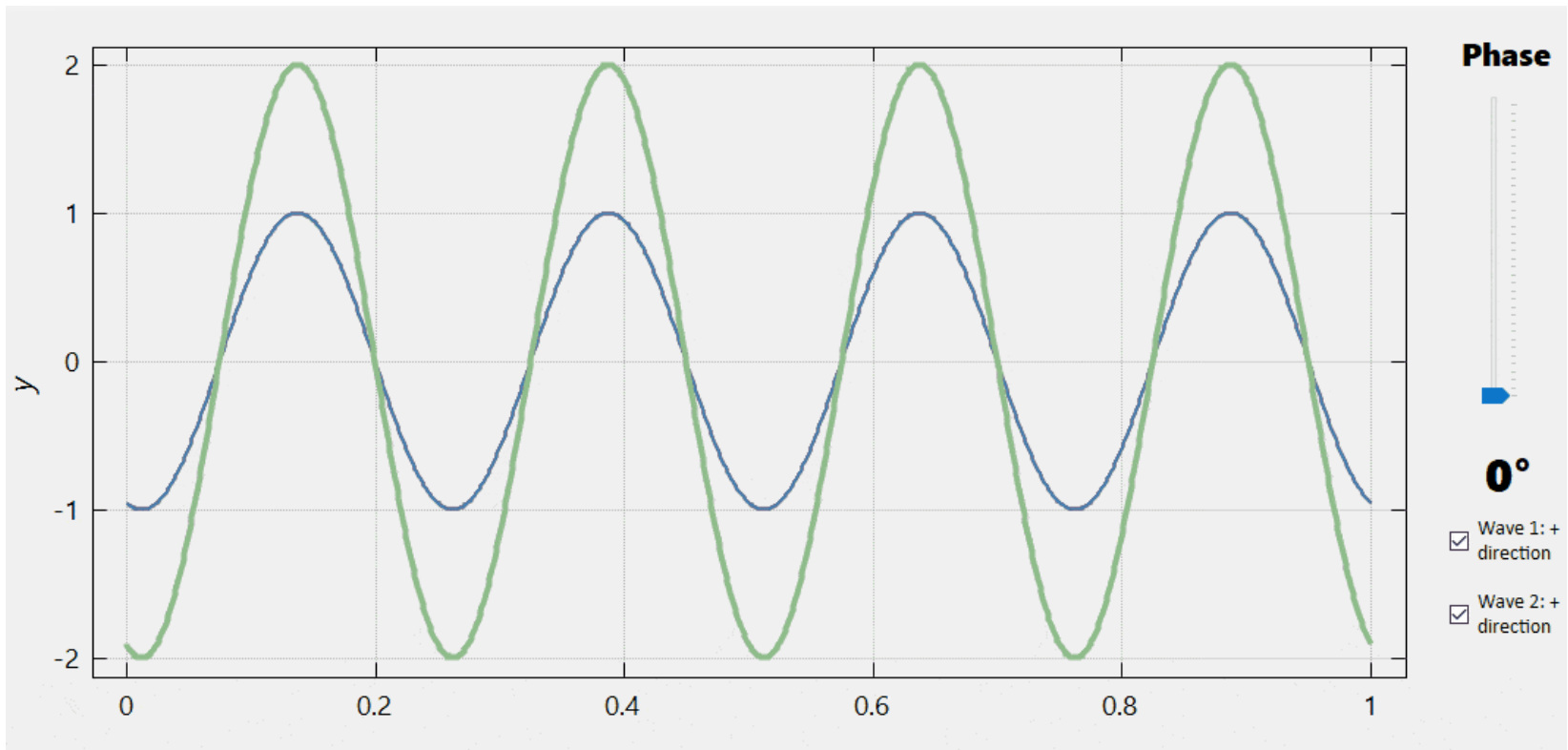
- $y(x, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$

- Ίδια συχνότητα
- Ίδιο μήκος κύματος
- (α) $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$
 - Πλάτος $2A$
 - Κύματα **σε φάση**
 - **Ενισχυτική συμβολή**
- (β) $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$
 - Πλάτος 0
 - Κύματα **εκτός φάσης**
 - **Καταστρεπτική συμβολή**
- (γ) Άλλες περιπτώσεις
 - $0 < \text{Πλάτος} < 2A$



Υπέρθωση

○ Υπέρθωση ημιτονοειδών κυμάτων



Υπέρθωση

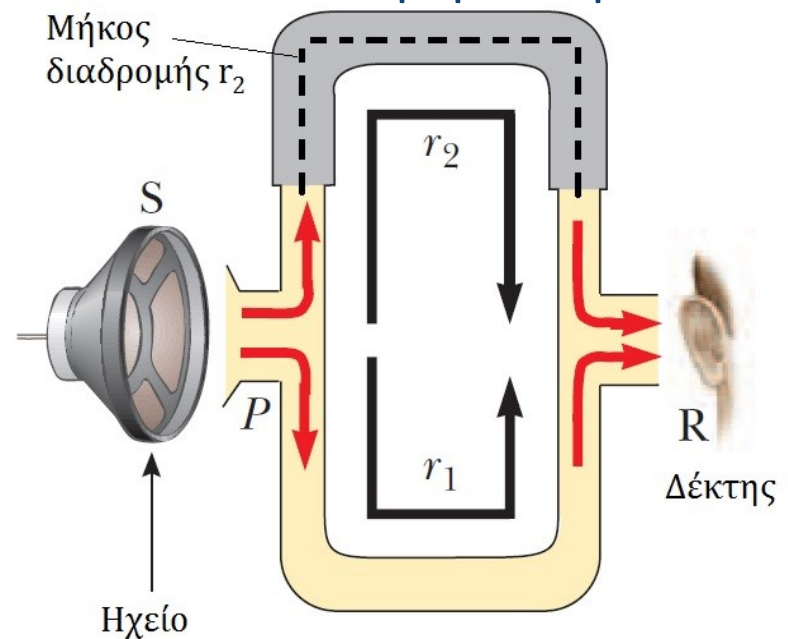
- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Τα κύματα έχουν εν γένει το καθένα τη δική του αρχική φάση
 - ...ενώ μπορεί να διανύουν και διαφορετικές διαδρομές

- Ηχητικά κύματα από το ηχείο ακολουθούν διαφορετική διαδρομή

- Έχουν το ίδιο πλάτος A και συχνότητα ω

- Απόσταση ηχείου από δέκτη = μήκος διαδρομής



Υπέρθεση

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Διαφορά διαδρομής

$$\Delta r = |r_2 - r_1|$$

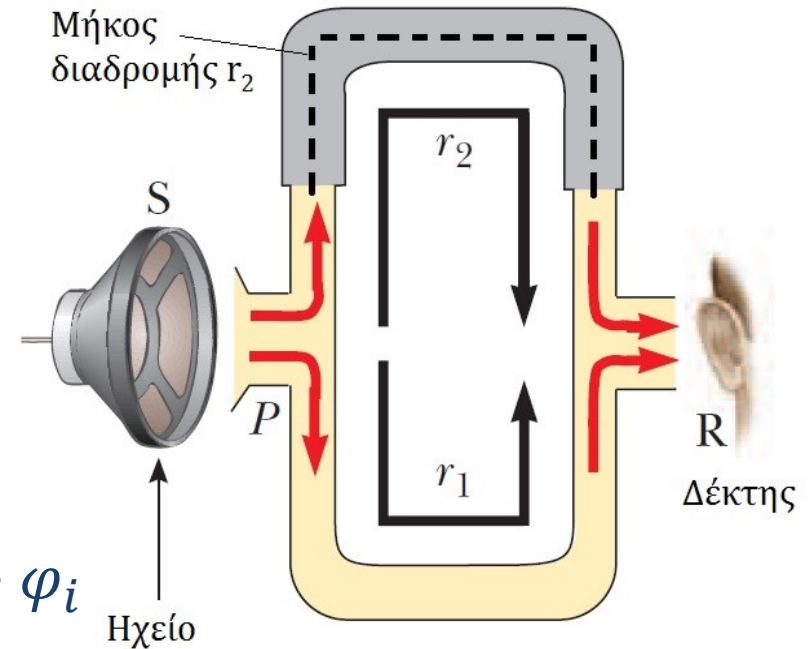
- Φάση του καθενός κύματος

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \phi_i$$

- Τότε

$$y(r, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(k \frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)$$



Υπέρθωση

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Έστω

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$$

- Αν $\Delta\Phi = 2m\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **ενισχυτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{2m\pi}{2}\right) = 2A \cos(m\pi) = \pm 2A$$

- Αν $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **καταστρεπτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{(2m + 1)\pi}{2}\right) = 2A \cos\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Υπέρθωση

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Επίσης

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1 = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\varphi$$

- Αν η αρχική φάση είναι ίδια (π.χ. κοινή πηγή ήχου):

$$\Delta\varphi = 0$$

- Ενισχυτική συμβολή (σε κοινή πηγή ήχου):

$$2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Καταστρεπτική συμβολή (σε κοινή πηγή ήχου):

$$2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow \Delta r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθωση

• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

• Καταστρεπτική συμβολή – πότε συμβαίνει?

- Λόγω διαφοράς αρχικής φάσης $\Delta\phi$ - (a)

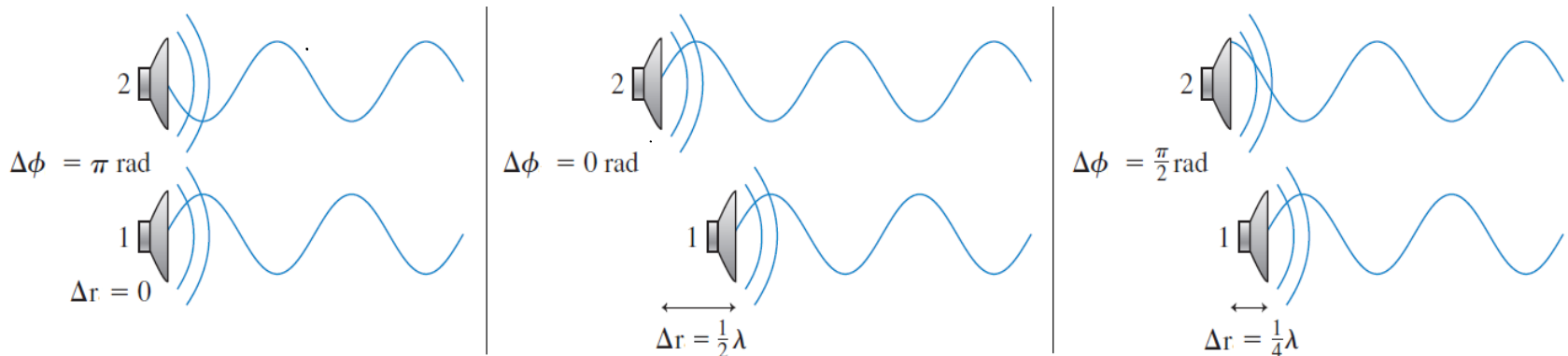
- Λόγω διαφορετικής θέσης της πηγής - (b)

- Διαφορετικό μήκος διαδρομής Δr (που εξαρτάται από το λ)

- Λόγω και των δυο παραπάνω παραγόντων - (c)

• Στο παρακάτω σχήμα, έχουμε $\Delta\Phi = \pi$ σε κάθε περίπτωση

- Θεωρούμε ότι k και ω είναι τα ίδια στα δυο κύματα



Συνεχίζεται... 😊