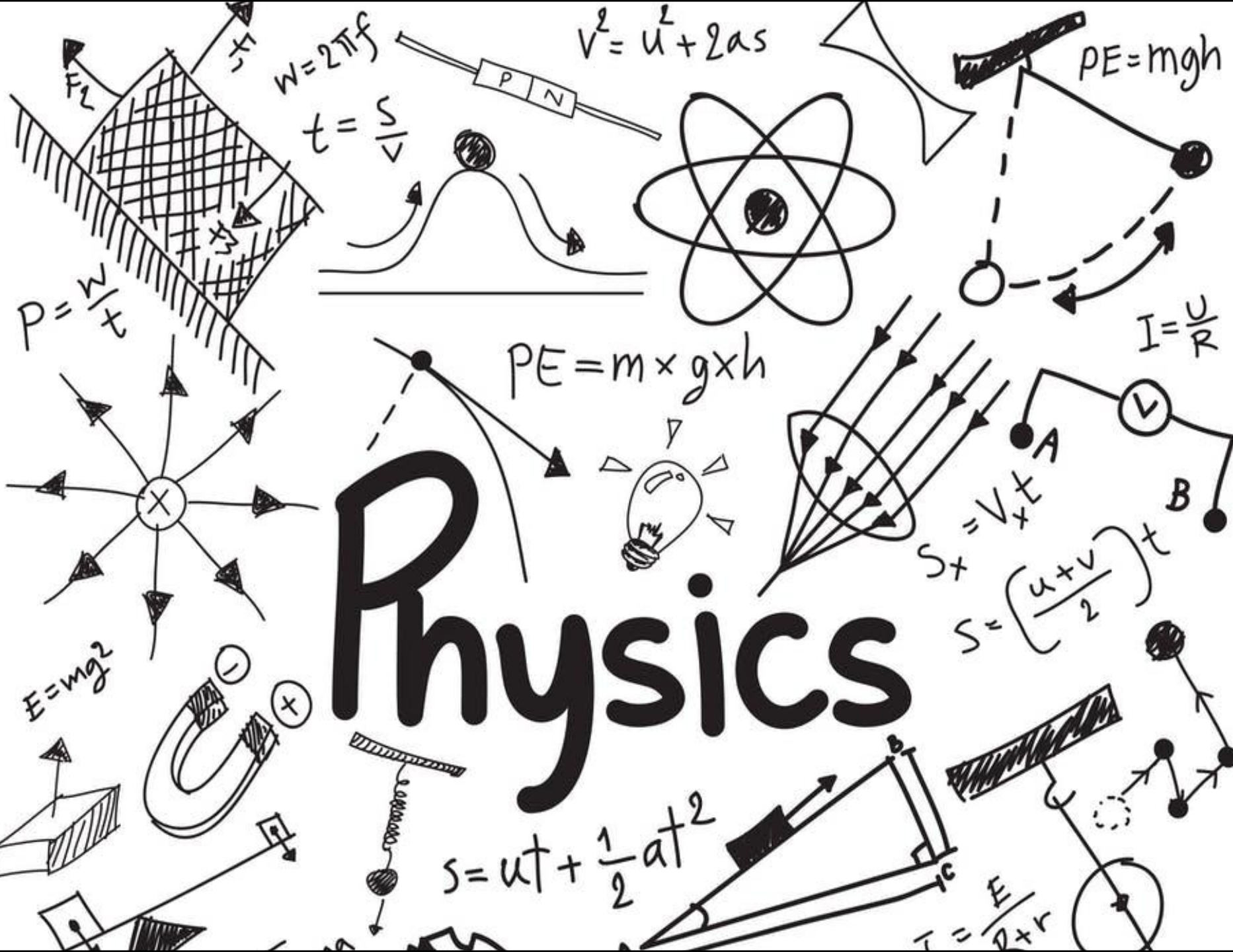


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



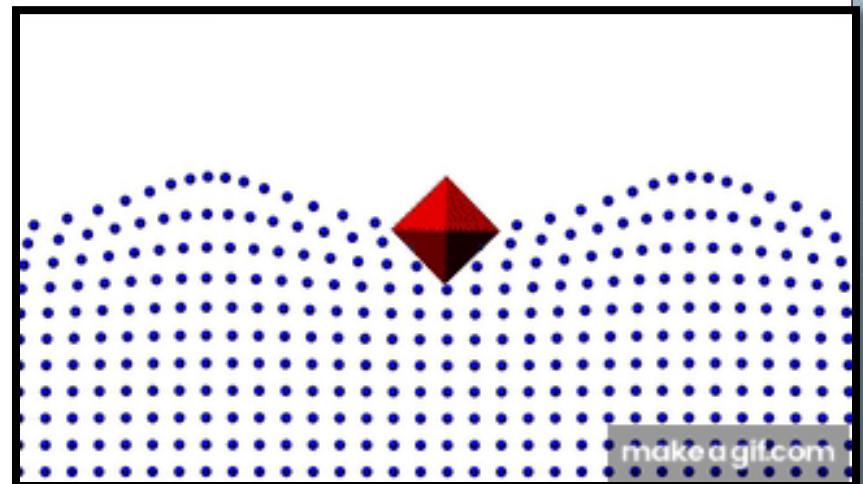
Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα

Κύματα

- Ο κόσμος είναι γεμάτος από κύματα!
 - Μηχανικά & Ηλεκτρομαγνητικά
- Στα μηχανικά κύματα, απαιτείται ένα **μέσο διάδοσης**
- Χαρακτηριστικό γνώρισμα μηχανικών κυμάτων
 - Έστω μια σημαδούρα που επιπλέει σε μια λίμνη
 - Αν ρίξουμε κοντά της μια πέτρα, η σημαδούρα θα μετακινηθεί πάνω-κάτω/δεξιά-αριστερά αλλά δε θα μετακινηθεί σε σχέση με το σημείο πτώσης της πέτρας
 - Κυματική κίνηση: μεταφέρεται ενέργεια αλλά όχι ύλη!



Κύματα

- Όλα τα μηχανικά κύματα προϋποθέτουν

- A) Κάποια πηγή διαταραχής

- B) Ένα μέσο με στοιχεία που μπορούν να διαταραχθούν

- Γ) Κάποιο μηχανισμό με τον οποίο τα στοιχεία του μέσου αλληλεπιδρούν μεταξύ τους

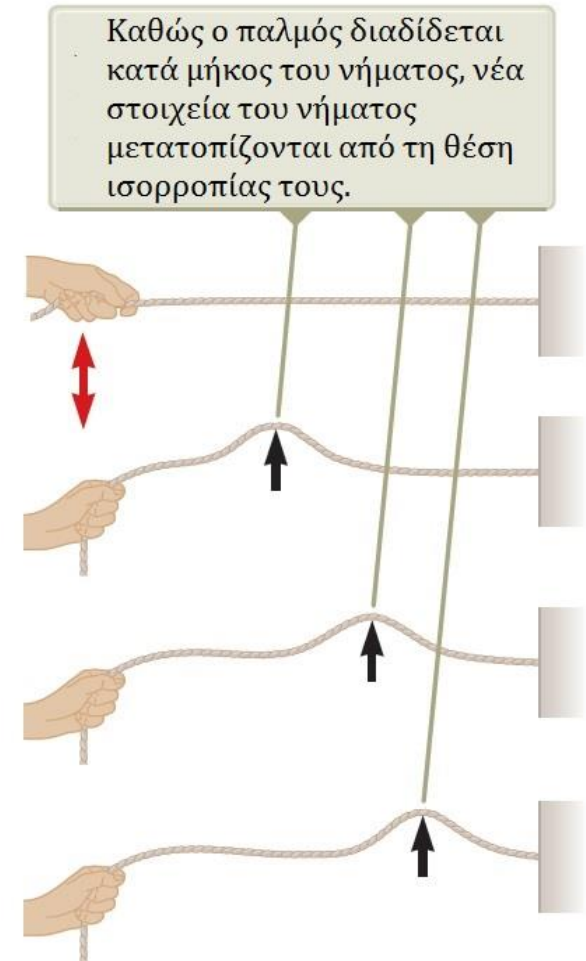
- Κίνηση κύματος

- Παλμός = διαταραχή

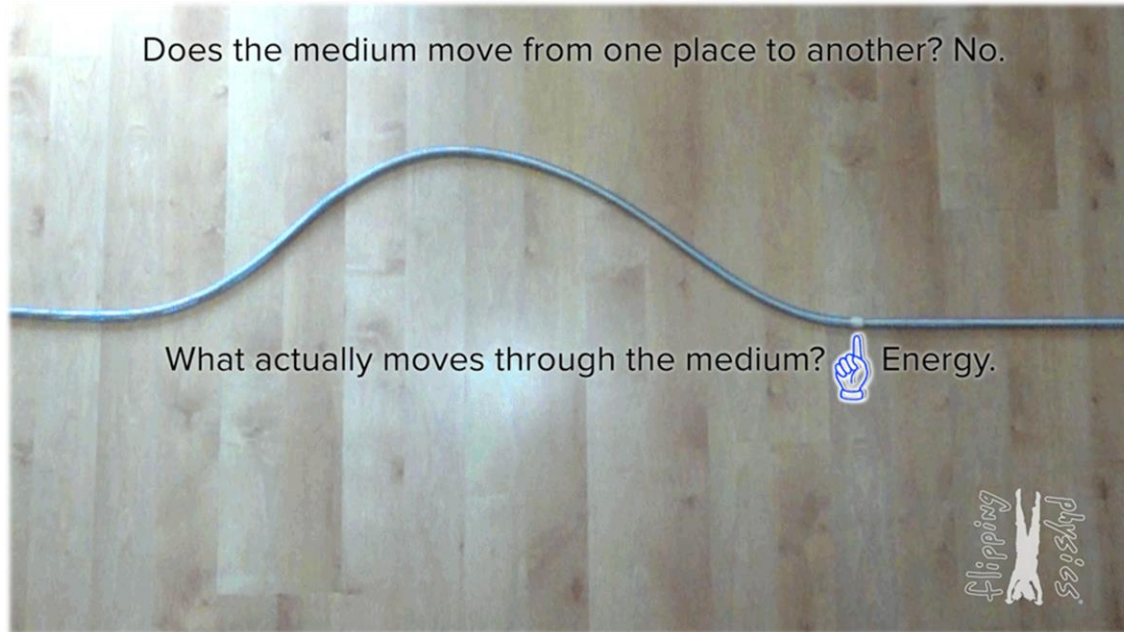
- Σχήμα σχεδόν अपαράλλαχτο

- Ύψος και ταχύτητα παλμού

- Ύψος == κατακόρυφη μετατόπιση



Κύματα

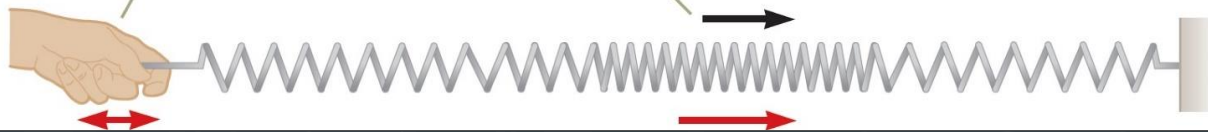


Κύματα

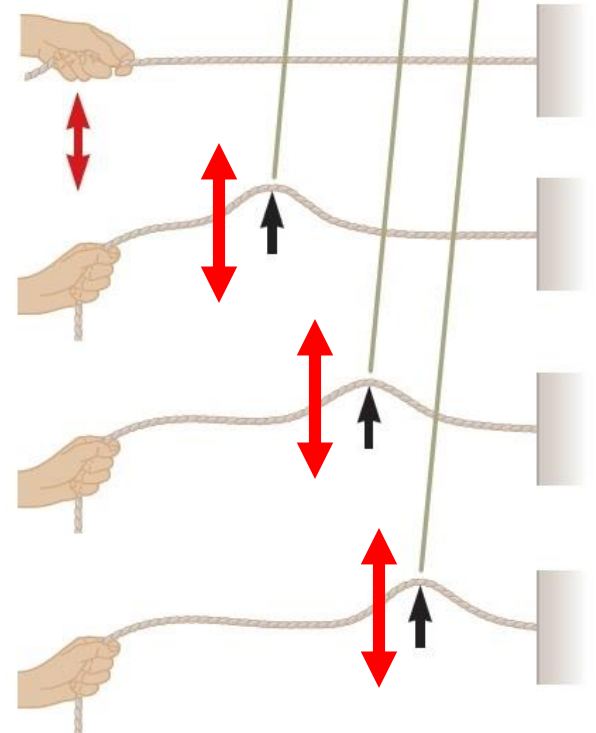
- Προσέξτε την κίνηση των στοιχείων του νήματος
 - Είναι κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Εγκάρσιο κύμα**
- Προσέξτε την αντίστοιχη του ελατηρίου
 - Είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Διάμηκες κύμα**

Το χέρι κινείται γρήγορα μπρος-πίσω μια φορά και δημιουργεί έναν διαμήκη παλμό.

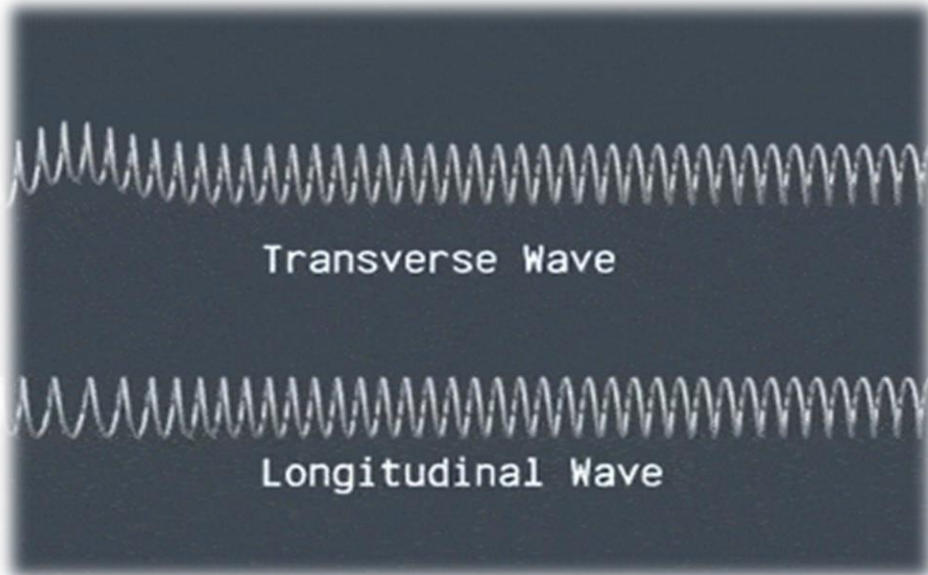
Κατά τη διάδοση του παλμού, οι σπείρες μετατοπίζονται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης.



Καθώς ο παλμός διαδίδεται κατά μήκος του νήματος, νέα στοιχεία του νήματος μετατοπίζονται από τη θέση ισορροπίας τους.



Κύματα



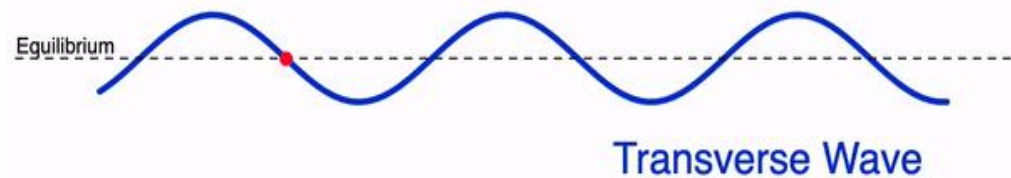
Εγκάρσιο κύμα

Διάμηκες κύμα

Περιοδικό διάμηκες κύμα



Περιοδικό εγκάρσιο κύμα



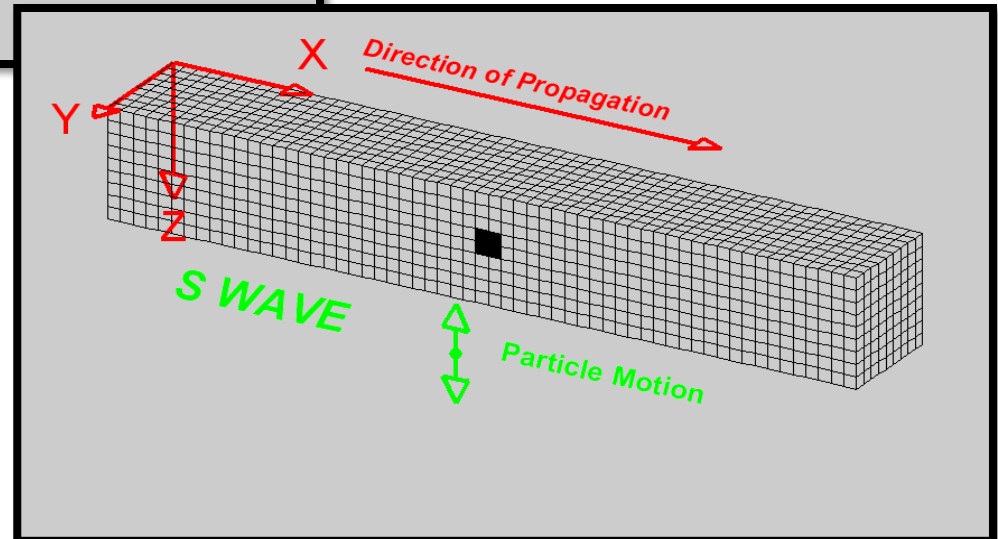
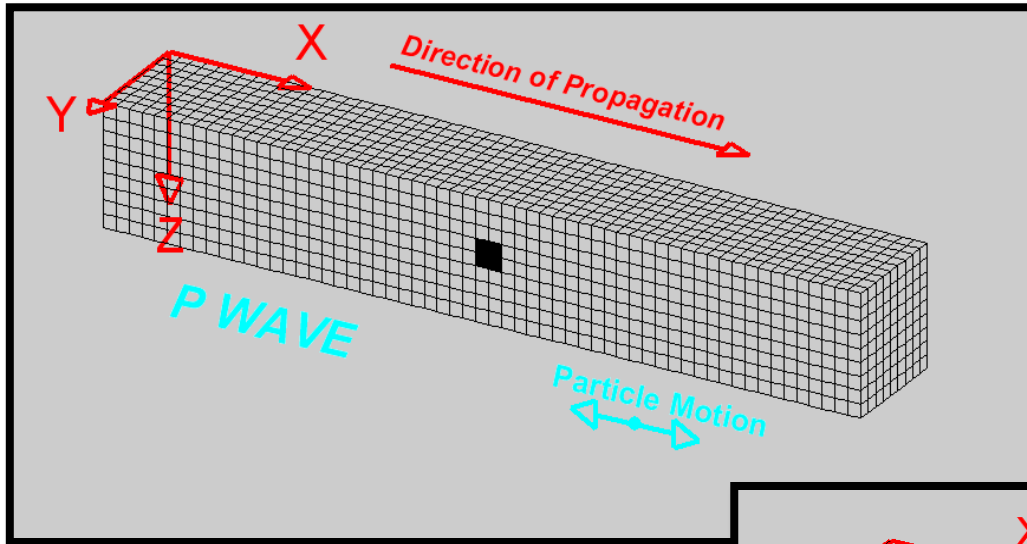
Κύματα

Σεισμικά Κύματα (εκτός ύλης)

- Υπάρχουν τριών ειδών σεισμικά κύματα: **P-κύματα**, **S-κύματα** και **Κύματα Επιφάνειας**
- **P-κύματα (Primary/Pressure Waves)**
 - Ταξιδεύουν με τη μεγαλύτερη ταχύτητα απ'όλα
 - Είναι τα πρώτα κύματα που καταγράφονται από έναν σειсмоγράφο
 - Διαφέρουν από τα S-κύματα στον τρόπο διάδοσης (διαμήκη)
- **S-κύματα (Secondary Waves)**
 - Δεν ταξιδεύουν στο νερό ή στον αέρα
 - Πιο καταστροφικά από τα κύματα P λόγω του μεγαλύτερου πλάτους τους
 - Διαφέρουν από τα P-κύματα στον τρόπο διάδοσης (εγκάρσια)

Κύματα

Σεισμικά Κύματα



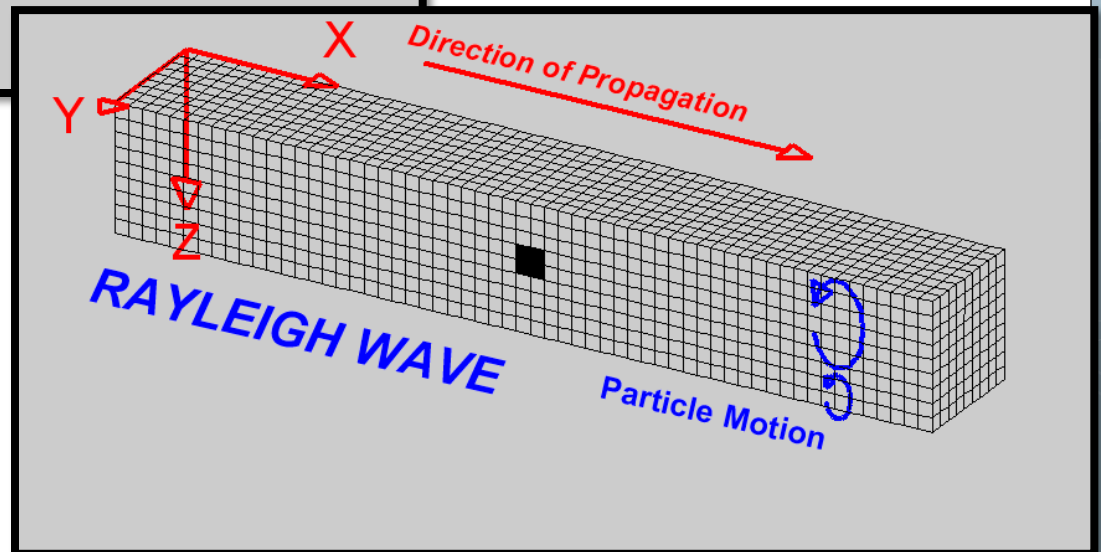
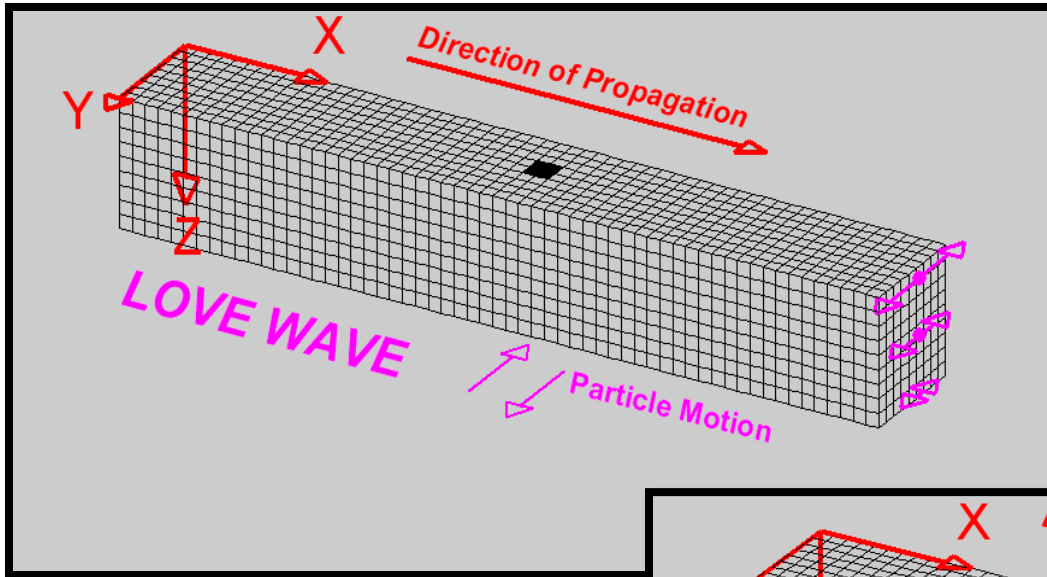
Κύματα

Σεισμικά Κύματα (εκτός ύλης)

- Υπάρχουν τριών ειδών σεισμικά κύματα: **P-κύματα**, **S-κύματα** και **Κύματα Επιφάνειας**
- **Κύματα Επιφάνειας**
 - Μοιάζουν με κύματα στο νερό και ταξιδεύουν ακριβώς κάτω από την επιφάνεια της Γης
 - Παράγονται όταν το επίκεντρο είναι σχετικά κοντά στην επιφάνεια
 - Ταξιδεύουν πιο αργά από τα S-κύματα, αλλά μπορεί να έχουν πολύ μεγαλύτερο πλάτος και να είναι το πιο καταστροφικό είδος σεισμικών κυμάτων
- Υπάρχουν δυο ειδών κύματα επιφάνειας
 - **Κύματα Rayleigh**
 - **Κύματα Love**

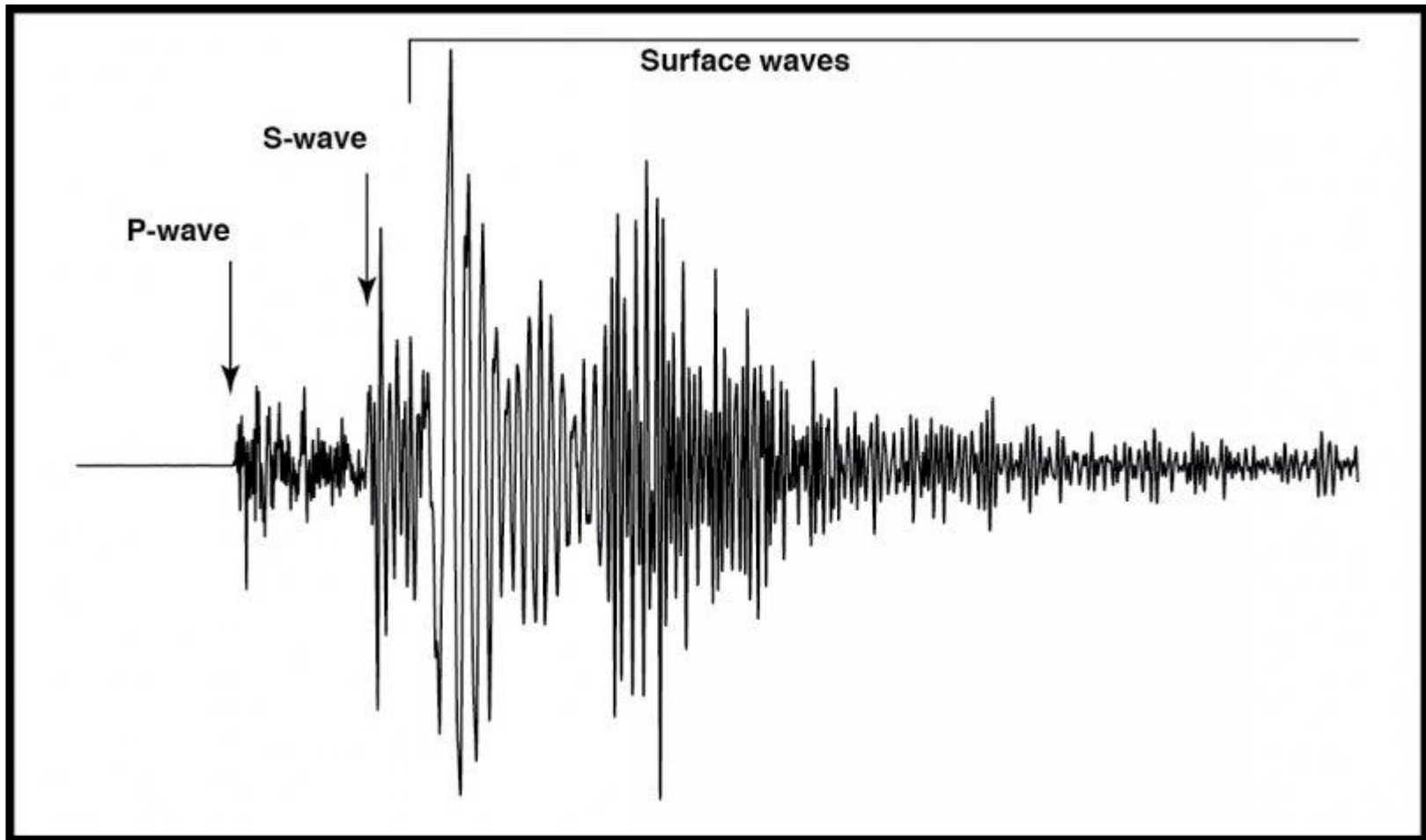
Κύματα

Σεισμικά Κύματα



Κύματα

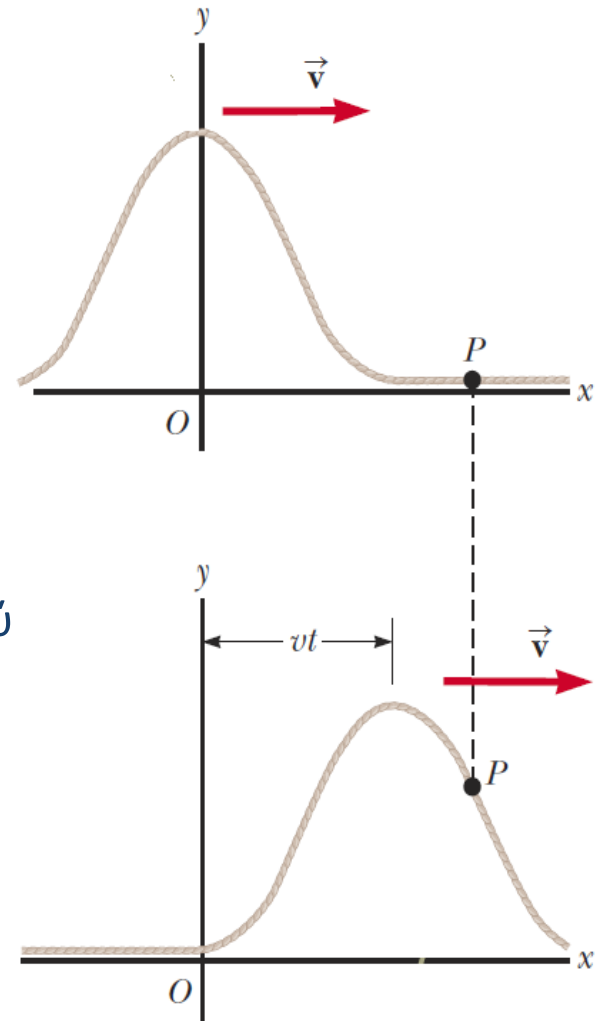
Σεισμικά Κύματα



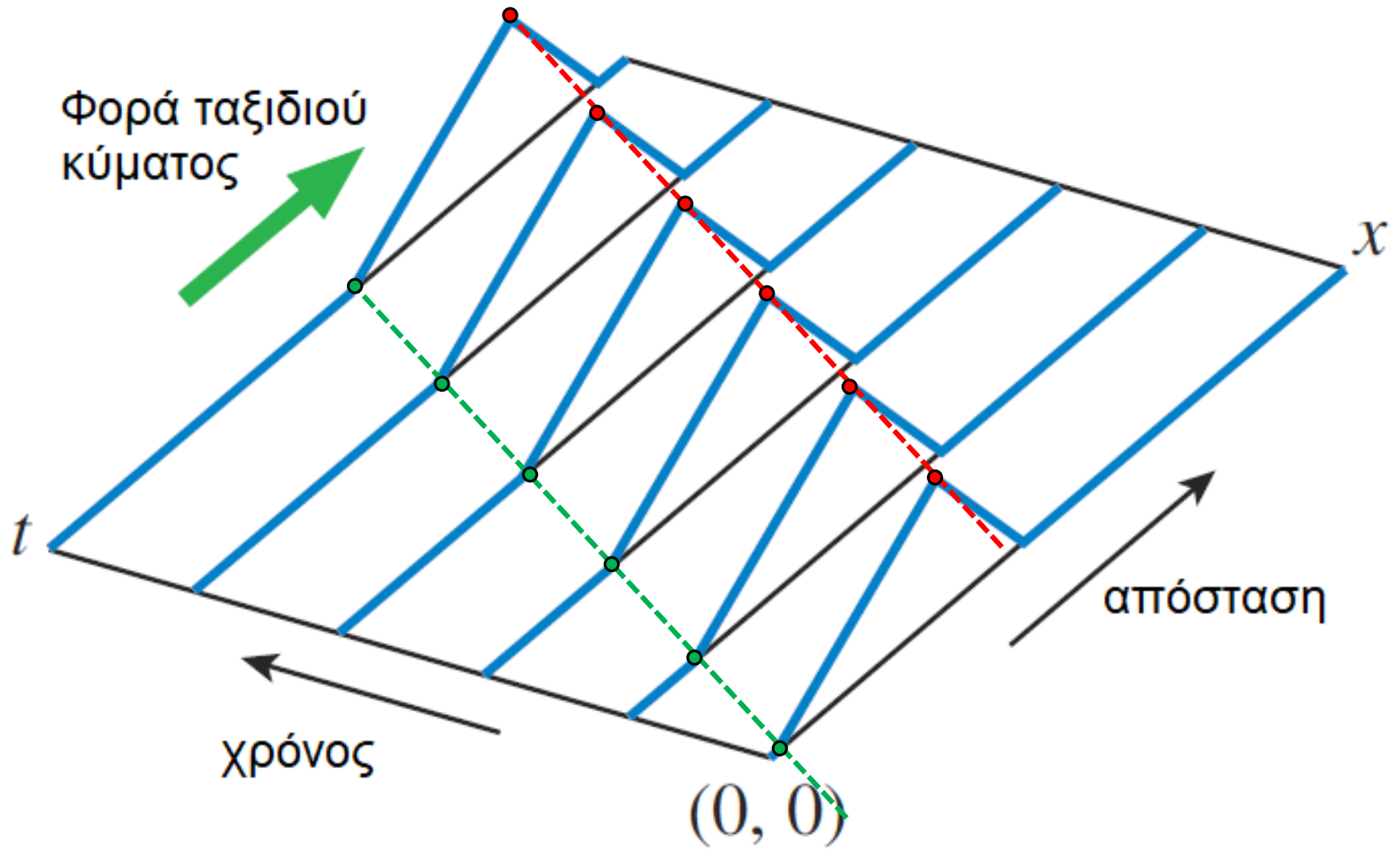
<https://www.exploratorium.edu/faultline/basics/waves.html>

Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση – Συνάρτηση Κύματος $y(x, t)$
 - Μετατόπιση y του στοιχείου x ενός κύματος τη χρονική στιγμή t
 - $y(x, t) = f(x - ut, t)$ ➡ κίνηση προς τα δεξιά
 - $y(x, t) = f(x + ut, t)$ ➡ κίνηση προς τα αριστερά
 - όπου u η ταχύτητα διάδοσης του παλμού
- Για $t = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε μια «**φωτογραφία**» του **όλου** κύματος για μια χρονική στιγμή
 - Για $x = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε την κίνηση **ενός στοιχείου** του κύματος με την πάροδο του χρόνου



Κύματα



Κύματα

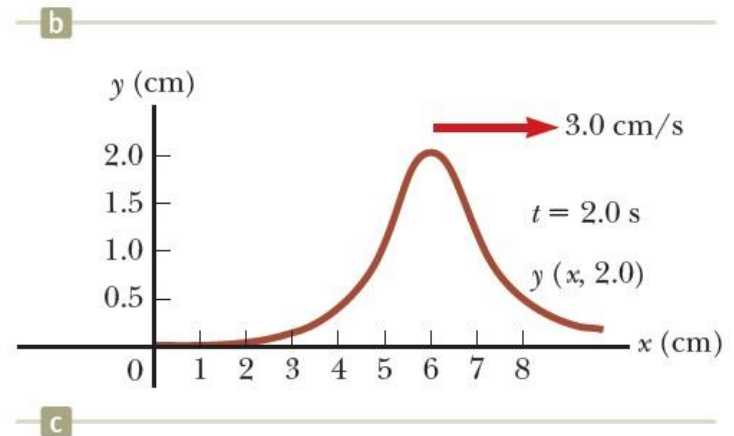
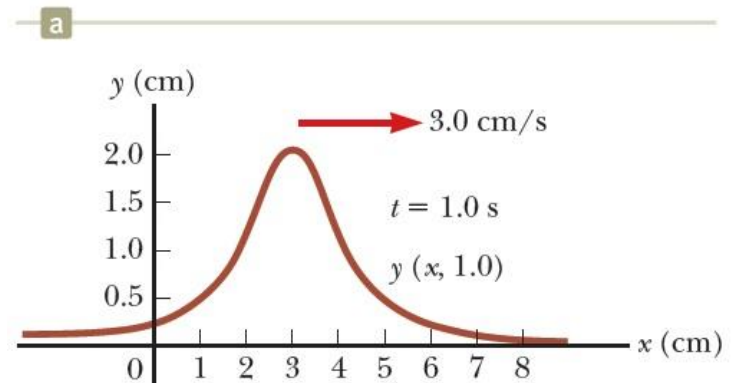
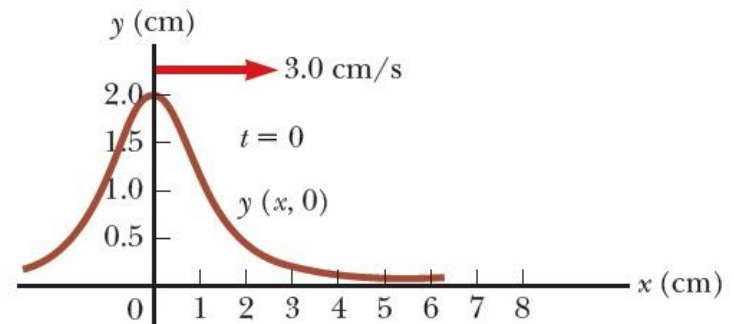
◉ Παράδειγμα:

- ◉ Έστω ένας παλμός που κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος του άξονα x και περιγράφεται ως

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

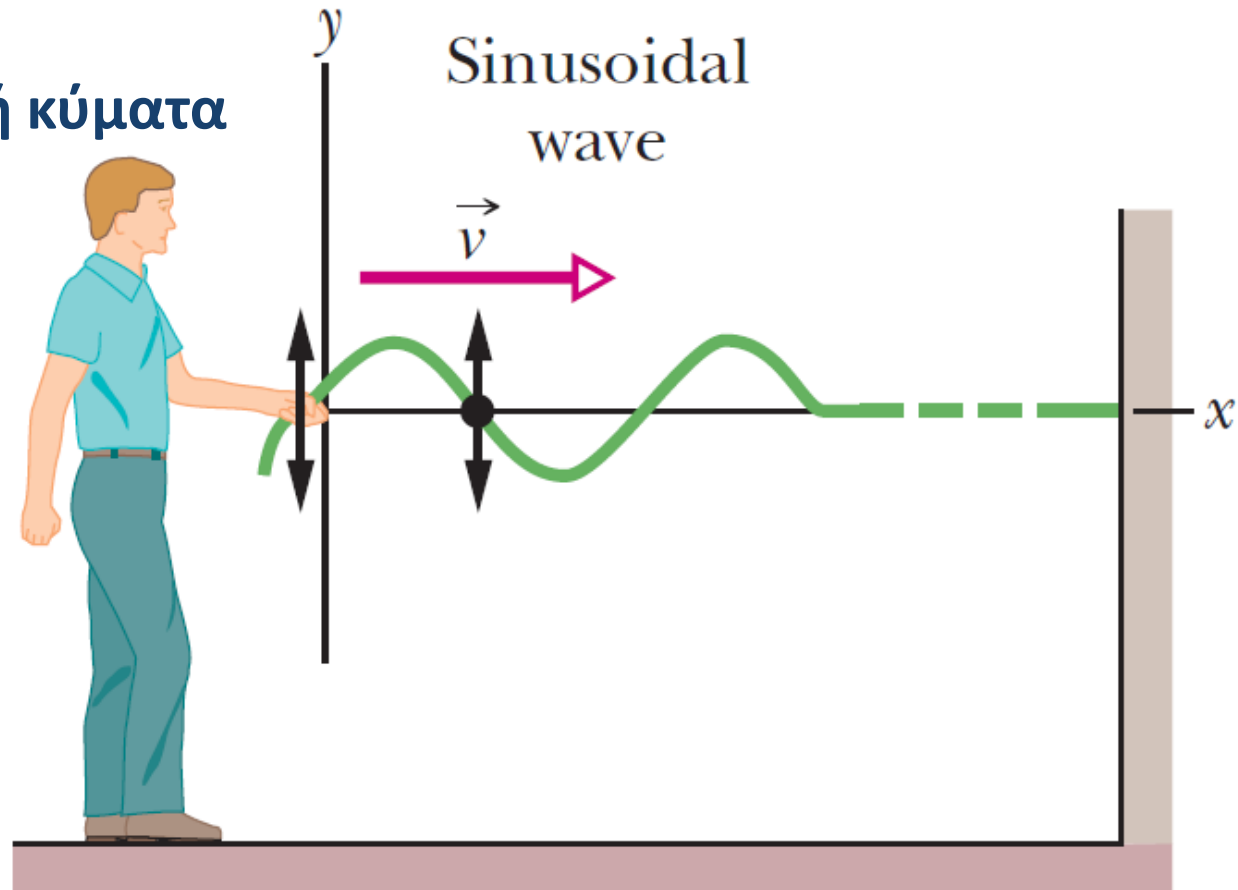
όπου x, y σε εκατοστά και το t σε δευτερόλεπτα.

- ◉ Παλμοί για $t = 0, 1, 2$ s



Κύματα

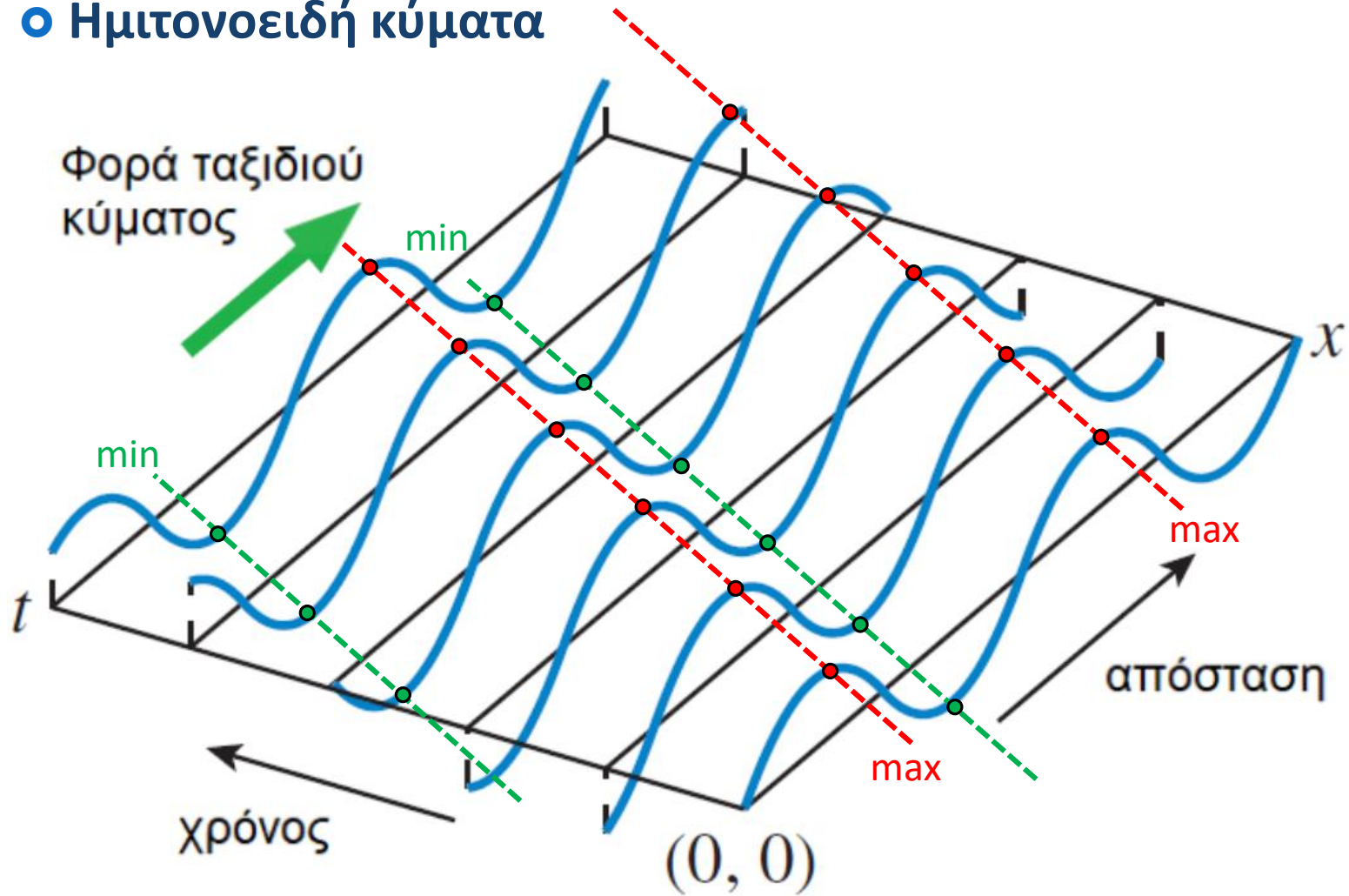
◉ Ημιτονοειδή κύματα



Όταν ένα ημιτονοειδές κύμα δημιουργείται σε ένα μέσο διάδοσης, κάθε στοιχείο του μέσου διάδοσης εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση!

Κύματα

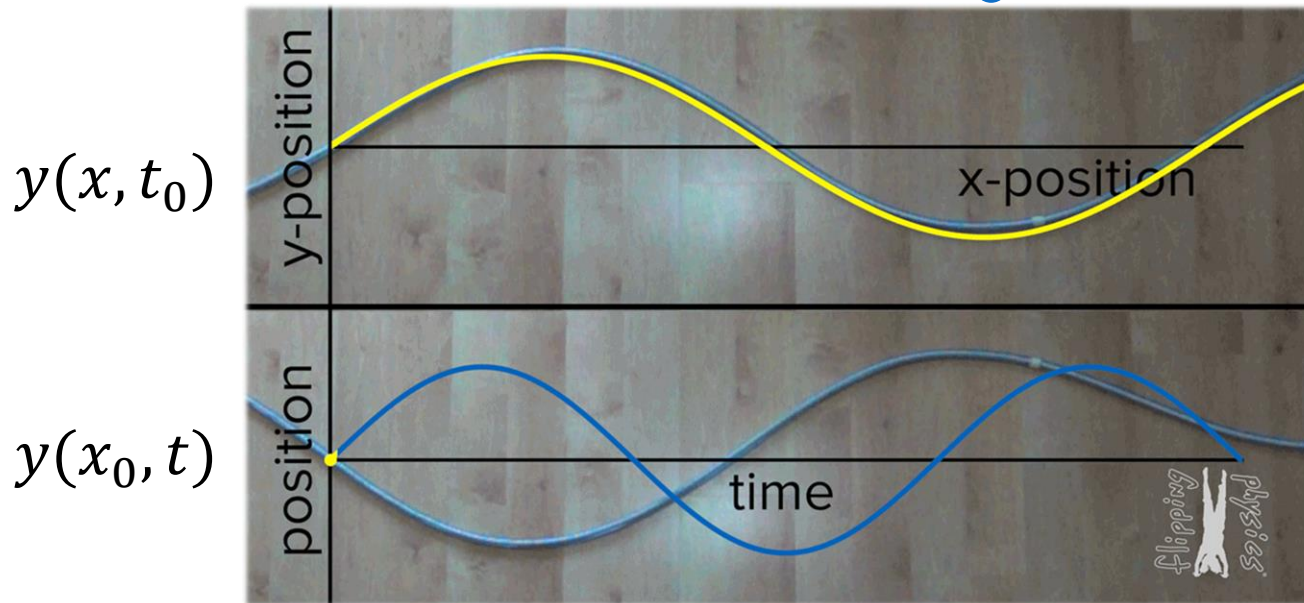
ο Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

t σταθερό:
βλέπουμε όλα τα στοιχεία
για αυτό το t



x σταθερό:
βλέπουμε ένα στοιχείο
για κάθε t

Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

- Μήκος κύματος λ

- Απόσταση!

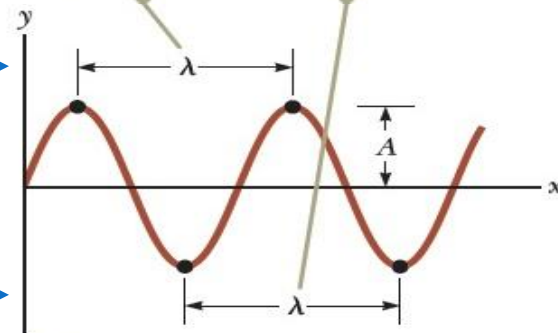
- Περίοδος T

- Χρονικό διάστημα!

- Συχνότητα f

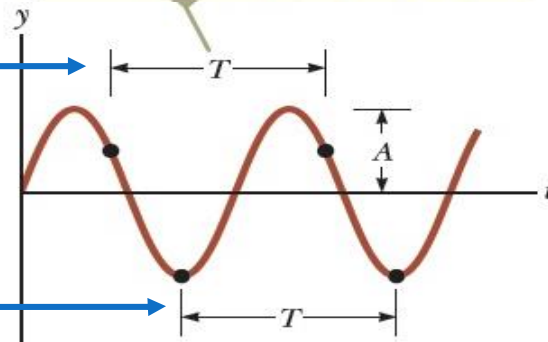
- Αριθμός κορυφών ανά μονάδα χρόνου
- $f = 1/T$
- Μετρείται σε Hertz (Hz)

Το μήκος κύματος λ ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ διαδοχικών κορυφών ή κοιλάδων.



a

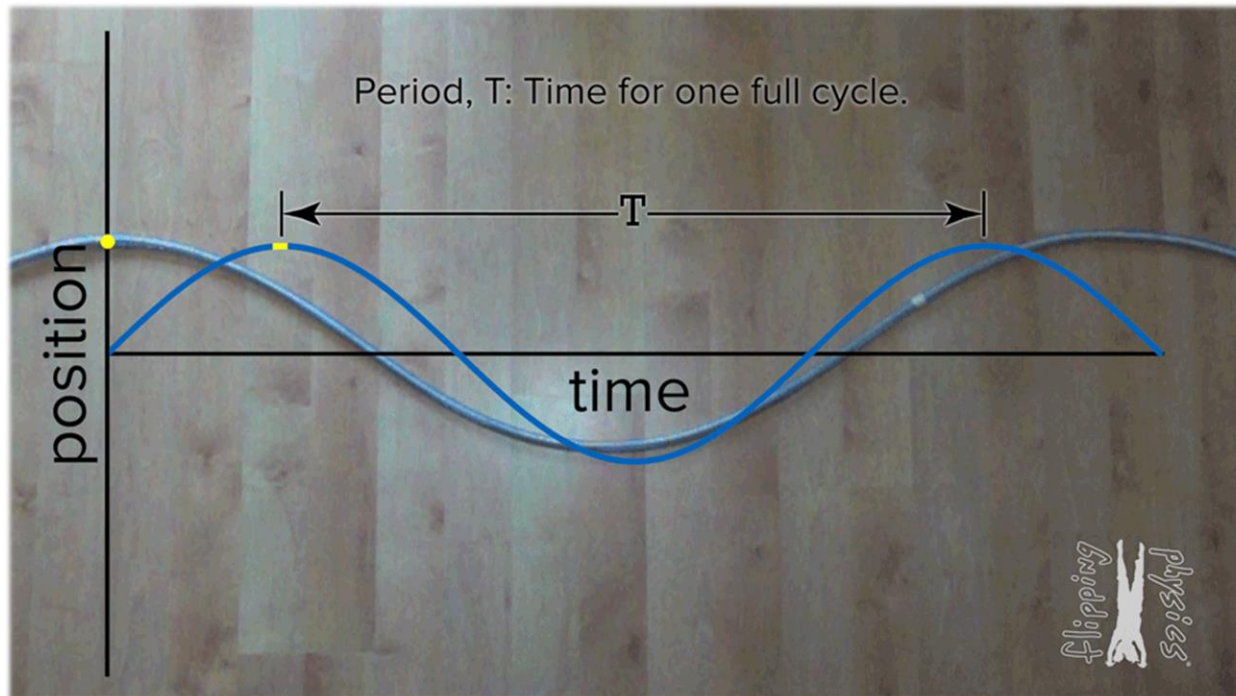
Η περίοδος T ενός κύματος είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το στοιχείο για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση ή το κύμα για να διατρέξει ένα μήκος κύματος.



b

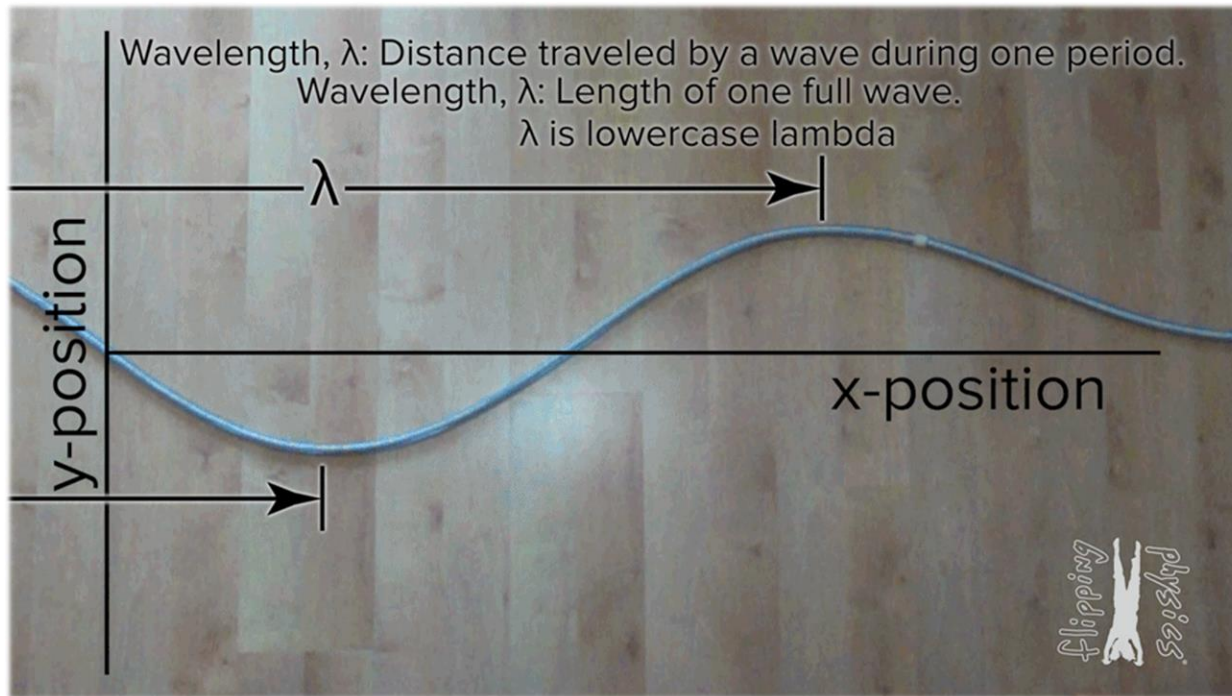
Κύματα

○ Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

◉ Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Χρειαζόμαστε μια 3Δ συνάρτηση για την περιγραφή κύματος
- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin \left(2\pi \frac{(x \pm ut)}{\lambda} + \varphi \right)$$

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- Κυματαριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Γωνιακή συχνότητα

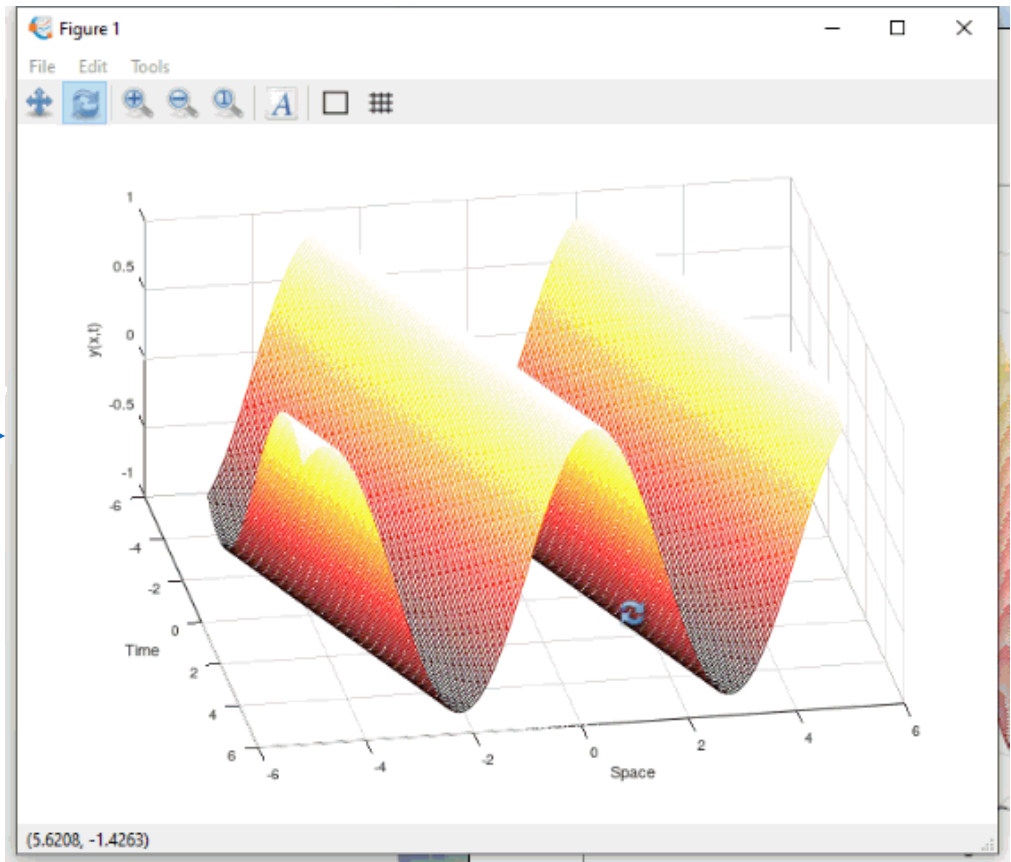
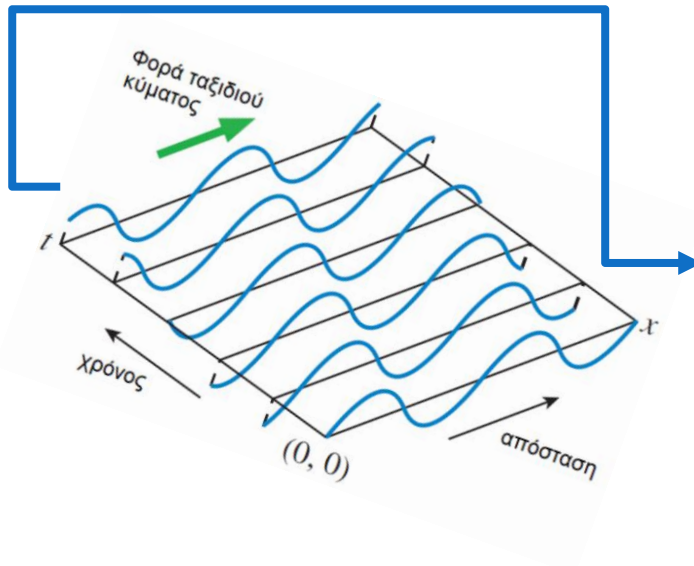
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- Οπότε

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Κύματα

- 3Δ αναπαράσταση κυματοσυνάρτηση ημιτονοειδούς κύματος για ΚΑΘΕ x και ΚΑΘΕ t στο $[-6,6]$



Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

- Φωτογραφία για κάποια χρονική στιγμή t (έστω $t = 0$)

$$y(x, 0) = y(x) = A \sin(kx + \varphi)$$

- Περιγράφει **όλο το κύμα – κάθε στοιχείο x !**

- Κόβουμε μια «φέτα» της 3Δ αναπαράστασης για κάποιο t_0 (εδώ, το $t = 0$)

- «Κλειδώνουμε» ένα στοιχείο x (έστω $x = 0$)

$$y(0, t) = y(t) = A \sin(\pm \omega t + \varphi)$$

- Περιγράφει **ένα στοιχείο (το $x = 0$ εδώ) του κύματος για κάθε t !**

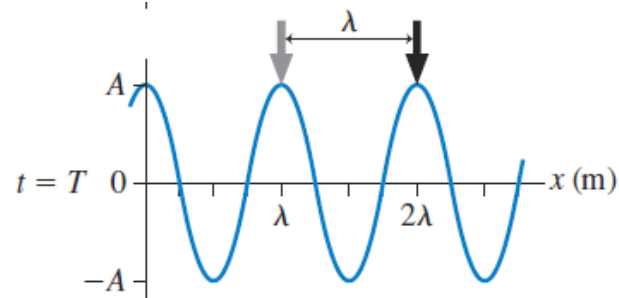
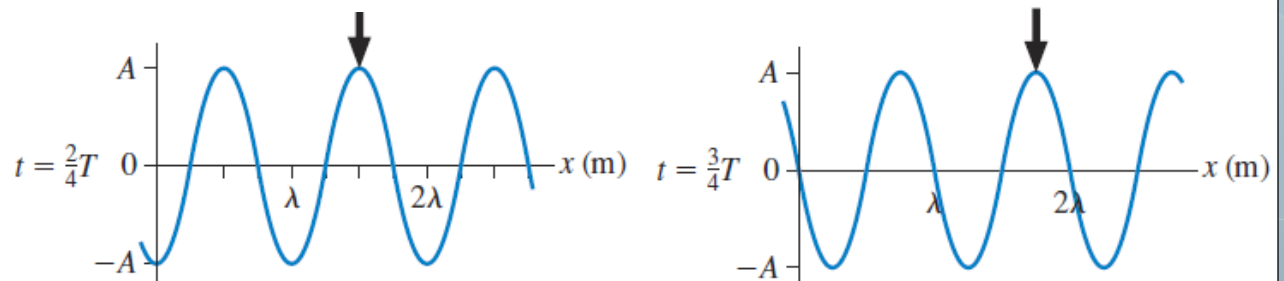
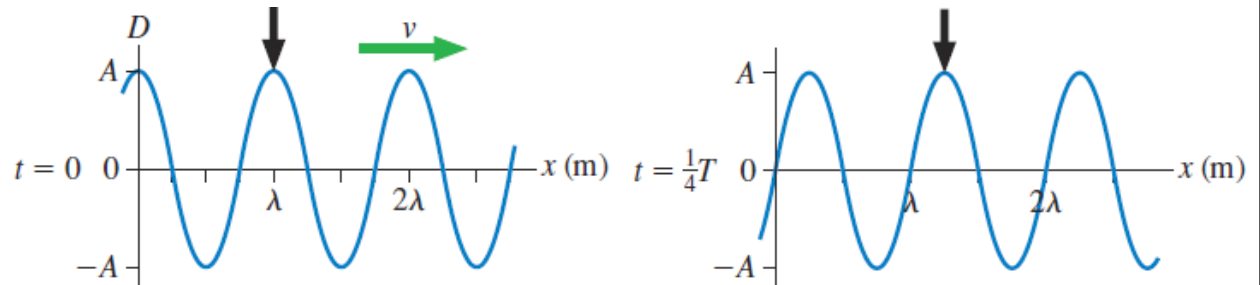
- Απλός αρμονικός ταλαντωτής!

- Κόβουμε μια «φέτα» της 3Δ αναπαράστασης για κάποιο x_0 (εδώ, το $x_0 = 0$)

Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



Το μήκος κύματος αποτελεί «συνέπεια» ενός κύματος συχνότητας f που ταξιδεύει σε μέσο στο οποίο η ταχύτητα του κύματος ισούται με u

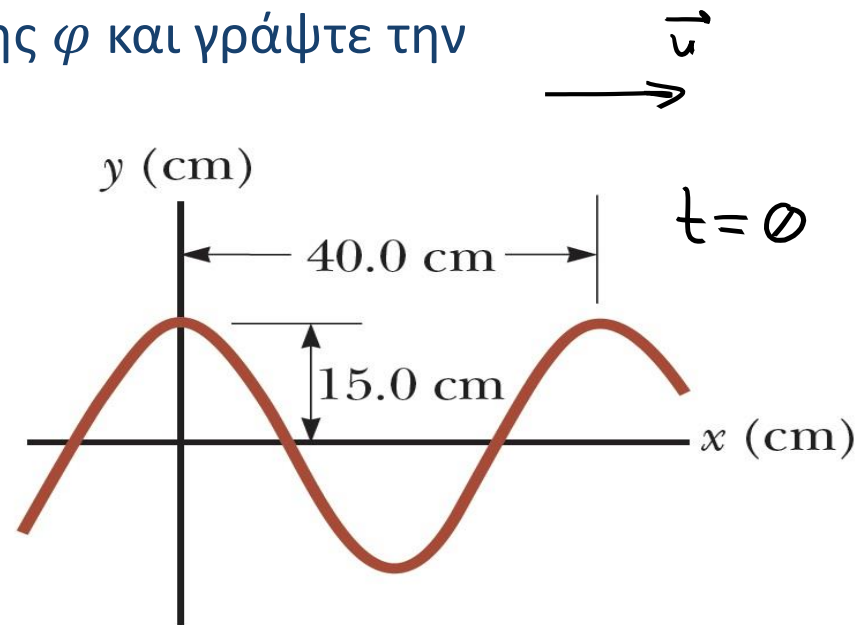
Κύματα

- Παράδειγμα:

- Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm , μήκος 40 cm , και συχνότητα $f = 8\text{ Hz}$. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.

- A) Βρείτε τα k , T , ω , u .

- B) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.



Κύματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

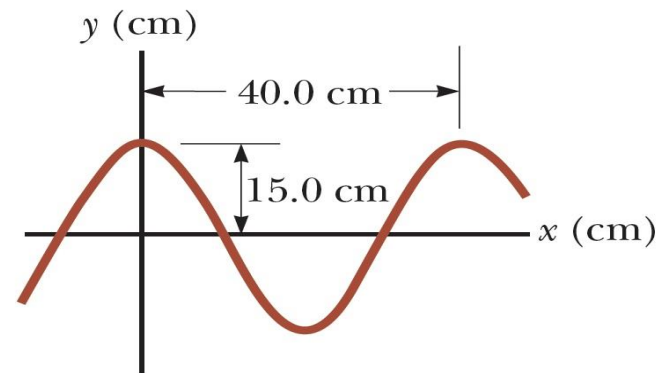
- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
 - ◉ A) Βρείτε τα k , T , ω , u .

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = \lambda f = 0.4 \cdot 8 = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Κύματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
- ◉ Β) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.

Είναι $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi) = 0.15 \sin(5\pi x - 16\pi t + \varphi)$

Είναι $y(x,0) = 0.15 \sin(5\pi x - 0 + \varphi)$

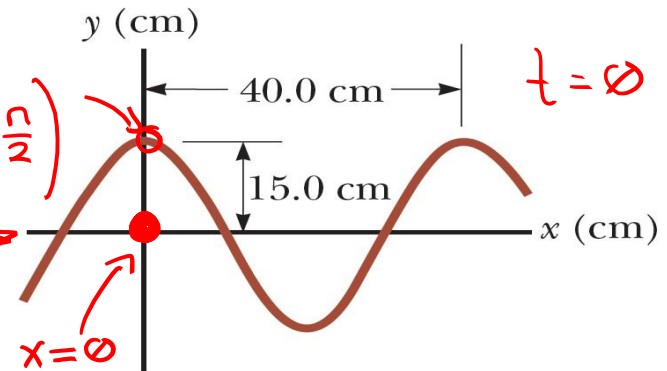
— η — $y(0,0) = 0.15 \sin(\varphi) = 0.15$, από σχήμα.

Άρα $\sin(\varphi) = 1 \rightarrow \varphi = \begin{matrix} \nearrow \frac{\pi}{2} \\ \searrow \frac{3\pi}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \end{matrix}$

Επιλέγω $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ γιατί

$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$ *

* Άρα $0.15 \cos(5\pi x - 16\pi t)$
 $y(x,t) = 0.15 \sin\left(5\pi x - 16\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$



Κύματα

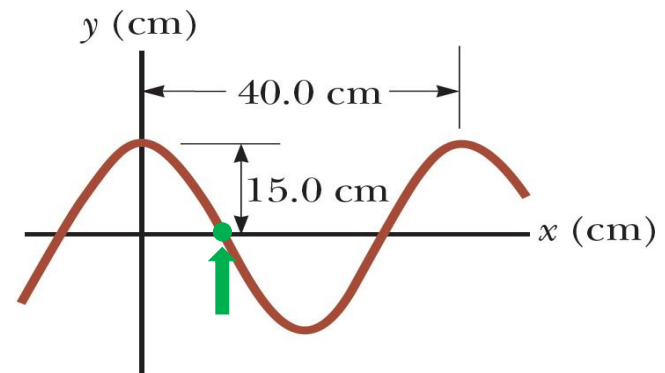
ο Παράδειγμα – Λύση:

1. $2\pi = k\lambda$
2. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$

Στην ερώτηση «*αν παίρναμε άλλο σημείο στο σχήμα, θα παίρναμε την ίδια απάντηση?*», η απάντηση είναι «*ναι*», αν και δεν έχουμε πληροφορία για όλα τα υπόλοιπα σημεία. Μπορούμε όμως να πάρουμε για παράδειγμα το «**πράσινο**» σημείο στο σχήμα. Έχει $x = \lambda/4$ και $y = 0$ και έτσι μπορούμε να κάνουμε υπολογισμούς:

Homework!

Κάντε το και συζητήστε με το διδάσκοντα αν αντιμετωπίσατε προβλήματα.



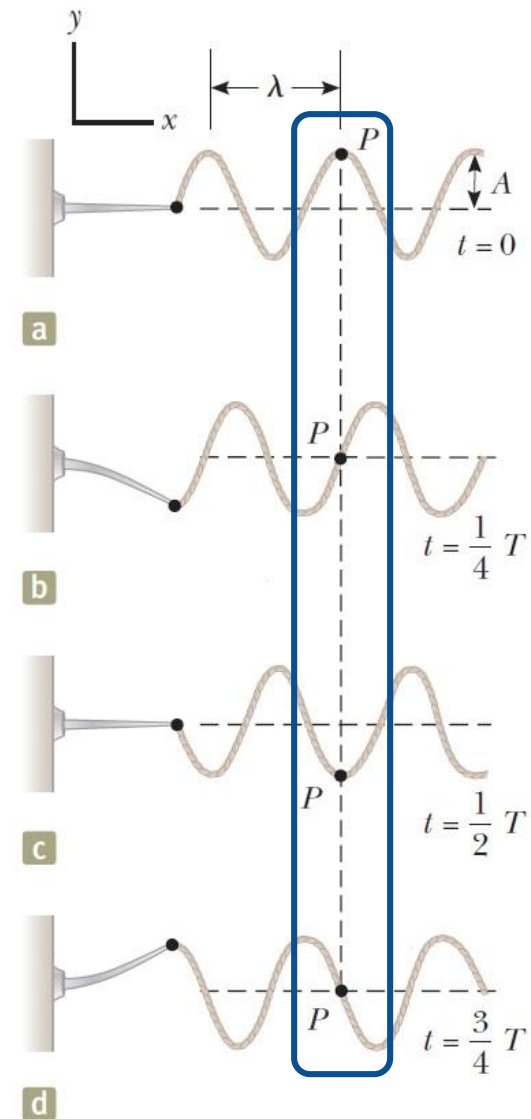
Κύματα

• Ημιτονοειδή κύματα

- Κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το κύμα του διπλανού σχήματος:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

- Άρα περιγράφει και την κίνηση κάθε σημείου του, όπως π.χ. το P



Κύματα

◉ Ημιτονοειδή κύματα

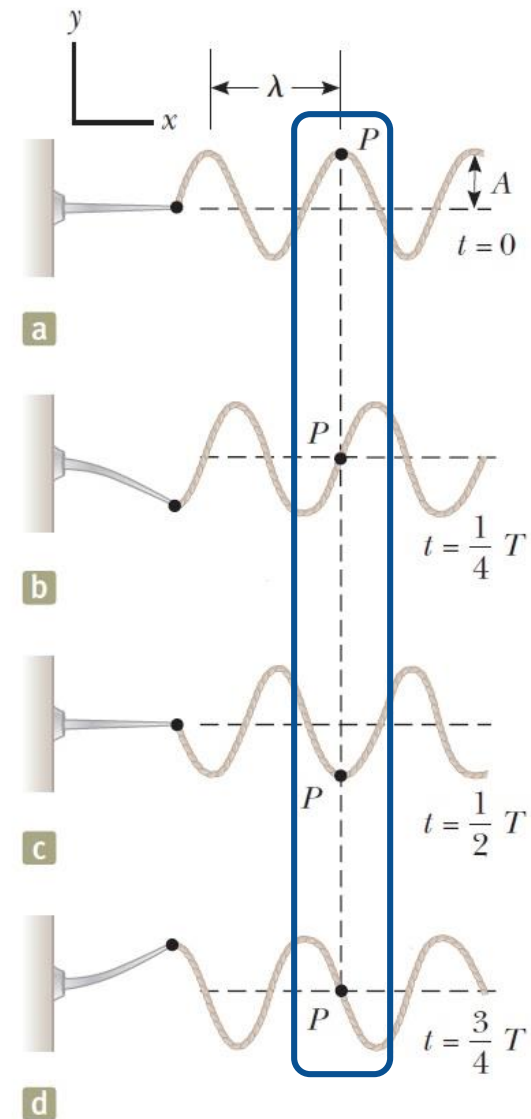
- ◉ Εγκάρσια μετατόπιση του στοιχείου P από τη θέση ισορροπίας

$$y(t) = y(x_P, t) = A \sin(kx_P - \omega t)$$

- ◉ Εγκάρσια ταχύτητα και επιτάχυνση του στοιχείου P

$$v_y(t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx_P - \omega t)$$

$$a_y(t) = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx_P - \omega t)$$



Κύματα

- Ταχύτητα Διάδοσης u κύματος σε τεντωμένο νήμα

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

όπου T η τάση του νήματος, και μ η μάζα του νήματος ανά μονάδα μήκους

- Μάζα ανά μονάδα μήκους

$$\mu = \frac{m}{l}$$

- Λέγεται και γραμμική πυκνότητα μάζας

Κύματα

○ Παράδειγμα:

Κύμα διαδίδεται σε νήμα και περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

Μετατοπίσεις και χρόνος εκφράζονται σε μονάδες του S.I.

Η γραμμική πυκνότητα μάζας του νήματος είναι $\mu = 0.005 \text{ kg/m}$.

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

Κύματα

ο Παράδειγμα – Λύση:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

$$\mu = 0.005 \text{ kg/m.}$$

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

$$A) \equiv \text{έφαρ ε} \quad u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow u^2 = \frac{T}{\mu} \Rightarrow T = u^2 \cdot \mu \quad \textcircled{1}$$

$$\text{---||---} \quad u = \lambda f$$

$$\text{---||---} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 12.57 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{12.57} \text{ m} \quad \left. \vphantom{\frac{2\pi}{12.57}} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{---n---} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{638}{2\pi} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow u = \lambda f \cong 50.75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \textcircled{2} \quad \text{H} \quad \textcircled{1} \xRightarrow{\textcircled{2}} T = u^2 \mu \cong 12.88 \text{ N}$$

Κύματα

ο Παράδειγμα – Λύση:

$$A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$y(x, t) = 0.02 \sin(12.57x - 638t)$$

$$\mu = 0.005 \text{ kg/m.}$$

A) Βρείτε την τάση του νήματος

B) Βρείτε τη μέγιστη μετατόπιση ενός στοιχείου του νήματος

Γ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ενός στοιχείου του νήματος

B) Είναι $y_{\max} = A = 0.02 \text{ m}$

Γ) Επειδή κάθε στοιχείο του κύματος εκτελεί ΑΑΤ,
φέρουμε ότι $v_{\max} = \omega A = 12.76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

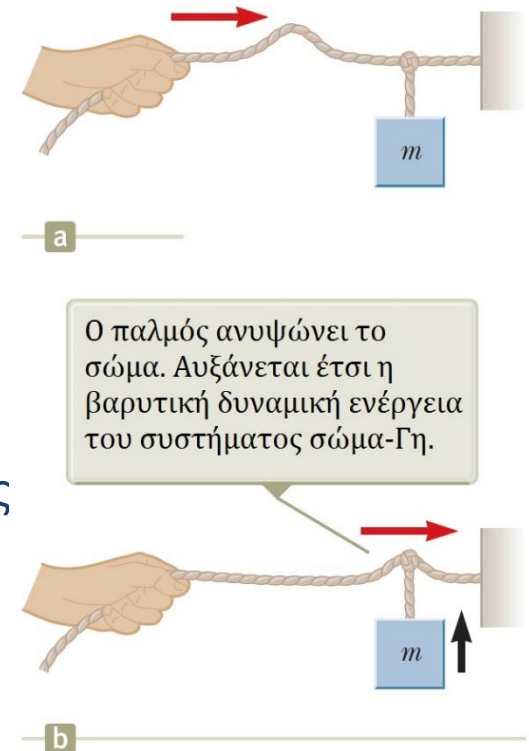
Κύματα

○ Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Είπαμε (και είδαμε) ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται **ενέργεια**
- Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;

○ Παράδειγμα:

- Έστω το {σώμα, Γη} ως **μη απομονωμένο σύστημα**
- **Ενέργεια** λόγω έργου (χέρι)
 - **Εξωτερική** στο σύστημα
- Διάδοση παλμού κατά **μήκος** του νήματος
- **Ανύψωση** σώματος
 - **Μεταβολή δυναμικής ενέργειας** συστήματος {Γη, σώμα}

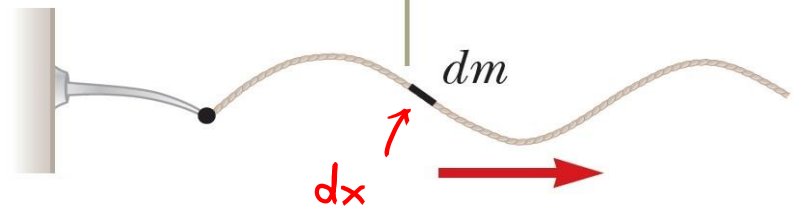


Κύματα

◉ Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- ◉ Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους dx και μάζας dm
- ◉ Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (y -άξονα)!
- ◉ Άρα έχει **κινητική και δυναμική** ενέργεια!

Κάθε απειροστά μικρό (στοιχειώδες) τμήμα του νήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, και άρα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια.



Κύματα

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{dm}{dx}$$

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- **Κινητική ενέργεια για ένα απειροστά μικρό στοιχείο νήματος**

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad (t = 0) \quad = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

- **Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος**

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

- **Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)**

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K_{\lambda} + U_{\lambda} = E_{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

- **Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Μέση Ισχύς)**

$$P = \frac{E_{μηχ.κυμ.}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 u$$

με u την ταχύτητα διάδοσης του κύματος



Τέλος Διάλεξης

