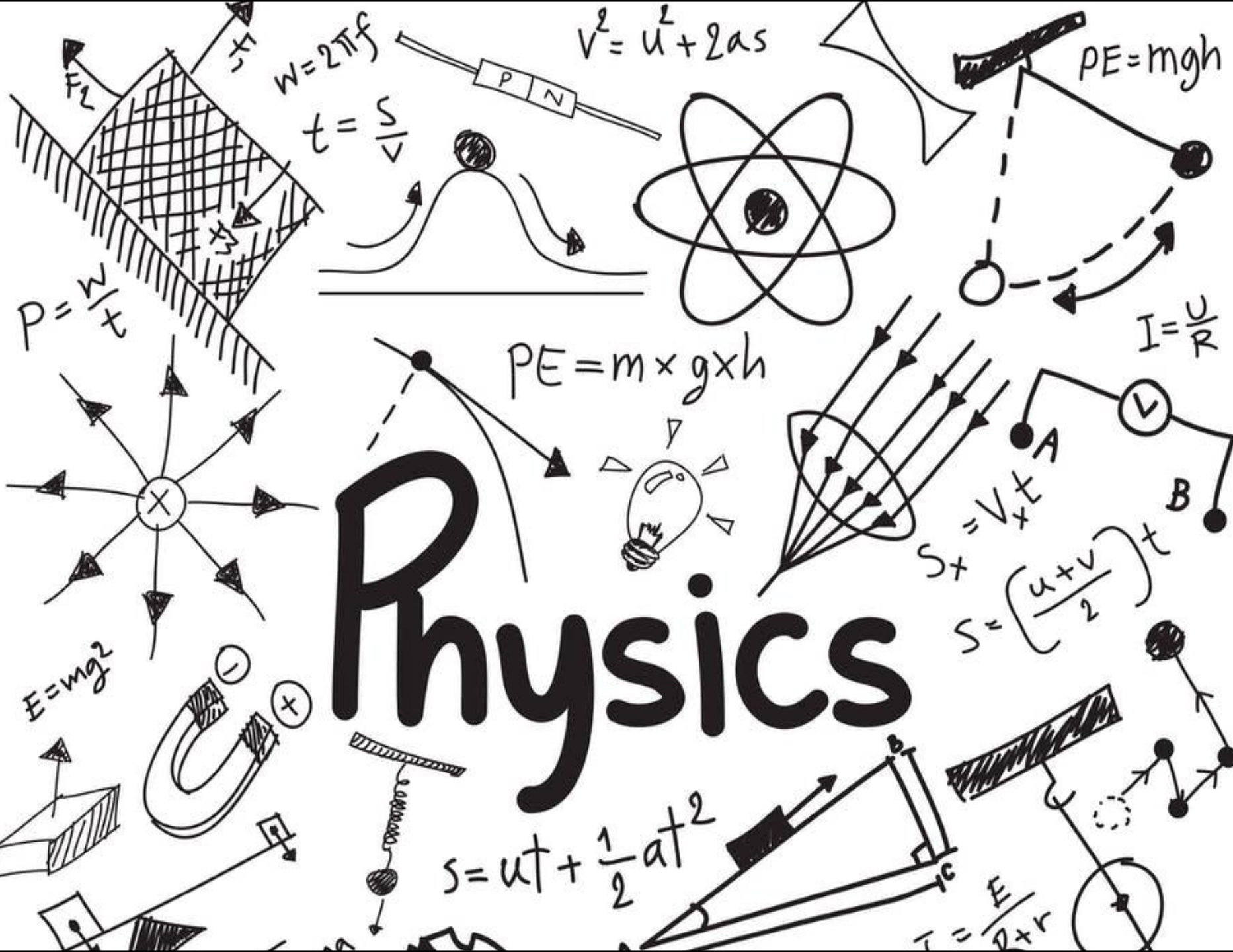


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

Φυσική για Μηχανικούς

Διατήρηση της Ενέργειας



Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

Φυσική για Μηχανικούς

Διατήρηση της Ενέργειας

Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

Μόνο συντηρητικές
δυνάμεις

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας



$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Γνωρίσαμε δυο ενεργειακά θεωρήματα
 - ΘΜΚΕΕ
 - ΑΔΜΕ
 - Υπάρχει άλλο?
- Διαφορετικές υποθέσεις για καθένα από αυτά
- Οι υποθέσεις σχετίζονταν με το **σύστημα** και τις **δυνάμεις** που παράγουν έργο στο σύστημα
 - Εσωτερικές ή εξωτερικές
 - Συντηρητικές ή μη
- Ας κάνουμε μια τελευταία, ομαδική θεώρηση σε αυτά

Διατήρηση της Ενέργειας

○ Μη απομονωμένα συστήματα

- Σύστημα βρίσκεται σε «επικοινωνία» με το περιβάλλον του μέσω μεταφοράς ενέργειας
 - Υπάρχει ενεργειακό «πάρε-δώσε» με το περιβάλλον
- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
 - Εξωτερική δύναμη αλλάζει μέσω έργου την κινητική ενέργεια ενός μονομελούς συστήματος ({σώματος})
- Έχουμε δει μόνο το **έργο** ως μέσο μεταφοράς ενέργειας σε ένα σύστημα
- Υπάρχουν κι άλλοι τρόποι... (ακολουθεί μικρή παρένθεση)

Διατήρηση της Ενέργειας

Ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα μέσω έργου.

© Cengage Learning/George Sample



a

Ενέργεια μεταφέρεται εκτός του ραδιοφώνου από το μεγάφωνο ως μηχανικά κύματα.

© Cengage Learning/George Sample



b

Ενέργεια μεταφέρεται στη λαβή του κουταλιού μέσω θερμότητας.

© Cengage Learning/George Sample



c

Ενέργεια εισάγεται στο ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου μέσω μεταφοράς ύλης.

Cocoon/Photodisc/Getty Images



d

Ενέργεια εισάγεται στο σεσουάρ μέσω ηλεκτρισμού.

© Cengage Learning/George Sample



e

Ενέργεια εξάγεται από τη λάμπα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

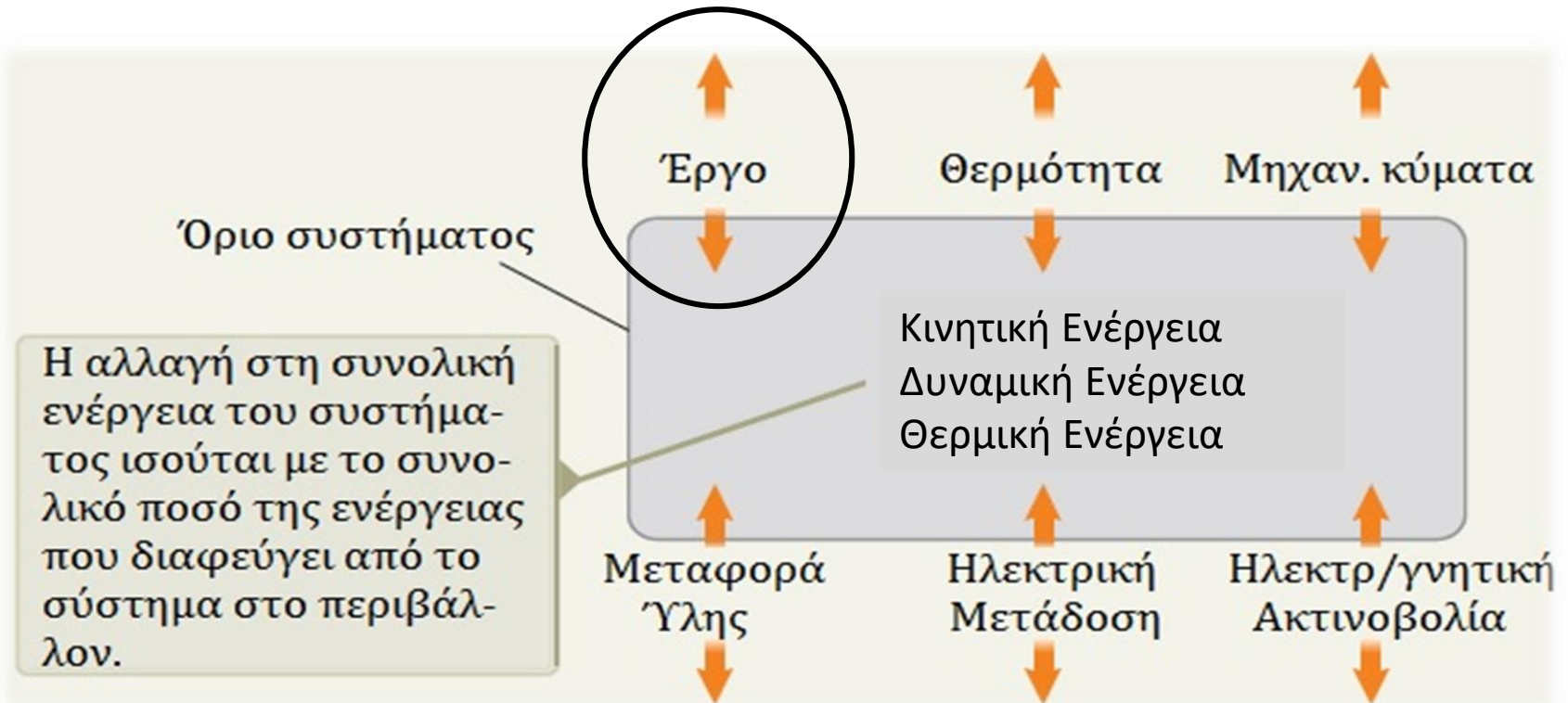
© Cengage Learning/George Sample



f

Διατήρηση της Ενέργειας

Μη απομονωμένα συστήματα



(κλείνει η παρένθεση)

Διατήρηση της Ενέργειας

- Μη απομονωμένα συστήματα
- Αν η **συνολική** ενέργεια σε ένα σύστημα αλλάζει, αυτό συμβαίνει **ΜΟΝΟΝ** αν ενέργεια έχει μεταφερθεί από ή προς το περιβάλλον του συστήματος, με κάποιον **μηχανισμό**
- Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

$$\Delta E_{system} = \sum T = \sum W_{ext}$$

όπου E_{system} είναι η συνολική ενέργεια του συστήματος (κάθε μορφής), και **T είναι το ποσό της ενέργειας** που μεταφέρεται εκτός ή εντός συστήματος με κάποιο **μηχανισμό** (εμείς θα μείνουμε μόνο στο μηχανισμό μέσω έργου)

Διατήρηση της Ενέργειας

Ενεργειακή
αλληλεπίδραση με
το περιβάλλον!!

- Μη απομονωμένα συστήματα
- Αν το σύστημα είναι **πολυμελές**, με παρουσία όλων των δυνατών ενεργειών, τότε

$$\overset{\Delta E_{system}}{\Delta K + \Delta U + \Delta E_{th}} = \sum W_{ext.forces}$$

ΑΔΕ

- Αν το σύστημα είναι **πολυμελές** με παρουσία μόνο κινητικών και δυναμικών ενεργειών, τότε

$$\Delta K + \Delta U = \sum W_{ext.forces}$$

ΑΔΕ

- Αν το σύστημα είναι **μονομελές**, τότε

$$\Delta K = \sum W_{ext.forces}$$

ΘΜΚΕΕ

Διατήρηση της Ενέργειας

- Απομονωμένα (κλειστά) συστήματα
- Δεν υπάρχει «εισαγωγή/διαφυγή» ενέργειας με κανένα τρόπο
- Η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή
- Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

$$\Delta E_{system} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

Μηδενική ενεργειακή αλληλεπίδραση με το περιβάλλον!!

- Απομονωμένα (κλειστά) συστήματα
 - Αναγκαστικά πολυμελές σύστημα
 - Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{th} = 0$$

ΔE_{system}

αν ασκούνται συντηρητικές και μη δυνάμεις, δηλ. σε κάθε περίπτωση!

ΑΔΕ

- Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

ΑΔΜΕ

μόνον όταν παράγουν έργο αποκλειστικά συντηρητικές δυνάμεις!

Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

Μονομελές

Πολυμελές

Πολυμελές

Μόνο συντηρητικές
δυνάμεις

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Προσέξτε!!
- Παρ' όλο που το προηγούμενο slide εμφανίζει τα διάφορα ενεργειακά θεωρήματα ως διαφορετικά μεταξύ τους, στην πραγματικότητα όλα είναι «παιδιά» της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε)!
- Η Α.Δ.Ε είναι **καθολικό** ενεργειακό θεώρημα, ισχύει από το μικρόκοσμο (άτομα) μέχρι το μακρόκοσμο (πλανητικά συστήματα)
- Το Θ.Μ.Κ.Ε-Ε και η Α.Δ.Μ.Ε είναι «**υποπεριπτώσεις**» της Α.Δ.Ε

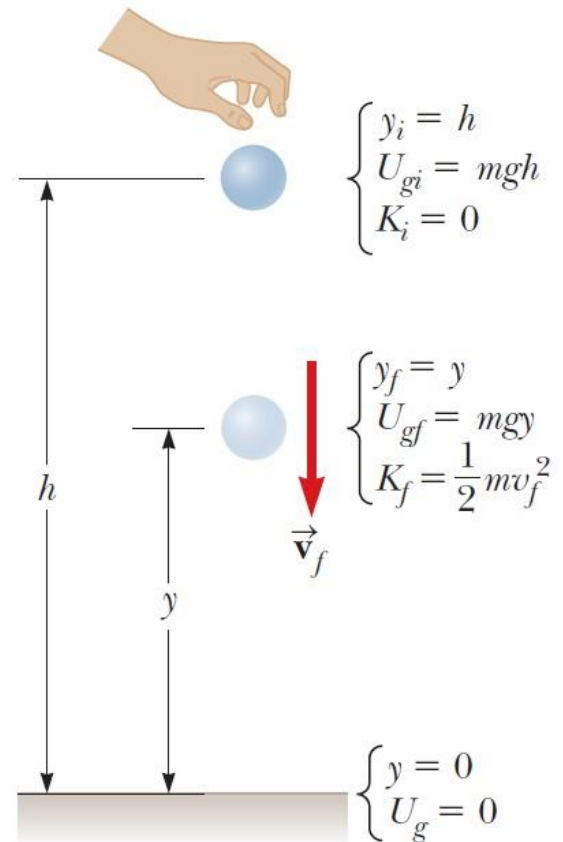
Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h .
- ◉ Α) Βρείτε την ταχύτητα της μπάλας σε ύψος y . Το σύστημα θα είναι η μπάλα και η Γη.
- ◉ Β) Υπολογίστε ξανά το Α) ερώτημα θεωρώντας ως σύστημα την μπάλα, δηλ. θεωρήστε ότι η Γη ανήκει στο περιβάλλον του συστήματος!

$$Α) \text{ Σύστημα} = \{ \text{μπάλα}, \text{Γη} \}$$

$$Β) \text{ Σύστημα} = \{ \text{μπάλα} \}$$



Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

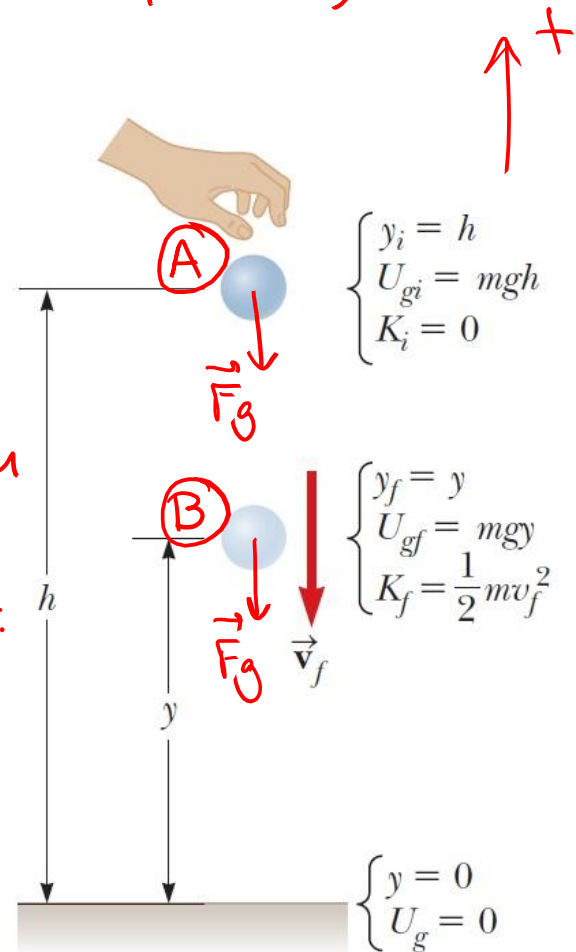
- ◉ Μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h .
- ◉ A) Βρείτε την ταχύτητα της μπάλας σε ύψος y .
Το σύστημα θα είναι η μπάλα και η Γη.

(* και κλειστού-ένου)

Σύστημα θα είναι $\{ \text{μπάλα}, \text{Γη} \}$ είναι κλειστό σύστημα*. Η μόνη δύναμη που παράγει έργο στην μπάλα είναι η δύναμη του βάρους, \vec{F}_g . Η δύναμη του βάρους είναι συντηρητική. Ισχύουν οι προϋποθέσεις της ΑΔΜΕ! Στη διαδρομή $A \rightarrow B$ θα έχουμε:

$$\Delta E_{\text{μηχ}} = 0 \Leftrightarrow E_{\text{μηχ}}^A = E_{\text{μηχ}}^B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow K_A + U_{g_A} = K_B + U_{g_B}$$



Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h .
 - ◉ Α) Βρείτε την ταχύτητα της μπάλας σε ύψος y .
Το σύστημα θα είναι η μπάλα και η Γη.

$$K_A + U_{g_A} = K_B + U_{g_B}$$

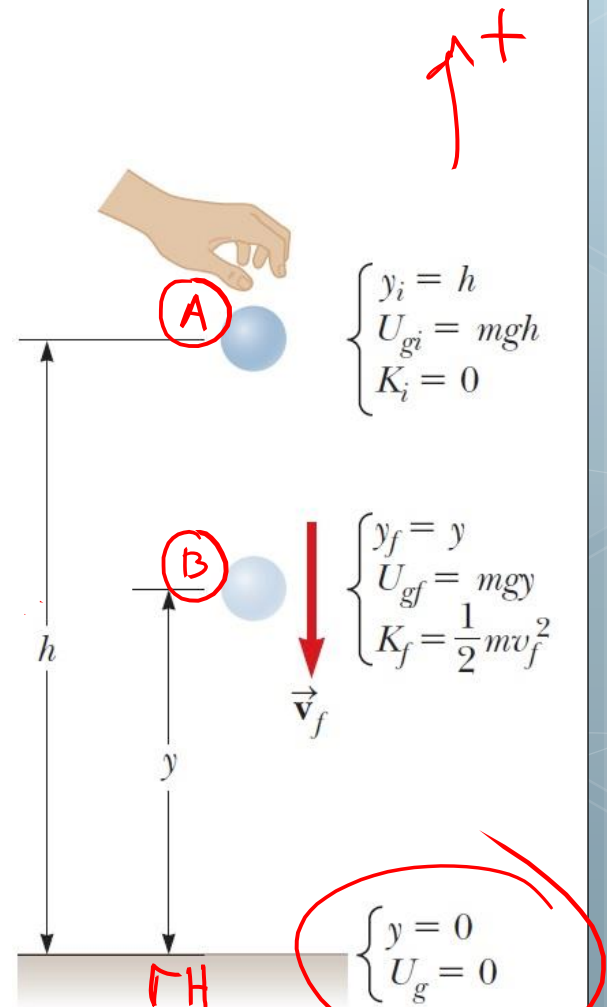
$$0 + \cancel{mgh} = \frac{1}{2} \cancel{m} u_B^2 + \cancel{m} gy$$

$$gh = \frac{1}{2} u_B^2 + gy$$

$$u_B^2 = 2g(h-y)$$

$$u_B = \pm \sqrt{2g(h-y)} \quad (\text{θετική φορά } \uparrow)$$

$$u_B = -\sqrt{2g(h-y)} \quad \text{ή} \quad \vec{u}_B = (-\sqrt{2g(h-y)}) \vec{j}$$



Διατήρηση της Ενέργειας

● Παράδειγμα – Λύση:

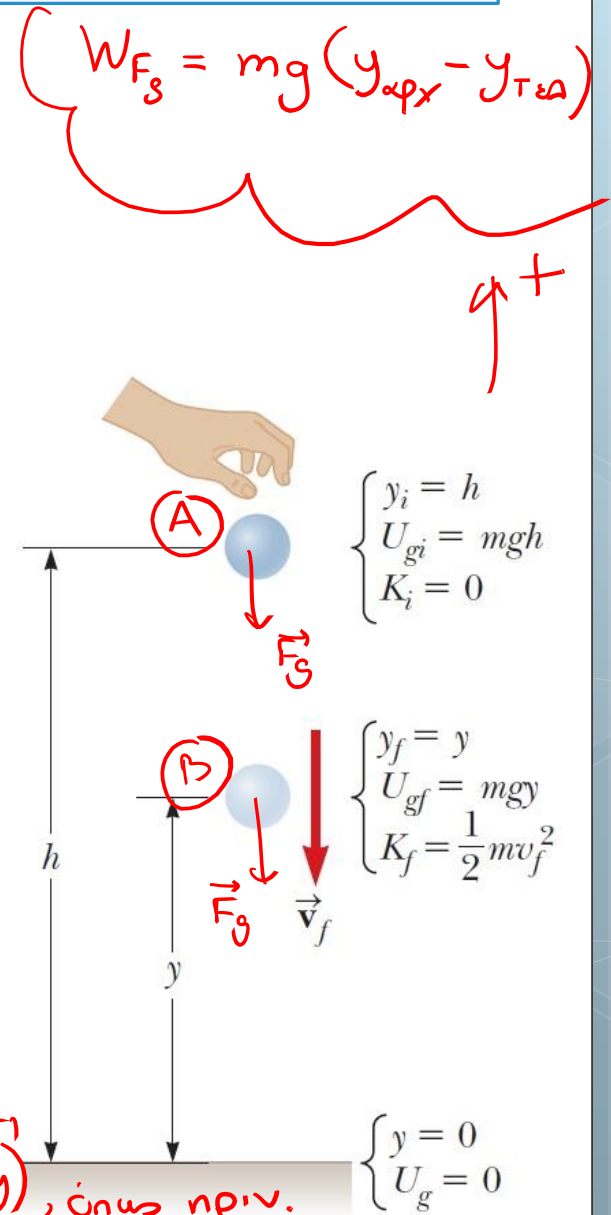
- Μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h .
- Β) Υπολογίστε ξανά το Α) ερώτημα θεωρώντας ως σύστημα την μπάλα.

Σύστημα είναι η {μπάλα}, μεταβλητές και μη-απεμονωμένο. Μόνη δύναμη που παράγει έργο, η δύναμη του βάρους, \vec{F}_g , είναι εξωτερική στο σύστημα. Άρα στη διαδρομή $A \rightarrow B$ ισχύει το ΘΜΚΕ-Ε:

$$\Delta K_{A \rightarrow B} = \sum W_{\text{ext}} = W_{F_g}$$

$$K_B - K_A = W_{F_g} = mg(h-y)$$

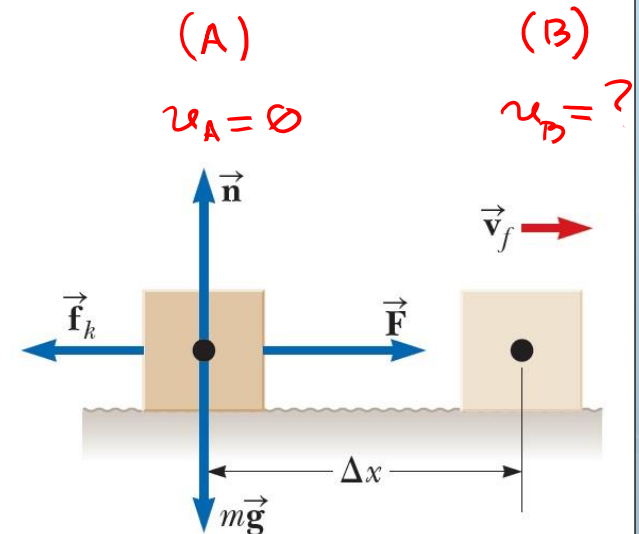
$$\frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = mg(h-y) \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(h-y)}, \text{ όπως πριν.}$$



Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N. Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15

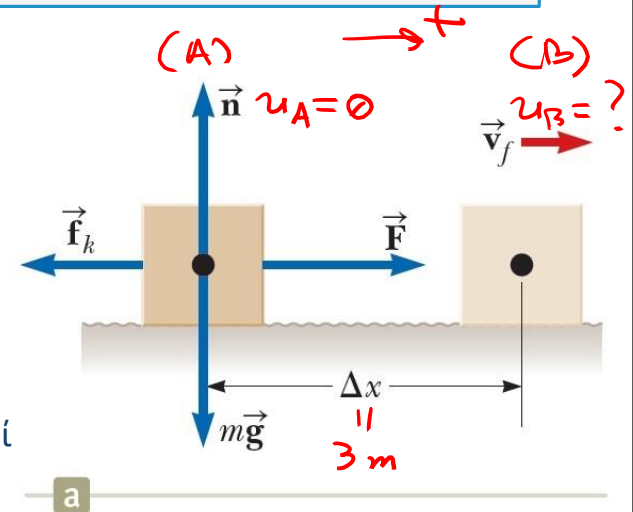


Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.

Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



Θεωρούμε ως σύστημα το {σώμα}, μονο-εξέλιξη και μη-απομονωμένο.
 Ισχύει στη διαδρομή A-B το ΘΜΚΕΕ:

$$\Delta K_{A \rightarrow B} = \sum W_{ext} = \cancel{W_{\vec{n}}} + \cancel{W_{\vec{F}_g}} + W_{\vec{f}_k} + W_{\vec{F}} \quad (\perp \Delta \vec{x})$$

$$K_B - K_A = W_{\vec{f}_k} + W_{\vec{F}}$$

$$\frac{1}{2} m u_B^2 - 0 = f_k \cdot \Delta x \cdot \cos(\pi) + F \cdot \Delta x \cdot \cos(0) = -f_k \Delta x + F \Delta x$$

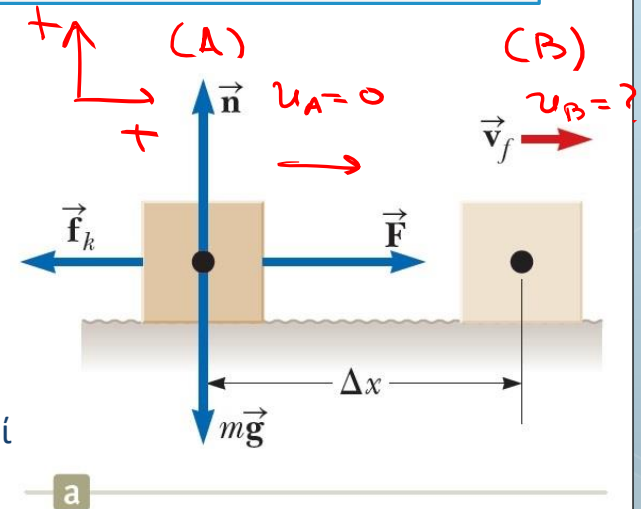
$$\frac{1}{2} m u_B^2 = -\mu_k \eta \Delta x + F \cdot \Delta x \quad (1)$$

Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.

Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



Στον άξονα yy , το σώμα ισορροπεί: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$ (1) (N.N)

$$\text{δυν. } \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Rightarrow n - F_g = 0 \Rightarrow n = F_g = mg \quad (2)$$

$$\text{Άρα } (1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{2} m u_B^2 = -\mu_k m g \Delta x + F \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_B^2 = \frac{2F \cdot \Delta x - 2\mu_k m g \Delta x}{m} \Rightarrow u_B \approx 1.8 \frac{m}{s}$$

3-

$$\vec{u}_B \approx \left(1.8 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$$

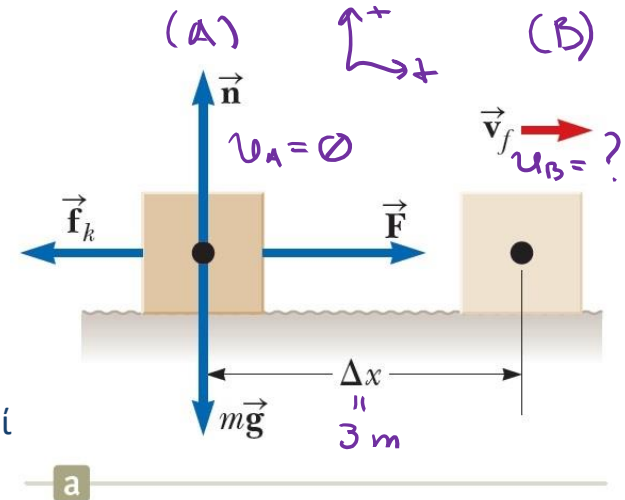
Δείτε την επόμενη λύση αν θεωρήσουμε ως σύστημα το {σώμα, οριζόντια επιφάνεια}!

Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.

Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



Θεωρούμε ως σύστημα το {σώμα, επιφάνεια}. Είναι πολυμερές αλλά όχι απομονωμένο, καθώς "μιλάει" ενεργά με την εξωτερική δύναμη \vec{F} (οι δυνάμεις \vec{n} , $m\vec{g}$ δεν παράγουν έργο ως κάθετες στη μετατόπιση). Η δύναμη τριβής ολίσθησης \vec{f}_k είναι εσωτερική του συστήματος αλλά έχει συντηρητική. Μιλάει να εφαρμόσουμε Α.Ο.Ε στη διαδρομή $A \rightarrow B$:

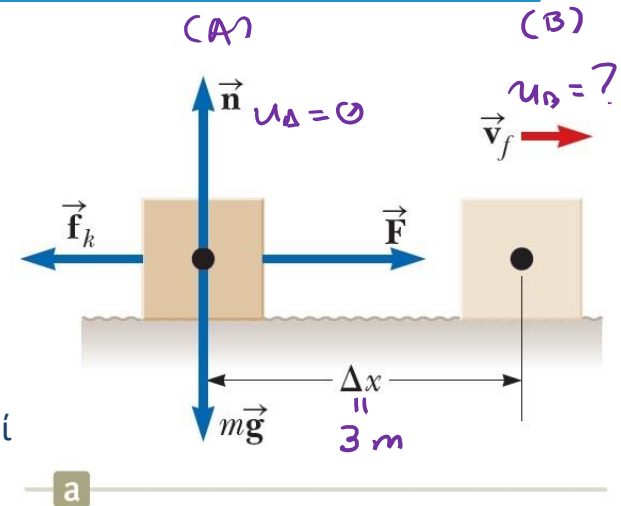
$$\Delta E_{\text{sys}} = \sum W_{\text{ext}} = \cancel{W_{\vec{n}}} + \cancel{W_{m\vec{g}}} + W_{\vec{F}} \quad (\perp \Delta \vec{x})$$

Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.

Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



$$\Delta E_{\text{sys}} = W_{\vec{F}}$$

$$\Delta K_{A \rightarrow B} + \Delta E_{\text{th}}^{A \rightarrow B} = W_{\vec{F}}$$

$$K_B - K_A + f_k \cdot \Delta x = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

$$\frac{1}{2} m u_B^2 - 0 + \mu_k n \Delta x = F \cdot \Delta x \cos(0)$$

$$\frac{1}{2} m u_B^2 = F \Delta x - \mu_k n \cdot \Delta x \quad \textcircled{1}$$

Reminder:

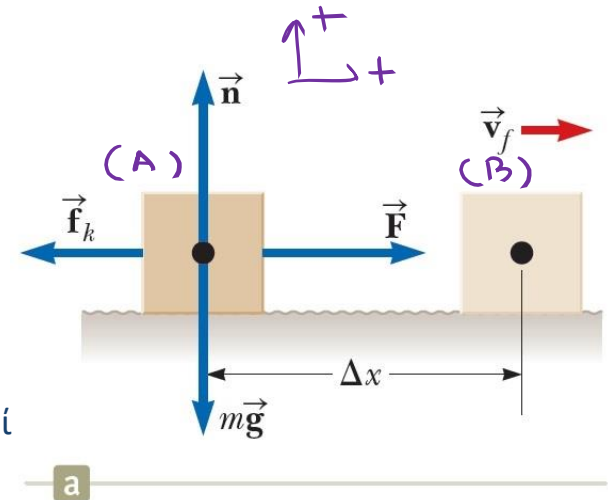
$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{th}} &= -W_{f_k} \\ &= f_k \Delta x \end{aligned}$$

Διατήρηση της Ενέργειας

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.

Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



Όπως λόγω ισορροπίας στον άξονα y , ισχύει ο 1^{ος} Ν. Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{n} + m\vec{g} = \vec{0}$$

Θετική φορά προς τα πάνω, άρα $n - mg = 0 \Leftrightarrow n = mg$ (2)

$$\text{Η } \textcircled{1} \xrightarrow{\textcircled{2}} \frac{1}{2} m u_B^2 = F \cdot \Delta x - \mu_k m g \Delta x \Leftrightarrow$$

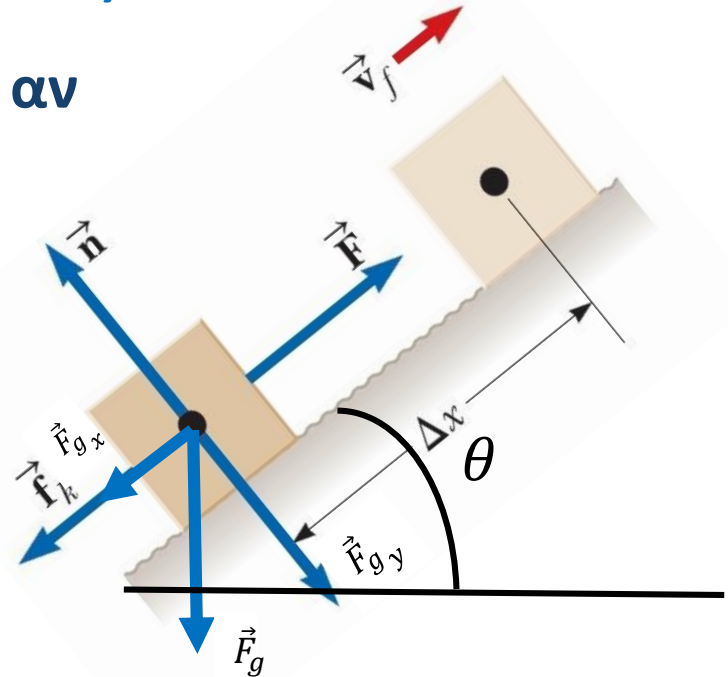
$$\Leftrightarrow u_B^2 = \frac{2F \cdot \Delta x - 2\mu_k m g \Delta x}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_B = \sqrt{\frac{2F \cdot \Delta x - 2\mu_k m g \Delta x}{m}} \approx 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ όπως και πριν.}$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Τι θα άλλαζε στο παράδειγμα αν το επίπεδο ήταν κεκλιμένο?

- Δείτε το διπλανό σχήμα



- Η δύναμη του **βάρους** παράγει έργο στο σώμα!
 - ...και συγκεκριμένα η **x -συνιστώσα του βάρους**
 - ...η **y -συνιστώσα του** θα είναι **κάθετη στη μετατόπιση** και το έργο της θα είναι **μηδέν**
- Το σύστημα αξόνων θα στηθεί με τον x' **||** κεκλιμένο

Διατήρηση της Ενέργειας

- Τι θα άλλαζε «ενεργειακά»?

- Για το σύστημα {σώμα}, **μονομελές** και **μη απομονωμένο**, θα είχαμε

$$\Delta E_{sys} = \Delta K = \sum W_{ext} = W_F + W_{Fg_x} + W_{f_k}$$

- Για το σύστημα {σώμα, Γη}, **πολυμελές** και **μη απομονωμένο**:

$$\Delta E_{sys} = \Delta K + \Delta U_g = \sum W_{ext} = W_F + W_{f_k}$$

- Για το σύστημα {σώμα, κεκλιμένο}, **πολυμελές** και **μη απομονωμένο**:

$$\Delta E_{sys} = \Delta K + \Delta E_{th} = \sum W_{ext} = W_F + W_{Fg_x}$$

- Για το σύστημα {σώμα, κεκλιμένο, Γη}, **πολυμελές** και **μη απομονωμένο**:

$$\Delta E_{sys} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta E_{th} = \sum W_{ext} = W_F$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Γνωρίζουμε ότι **έργο == μεταφορά ενέργειας**
 - Ερώτημα: Πόσο **γρήγορα** μεταφέρεται η ενέργεια?
 - Αν θέλετε να αγοράσετε έναν κινητήρα για να κινεί ένα ασανσέρ μάζας 1500 kg για 5 ορόφους, έχει μεγάλη σημασία αν ο κινητήρας το κάνει σε 30 s ή σε 30 min! 😊
- Το «**πόσο γρήγορα**» υποδηλώνει ένα **ρυθμό μεταβολής**
 - Μεταβολή ενέργειας σε χρονικό διάστημα Δt : **μέση ισχύς**

$$P_{avg} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

- Μονάδα μέτρησης: $1 \text{ Watt} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Εναλλακτικά, η ισχύς μπορεί να ιδωθεί ως ο **ρυθμός παραγωγής έργου**
- Μέση ισχύς σε διάστημα Δt

$$P_{avg} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t}$$

- Στιγμιαία ισχύς (για έργο σταθερής δύναμης)

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_{avg} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{u}$$



Τέλος Διάλεξης

