

Physics

The image is a hand-drawn collage of physics concepts. At the center is the word "Physics" in large, bold, black letters. Surrounding it are various diagrams and formulas:

- Top Left:** A diagram of a rectangular block on a surface with a force vector F_L and a coordinate system with x and y axes. Below it is the formula $P = \frac{W}{t}$.
- Top Center:** A diagram of a pendulum with a bob and a string, labeled with P and N . Above it is the formula $w = 2\pi f$ and $t = \frac{s}{v}$.
- Top Right:** A diagram of a simple pendulum with a bob and a string, labeled with $PE = mgh$.
- Middle Left:** A diagram of a light bulb with rays emanating from it, labeled with $PE = m \times g \times h$.
- Middle Right:** A diagram of a light bulb with rays emanating from it, labeled with $I = \frac{C}{R}$.
- Bottom Left:** A diagram of a spring-mass system with a mass m and a spring constant k , labeled with $E = mg^2$.
- Bottom Center:** A diagram of a projectile on an inclined plane with points A , B , and C , labeled with $s = ut + \frac{1}{2}at^2$.
- Bottom Right:** A diagram of a circuit with a battery, a voltmeter V , and two points A and B , labeled with $S = V \times t$ and $S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$.
- Bottom Far Right:** A diagram of a circuit with a battery, a resistor R , and a voltmeter V , labeled with $T = \frac{E}{R+r}$.

Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος (review...)

- Κινητική Ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mu_f^2 - \frac{1}{2}mu_i^2$$

- Σχετίζεται με την **κίνηση** ενός συστήματος (των μελών του)

- Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια

$$U_g = mgy \Rightarrow \Delta U_g = mgy_f - mgy_i$$

- Σχετίζεται με την **αλλαγή σχετικής θέσης** (κατακόρυφη απομάκρυνση y) **των μελών του συστήματος** {σώματα, Γη} σε σχέση με τη Γη

Ενέργεια Συστήματος (review...)

- Ελαστική Δυναμική Ενέργεια

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \Delta U_s = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

- Σχετίζεται με τη μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας ενός συστήματος {ελατηρίου, σώματος}

- Θερμική Ενέργεια

$$\Delta E_{th} = f_k \Delta x = -W_{friction}$$

- Σχετίζεται με τη μεταβολή στη θερμοκρασία του συστήματος {σώμα, επιφάνεια}

Ενέργεια Συστήματος (review...)

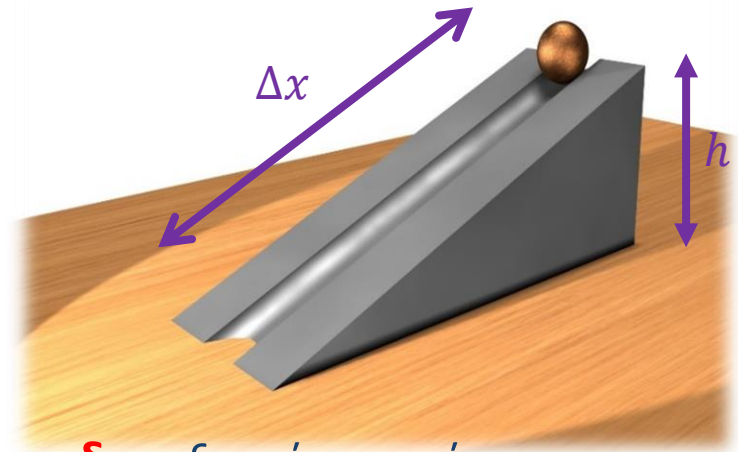
- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
- Όταν σε ένα σύστημα ασκούνται **εξωτερικές δυνάμεις**, το συνολικό έργο που παράγεται από αυτές στο σύστημα ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

$$\Delta K = K_f - K_i = \sum W_{ext.forces}$$

- Γνωστά έργα:
 - Βάρους: $W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{y} = mg(y_i - y_f)$
 - Ελατηρίου: $W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$
 - Τριβής: $W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \Delta \vec{x} = -f_k \Delta x$

Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρήστε το διπλανό σύστημα: {μπάλα, επικλινές, έδαφος (Γη)}
Η απόσταση που μια μπάλα ολισθαίνει σε μια επικλινή επιφάνεια με τριβές, έχει μεγάλη σημασία για το πόση δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική
- Μεγαλύτερη απόσταση \rightarrow μεγαλύτερο ποσοστό **δυναμικής** ενέργειας μετατρέπεται σε **θερμική** λόγω του έργου της δύναμης τριβής
- Υπάρχει εξάρτηση από το «μονοπάτι»
- Αντίθετα, το έργο της δύναμης του βάρους **δεν** εξαρτάται από το «μονοπάτι» που ακολουθεί το σώμα!



ενώ

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{y} = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mgh$$

$$W_{\text{τριβης}} = -f_k \Delta x$$

Ενέργεια Συστήματος

○ Αυτή η **εξάρτηση από τη διαδρομή** («μονοπάτι») που ακολουθεί το σώμα ορίζει δυο κατηγορίες δυνάμεων:

○ **Συντηρητικές (*conservative*)**

○ Ανεξάρτητη από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη βαρύτητας

○ **Μη συντηρητικές (*nonconservative*)**

○ Εξάρτηση από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη τριβής ολίσθησης

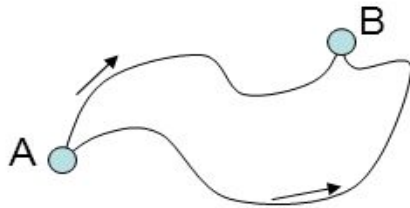
○ **Συντηρητικές δυνάμεις – Ιδιότητες:**

1. Το **έργο** που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται ανάμεσα σε οποιαδήποτε δυο σημεία είναι **ανεξάρτητο της διαδρομής** ανάμεσα σε αυτά.
2. Το **έργο** που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται **σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν**.

Ενέργεια Συστήματος

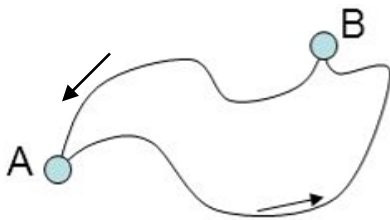
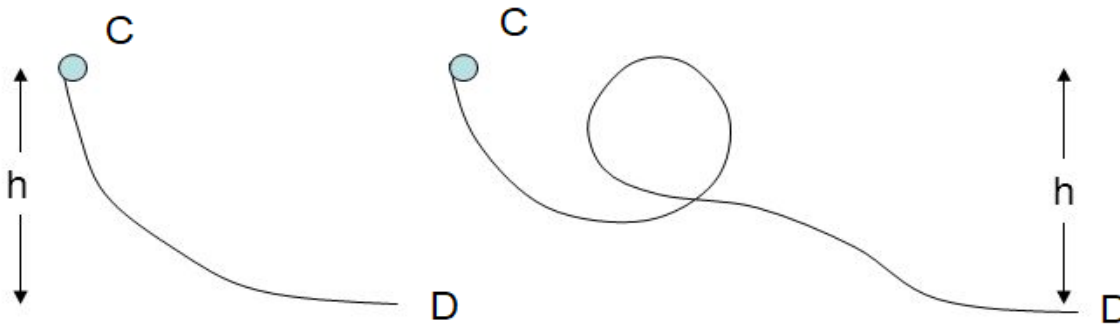
Συντηρητικές δυνάμεις - Ιδιότητες:

Έστω ότι οι κινήσεις μεταξύ των σημείων οφείλονται σε μια συντηρητική δύναμη



Το έργο που παράγεται στη διαδρομή από το A στο B είναι το ίδιο για κάθε μια από τις διαδρομές.

Όμοια και για τις διαδρομές από το C στο D.



Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης από το A στο B και ξανά μετά στο A είναι μηδέν (κλειστή διαδρομή)

Ενέργεια Συστήματος

- Μια δύναμη λέγεται **μη συντηρητική** αν δεν ικανοποιεί (τουλάχιστον μια από) τις ιδιότητες 1 και 2 που είδαμε πριν
 - Παράδειγμα: τριβή ολίσθησης
- Η δράση **αποκλειστικά συντηρητικών** δυνάμεων είναι μεγάλο πλεονέκτημα για ένα σύστημα, καθώς μπορεί να υποστηρίξει ένα **συγκεκριμένο ενεργειακό θεώρημα**
- Ας ορίσουμε το **άθροισμα της κινητικής K και της (μιας ή περισσότερων) δυναμικής ενέργειας U ενός πολυμελούς συστήματος ως τη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος:**

$$E_{mech} = K + U$$

Ενέργεια Συστήματος

- Αποδεικνύεται πειραματικά ότι οι **μη συντηρητικές** δυνάμεις που δρουν σε ένα **πολυμελές** σύστημα **αλλάζουν** τη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος! Αντίθετα, οι **συντηρητικές** τη διατηρούν!

Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

μόνο αν στο πολυμελές σύστημα δρουν αποκλειστικά **συντηρητικές** δυνάμεις!

- Προφανώς για τον ορισμό δυναμικής ενέργειας απαιτείται **πολυμελές** σύστημα
- Και **ποιες** δυνάμεις είναι συντηρητικές?...

Ενέργεια Συστήματος

- Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων

- Δύναμη Βαρύτητας \vec{F}_g

- $W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mgy_i - mgy_f$
- Εξάρτηση μόνο από τα y_i, y_f , **όχι** από τη διαδρομή σε αυτά
- $W_g = 0$, σε **κλειστή** διαδρομή ($y_i = y_f$)

- Δύναμη ελατηρίου \vec{F}_s

- $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$
- Εξάρτηση μόνο από τα x_i, x_f , **όχι** από τη διαδρομή σε αυτά
- $W_s = 0$, σε **κλειστή** διαδρομή ($x_i = x_f$)

Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ένα παιδί μάζας m ολισθαίνει από ακίνητη θέση σε μια νεροτσουλήθρα ύψους $h = 8.5 \text{ m}$. Υποθέστε ότι η νεροτσουλήθρα περιγράφει μια επιφάνεια χωρίς τριβές και βρείτε την ταχύτητα του παιδιού στο τέρμα της.

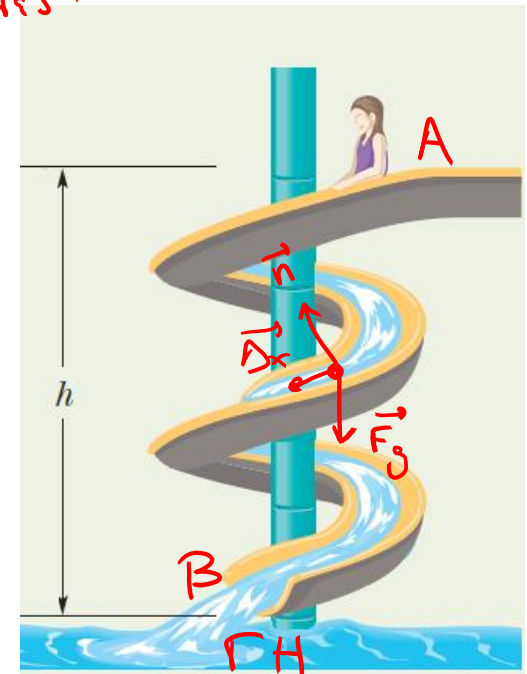
Θεωρώ το σύστημα $\{ \text{παιδί}, \Gamma_H \}$, πολυμερές!

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι οι $\vec{F}_g, \vec{n} \Rightarrow W_{\vec{n}} = 0$, επειδή $\vec{n} \perp \Delta\vec{x}$. Η \vec{F}_g είναι συντηρητική!

Στη διαδρομή $A \rightarrow B$, εφαρμόζεται η

Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής

Ενέργειας.



Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα – Λύση:

$$\Delta E_{\text{ΜΗΧ}}^{A-B} = 0$$

$$E_{\text{ΜΗΧ}}^A = E_{\text{ΜΗΧ}}^B$$

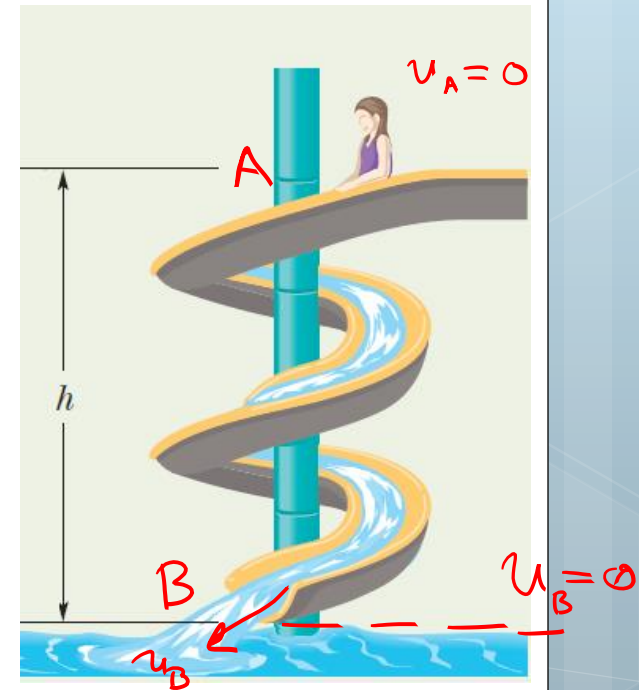
$$K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2} m u_B^2 + 0$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2} \cancel{m}u_B^2$$

$$u_B^2 = 2gh$$

$$u_B = \sqrt{2gh} \approx 12.81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

Μόνο συντηρητικές
δυνάμεις

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

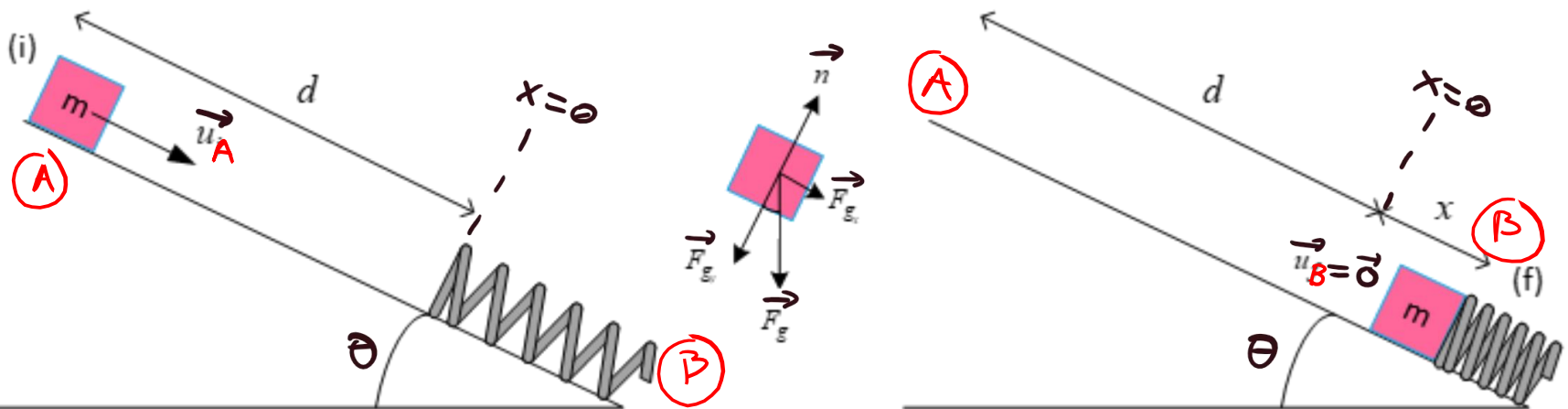
Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Ενέργεια Συστήματος

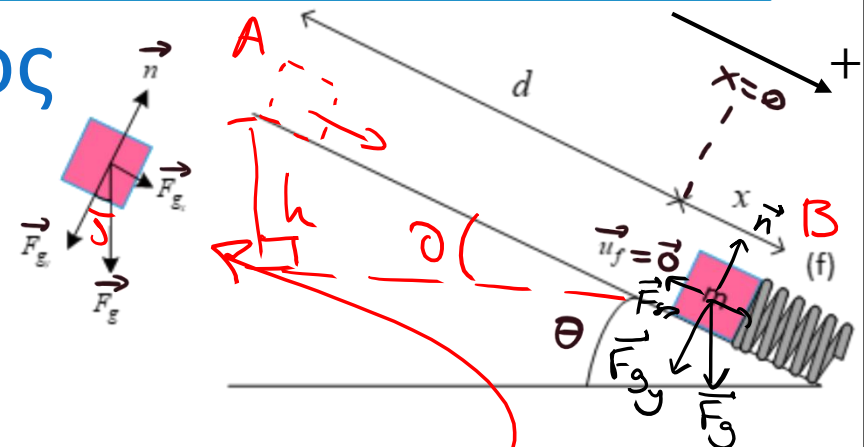
● Παράδειγμα (revisited):

- Λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ έχει ελατήριο σταθεράς k στερεωμένο στο κάτω μέρος του. Ένα κουτί μάζας m τοποθετείται πάνω στο κεκλιμένο σε απόσταση d από το ελατήριο. Από τη θέση αυτή, το κουτί βάλλεται προς το ελατήριο με ταχύτητα u_0 . Πόσο έχει συμπιεστεί το ελατήριο όταν το κουτί φτάνει στιγμιαία σε ηρεμία?



Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα – Λύση:



Θεωρούμε ως σύστημα το
 $\{ \text{σώμα}, \Gamma_{\text{η}}, \text{ελατήριο} \}$

Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις του σχήματος.

Στη διαδρομή $A \rightarrow B$, οι δυνάμεις $\vec{F}_{\text{g}x}$, $\vec{F}_{\text{ελ}}$ είναι οι μόνες
 να παράγουν έργο στο σύστημα, και είναι συντηρητικές!

Στη διαδρομή $A \rightarrow B$, ισχύει η ΑΔΜΕ:

$$\Delta E_{\text{μηχ}}^{A \rightarrow B} = 0 \iff E_{\text{μηχ}}^A = E_{\text{μηχ}}^B \iff$$

$$\iff K_A + U_{\text{g}A} + U_{\text{s}A} = K_B + U_{\text{g}B} + U_{\text{s}B}$$

$$\frac{1}{2} m u_A^2 + mgh + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\sin \theta = \frac{h}{d+x}$$

$$h = \sin \theta \cdot (d+x)$$

Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα – Λύση:

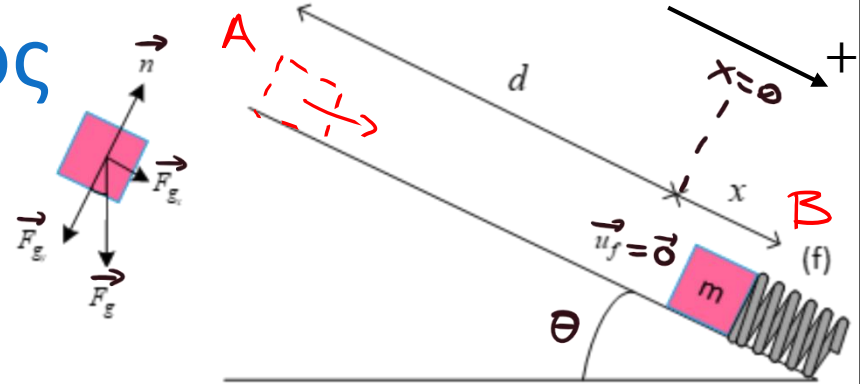
Αρα

$$\frac{1}{2} m u_A^2 + mg(d+x) \sin \theta = \frac{1}{2} k x^2$$

Λίναμε το ποδωώνυμο ως προς x και παίρνουμε:

$$x = \frac{mg \sin \theta \pm \sqrt{(mg \sin \theta)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} k \left(\frac{1}{2} m u_A^2 + mg \sin \theta \cdot d \right)}}{2 \cdot \frac{1}{2} k}$$

Από τις δύο ρίζες επιλέγω τη θετική λύση γιατί η θετική φορά του άξονα x είναι προς τη βάση του κεκλιμένου, όπως και τη φορά του διανύσματος επιτάξεως του ελαστικού, \vec{x} .



Ενέργεια Συστήματος

- Δύναμη βάρους \rightarrow συντηρητική δύναμη \rightarrow βαρυτική δυναμική ενέργεια
- Δύναμη ελατηρίου \rightarrow συντηρητική δύναμη \rightarrow ελαστική δυναμική ενέργεια

(peek into the future 😊)

- Ηλεκτρική δύναμη \rightarrow συντηρητική δύναμη \rightarrow ηλεκτρική δυναμική ενέργεια
 - ...που σχετίζεται με το ηλεκτρικό δυναμικό
- Παρατηρούμε κάποιο μοτίβο...
- Μια **συντηρητική** δύναμη σχετίζεται με τη **μεταβολή μιας δυναμικής ενέργειας!**

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω ένα **πολυμελές** σύστημα που αλλάζει από μια διάταξη των μελών του σε μια άλλη λόγω έργου μιας εσωτερικής συντηρητικής δύναμης, $W_{F,int}$
 - ...χωρίς επίδραση άλλων δυνάμεων (**απομονωμένο** σύστημα)
- Ένα **σώμα** από τα μέλη του **κινείται** από μια θέση i (αρχική) σε μια θέση f (τελική)
- **Μεταβλήθηκε** (έστω αυξήθηκε) η **κινητική του ενέργεια**
- Πρέπει **ισόποσα να μεταβληθεί «αντίστροφα»** (μειωθεί) η **δυναμική του ενέργεια**
 - ...λόγω Α.Δ.Μ.Ε!

$$W_{F,int} = \Delta K = -\Delta U = -(U_f - U_i) = U_i - U_f$$

Ενέργεια Συστήματος

- Το έργο $W_{F,int}$ που παράγεται από μια **εσωτερική συντηρητική δύναμη σε ένα άλλο σώμα που είναι μέλος του συστήματος** ισούται με την αρνητική μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας

- Π.χ. έργο **βάρους** κατά την ανύψωση βιβλίου στο σύστημα {Γη-βιβλίο}

$$W_{F_g} = -\Delta U_g$$

- Π.χ. έργο **δύναμης του ελατηρίου** κατά τη μετατόπιση του από τη θέση ισορροπίας στο σύστημα {ελατήριο-σώμα}

$$W_s = -\Delta U_s$$

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω ότι αυτή η **εσωτερική συντηρητική δύναμη** \vec{F}_{int} προκαλεί **αλλαγή της διάταξης** του συστήματος λόγω της **κίνησης** ενός από τα σώματα επάνω **στο $x'x$ άξονα**
- Έστω ότι η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα
 - Τα ίδια ακριβώς θα ισχύουν και για δύναμη υπό γωνία με τον άξονα $y'y$ ή τον $z'z$, αλλά χάριν απλότητας ας κρατήσουμε μόνο τον $x'x$
- Το έργο της (σταθερής) δύναμης αυτής θα είναι (ορισμός έργου):

$$W_{F,int} = \vec{F}_{int} \cdot \Delta\vec{x} = F_{int}\Delta x \cos\theta = F_x\Delta x = -\Delta U$$

Ενέργεια Συστήματος

- Αν $\Delta x \rightarrow dx$, μπορούμε να πούμε ότι $\Delta U \rightarrow dU$

$$dU = -F_x dx \Rightarrow F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Έτσι

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow U(x) = -\int F_x dx + U_i$$

- Η συνάρτηση $U(x)$ λέγεται **συνάρτηση δυναμικής ενέργειας**
- Η θέση x όπου $F_x = 0$ λέγεται **θέση ισορροπίας**
- Προφανώς ισχύει και

$$F_y = -\frac{dU}{dy}, \quad F_z = -\frac{dU}{dz}$$

Ενέργεια Συστήματος

◉ Ευσταθής ισορροπία (stable equilibrium)

- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ευσταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια την έγερση μιας δύναμης που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας του
 - ◉ Παραδείγματα: σύστημα σώματος-ελατηρίου, σύστημα μπίλιας-κυρτού μώλ-Γης

◉ Ασταθής ισορροπία (unstable equilibrium)

- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ασταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια την έγερση μιας δύναμης που απομακρύνει περισσότερο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του
 - ◉ Παραδείγματα: σύστημα μολυβιού-Γης που ισορροπεί στη μύτη του επάνω σε μια επιφάνεια, σύστημα μπάλας-Γης στην κορυφή ενός λόφου

◉ Ουδέτερη ισορροπία (neutral equilibrium)

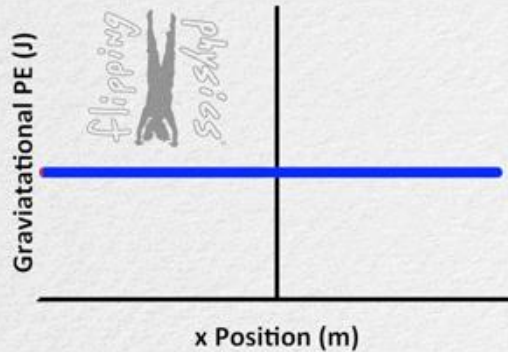
- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ουδέτερης ισορροπίας αν η θέση ισορροπίας του δεν εξαρτάται από μετατοπίσεις από την αρχική του θέση, δηλ. όταν παραμένει στη νέα του θέση μετά από κάποια μετατόπιση χωρίς να επιστρέφει πίσω στην αρχική του θέση
 - ◉ Παράδειγμα: σύστημα μπάλας-οριζόντιου εδάφους, σύστημα βιβλίου πλευρικά τοποθετημένου-οριζόντιου εδάφους

Ενέργεια Συστήματος

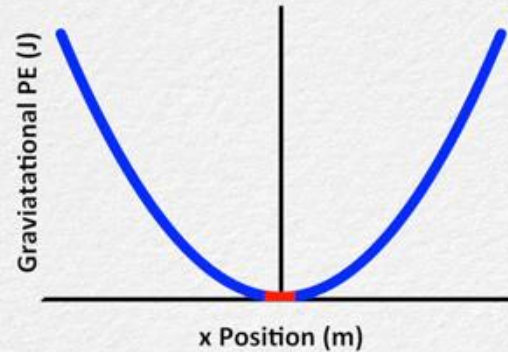
Equilibrium



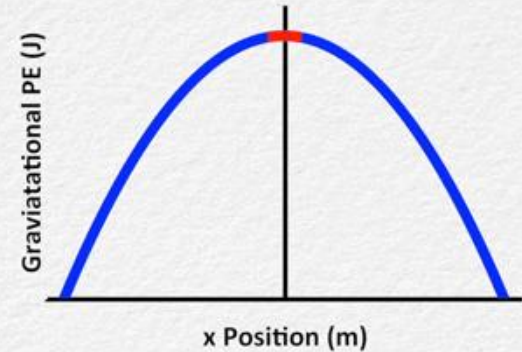
Neutral



Stable



Unstable



Ενέργεια Συστήματος

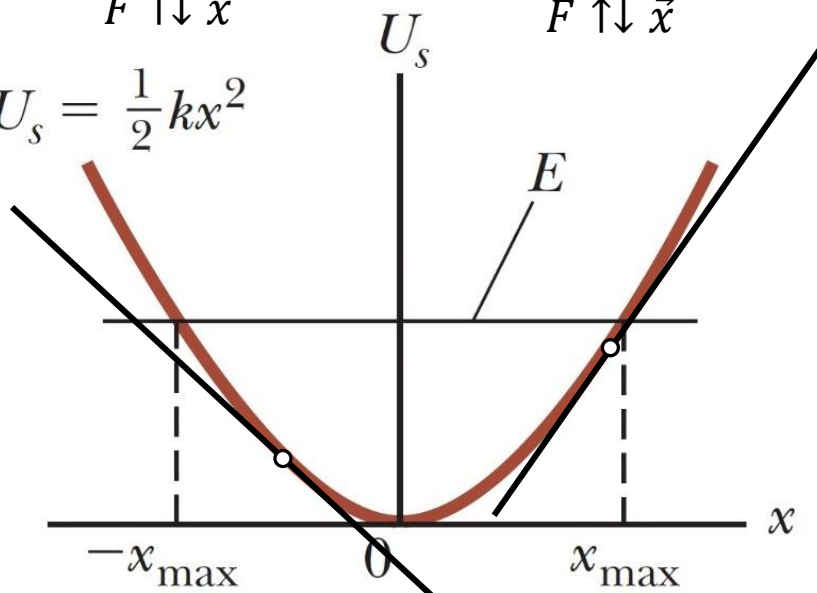
$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Η κλίση $\frac{dU}{dx}$ μας πληροφορεί για την ευστάθεια ή αστάθεια ενός συστήματος
- Παραδείγματα:

$$\frac{dU}{dx} < 0 \Rightarrow F_x > 0$$

$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{x}$$

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$



$$\frac{dU}{dx} > 0 \Rightarrow F_x < 0$$

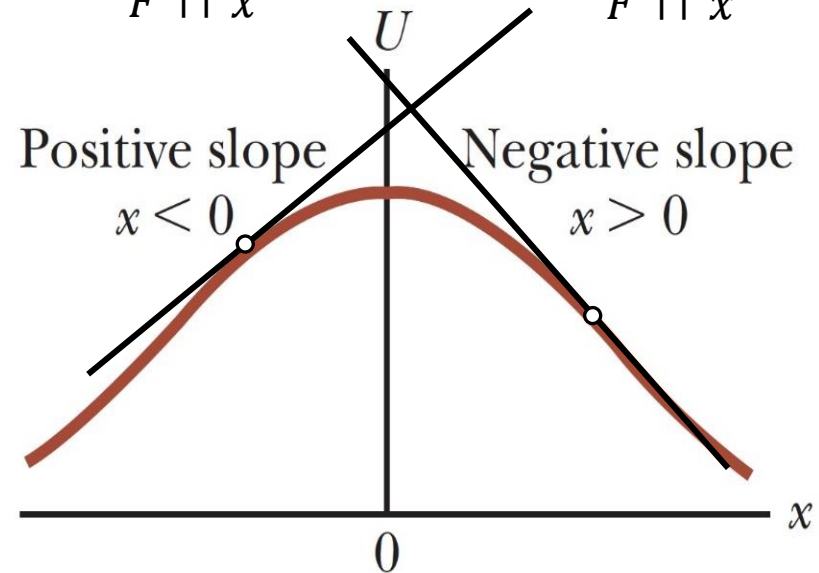
$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{x}$$

$$\frac{dU}{dx} > 0 \Rightarrow F_x < 0$$

$$\frac{dU}{dx} < 0 \Rightarrow F_x > 0$$

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{x}$$

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{x}$$



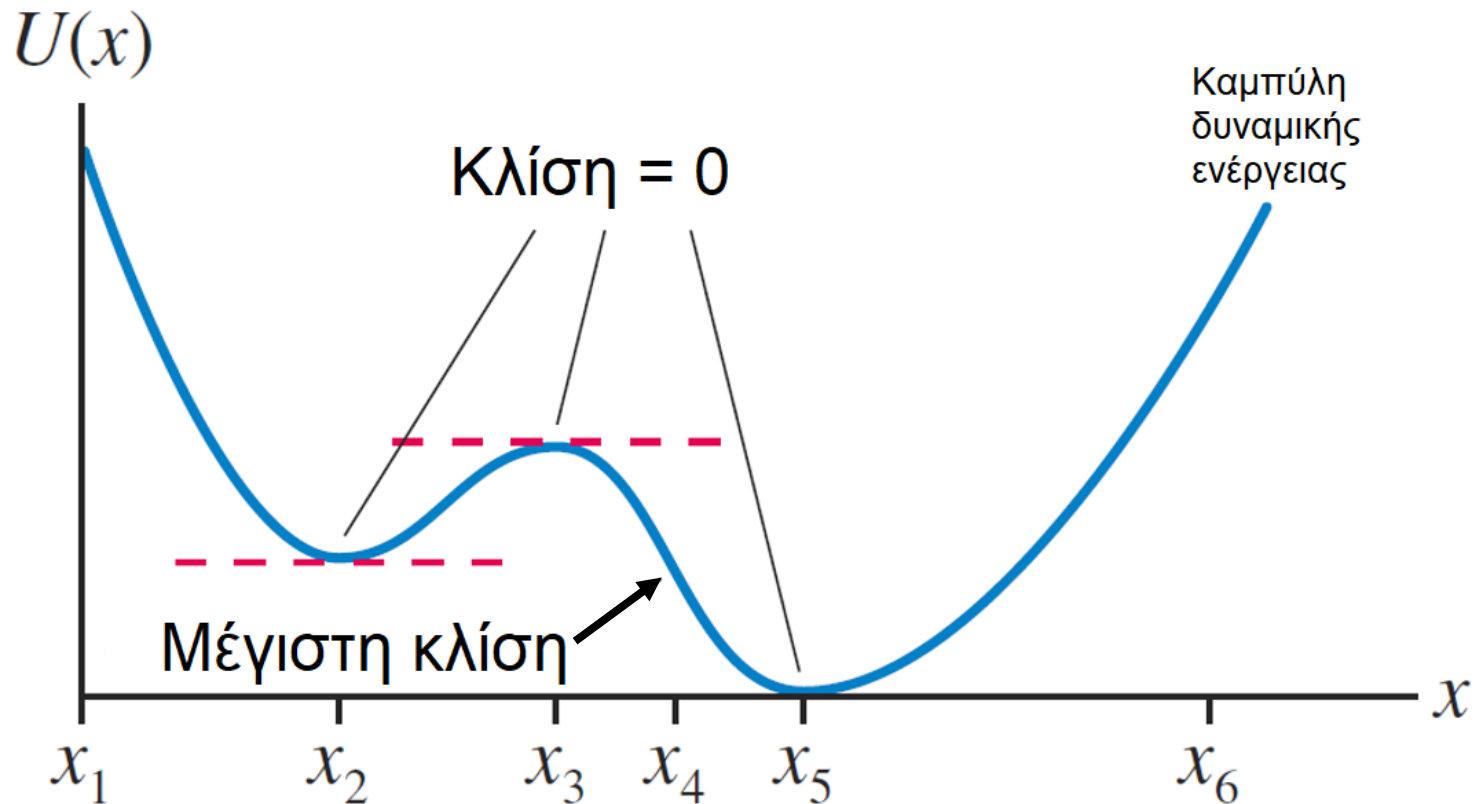
Ενέργεια Συστήματος

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Όταν $\vec{F} \uparrow \vec{x}$, η **δύναμη** που εγείρεται είναι **ομόρροπη** με τα **μετατόπιση**
 - Το σύστημα μετατοπίζεται περαιτέρω μακριά από τη θέση ισορροπίας του!
 - **Αστάθεια!**
- Όταν $\vec{F} \updownarrow \vec{x}$, η **δύναμη** που εγείρεται είναι **αντίρροπη** με τα **μετατόπιση**
 - Το σύστημα επιστρέφει στη θέση ισορροπίας του!
 - **Ευστάθεια!**

Ενέργεια Συστήματος

- Ένα πραγματικό σύστημα μπορεί να έχει **περιοχές** ευσταθούς, ασταθούς, και ουδέτερης ισορροπίας





Τέλος Διάλεξης

