

Physics

$$\omega = 2\pi f$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$V^2 = u^2 + 2as$$

$$PE = mgh$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$I = \frac{V}{R}$$

$$PE = m \times g \times h$$

$$S_t = V_t^T$$

$$S = \left(\frac{u + \dots}{\dots} \right)$$

$$E = mg^2$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$



Reminder...



- ◉ Διαλέξεις
 - ◉ Προαιρετική παρουσία!
- ◉ Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- ◉ Δεν υπάρχουν απουσίες
- ◉ Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- ◉ Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα



Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα

Χωρητικότητα



- **Εισαγωγή**

- Σε αυτή τη διάλεξη θα μιλήσουμε για το πρώτο από τα τρία βασικά συστατικά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος
- Τον **πυκνωτή!**
- Οι πυκνωτές είναι **διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια**
- Πυκνωτές χρησιμοποιούνται
 - για την επιλογή συχνότητας στο ραδιόφωνό σας
 - ως φίλτρα σε παροχές ρεύματος
 - για αποθήκευση ενέργειας όταν θέλετε να βγάλετε φωτογραφία με φλας 😊
 - κ.α.

Χωρητικότητα



- Χωρητικότητα

- Έστω δυο αγωγοί όπως στο σχήμα

- Αυτή η διάταξη ονομάζεται **πυκνωτής**

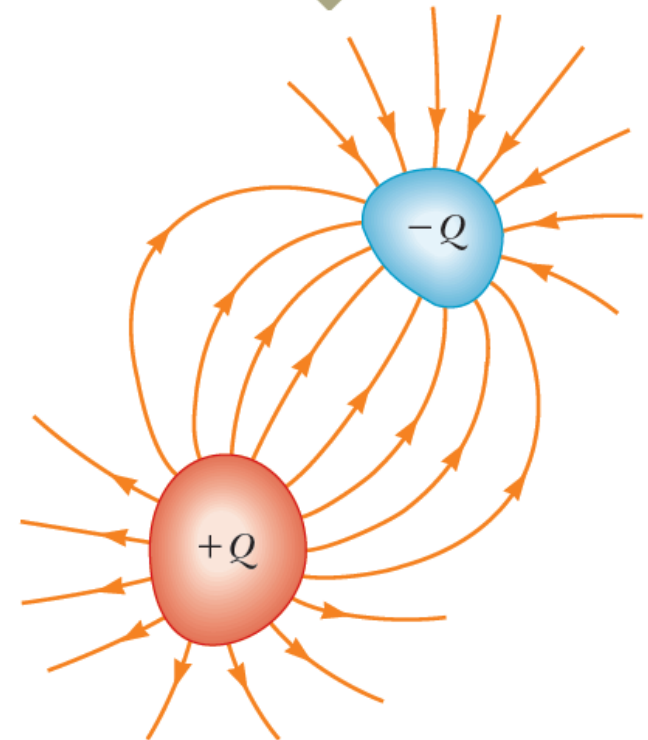
- Οι αγωγοί λέγονται *αγώγιμες πλάκες* (ή *οπλισμοί*)

- Αν οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου $|Q|$ και αντίθετου προσήμου, τότε αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ανάμεσά τους

- Το συνολικό φορτίο είναι βέβαια μηδέν

- Τι καθορίζει πόσο φορτίο μπορούν να φέρουν;

Όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος, οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου και αντίθετου προσήμου.





Χωρητικότητα

• Χωρητικότητα

- Πειραματικά, έχει δειχθεί ότι η ποσότητα φορτίου Q σε έναν πυκνωτή είναι γραμμικά **ανάλογη με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς**
- Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το **σχήμα** και την **απόσταση** των αγωγών
 - Η σταθερά αυτή ονομάζεται **χωρητικότητα**
- Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί ως $Q = C\Delta V$, αν ορίσουμε τη χωρητικότητα ως:
- Η **χωρητικότητα C** ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο **λόγος του μέτρου του φορτίου** σε οποιονδήποτε αγωγό προς το **μέτρο της διαφοράς δυναμικού** ανάμεσά τους:

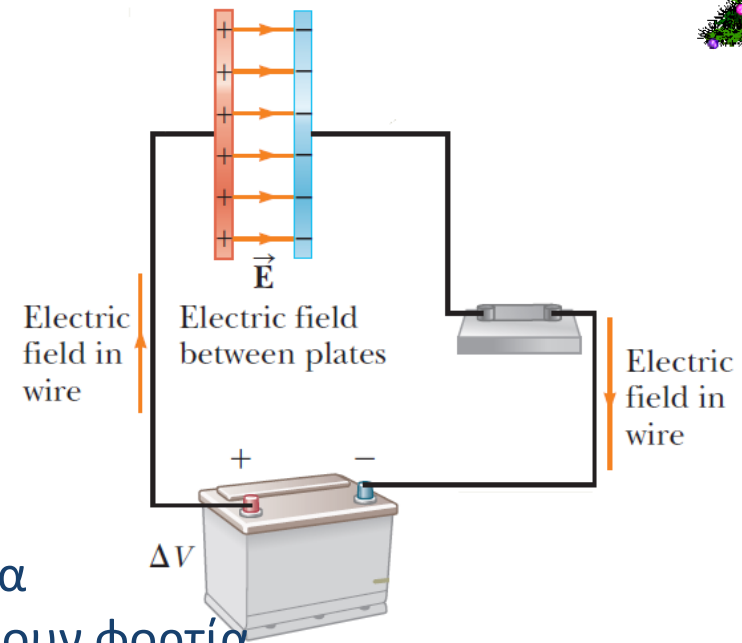
$$C \equiv \frac{|Q|}{|\Delta V|}$$

Πολύ μεγάλη μονάδα, συνήθως στην πράξη έχουμε μF , nF , ή pF

Μονάδα μέτρησης: $1 \text{ C/V} = 1 \text{ Farad (F)}$ • •

Χωρητικότητα

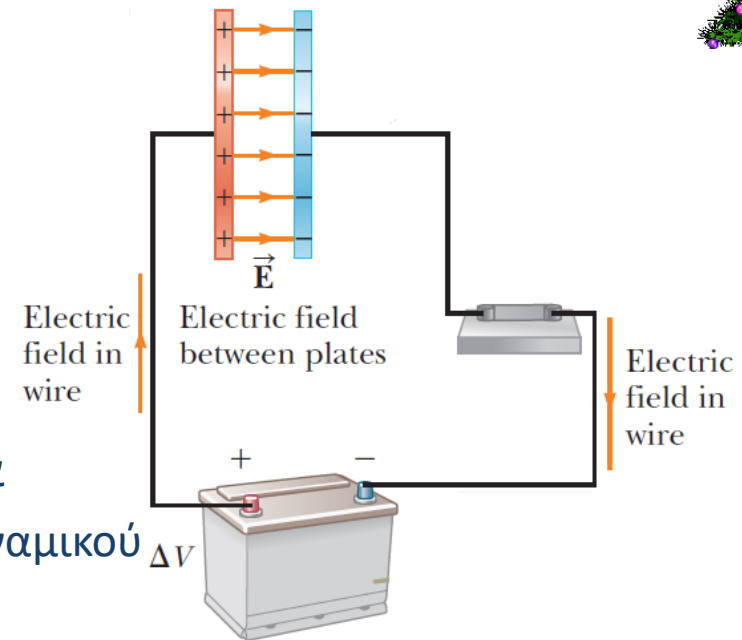
- Χωρητικότητα
- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή
- Ένας τρόπος να τον φορτίσουμε είναι να τον συνδέσουμε σε ένα κύκλωμα με μπαταρία
- Ηλεκτρικό κύκλωμα ονομάζεται ένα μονοπάτι στο οποίο μπορούν να ρέουν φορτία
- Μπαταρία ονομάζεται μια συσκευή που μπορεί να διατηρεί μια διαφορά δυναμικού ΔV ανάμεσα στους δυο πόλους της
- Πόλοι είναι περιοχές της μπαταρίας που φορτία μπορούν να βγαίνουν (από τον έναν) και να μπαίνουν (από τον άλλο)
- Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από καλώδια, έναν πυκνωτή, μια μπαταρία και έναν διακόπτη που ανοιγοκλείνει



Χωρητικότητα

• Χωρητικότητα

- Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος, η μπαταρία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στα καλώδια
- Ας δούμε την «δεξιά» (μπλέ) πλάκα
 - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ πόλου και πλάκας
 - Εγείρεται ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο $\rightarrow$ ηλεκτρ. δύναμη στα ηλεκτρόνια του $\rightarrow$ κινούνται προς την πλάκα
 - Θυμηθείτε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται πάντα προς περιοχές υψηλού δυναμικού (αντίθετα της φοράς του ηλεκτρικού πεδίου)!
 - Η κίνηση συνεχίζεται ως ότου η πλάκα, το καλώδιο, και ο αρνητικός πόλος της μπαταρίας έχουν όλα το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
 - Όταν αυτό γίνει, η διαφορά δυναμικού παύει να υπάρχει $\rightarrow$ δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο και τα ηλεκτρόνια δεν κινούνται
 - Η (μπλέ) πλάκα φέρει πλέον αρνητικό φορτίο $-Q$



Χωρητικότητα



- Χωρητικότητα

- Όμοια ισχύουν και για τη «αριστερή» (κόκκινη) πλάκα

- Εγκαθίσταται διαφορά δυναμικού μεταξύ πλάκας και πόλου μπαταρίας

- ...μόνο που εκεί τα ηλεκτρόνια κινούνται από την πλάκα στο καλώδιο

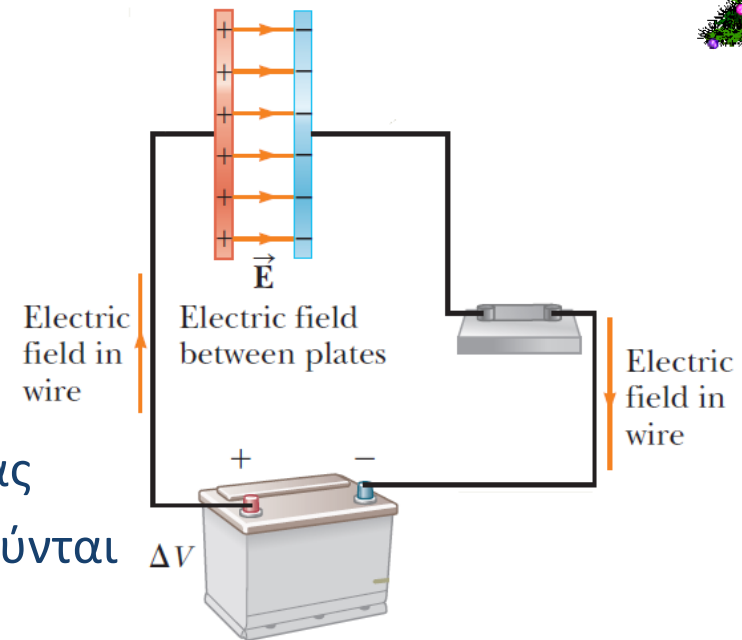
- ... αφού κινούνται προς περιοχές υψηλού δυναμικού, αντίθετα δηλ. της φοράς του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου

- ...αφήνοντάς τη φορτισμένη θετικά

- Στο τέλος, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων της μπαταρίας είναι ίδια με αυτήν ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.

- Τότε η αριστερή πλάκα έχει το ίδιο δυναμικό με το θετικό πόλο, όπως και η δεξιά πλάκα με τον αρνητικό πόλο

- Έτσι, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού πλέον → πυκνωτής φορτισμένος!

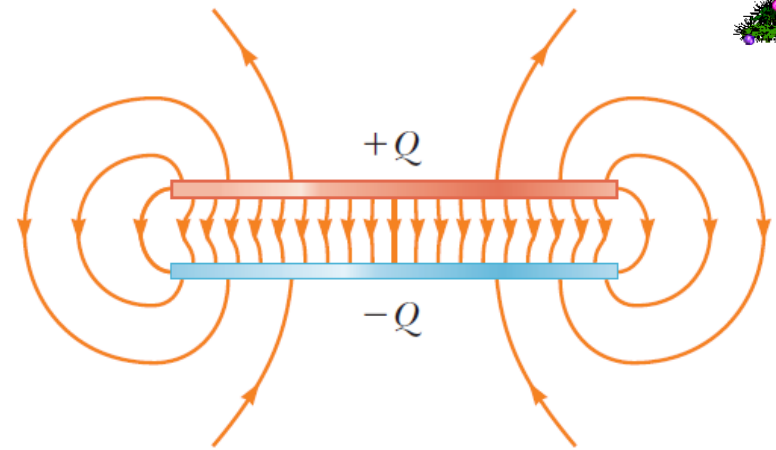


Χωρητικότητα



- **Χωρητικότητα**

- Στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή είναι όπως στο σχήμα δεξιά



- Είναι όμως βολικό να θεωρούμε ότι αν οι πλάκες βρίσκονται σε απόσταση d πολύ μικρή
 - ...δηλ. οι πλάκες είναι πολύ κοντά μεταξύ τους...
- ...τότε το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους είναι σχεδόν ομογενές
- Αγνοούμε τα (ενδιαφέροντα) φαινόμενα που συμβαίνουν στα άκρα των πλακών

Χωρητικότητα

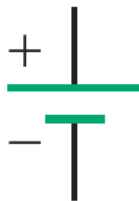
• Συνδυασμοί Πυκνωτών

• Συμβολισμοί

Σύμβολο
πυκνωτή



Σύμβολο
μπαταρίας



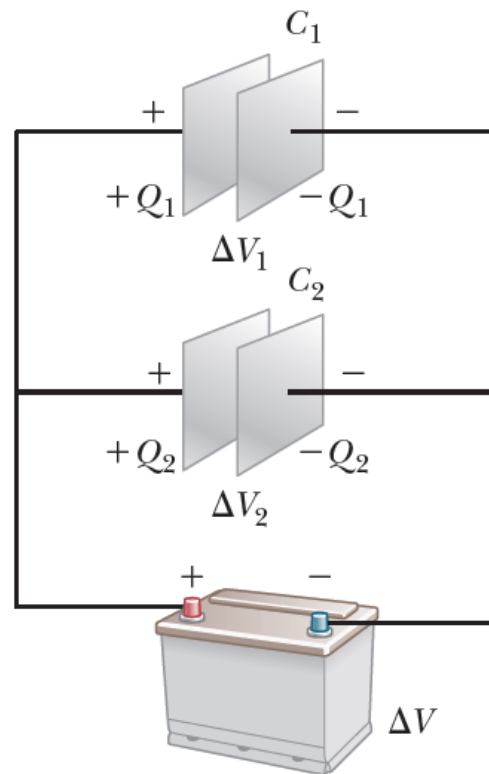
Σύμβολο
διακόπτη



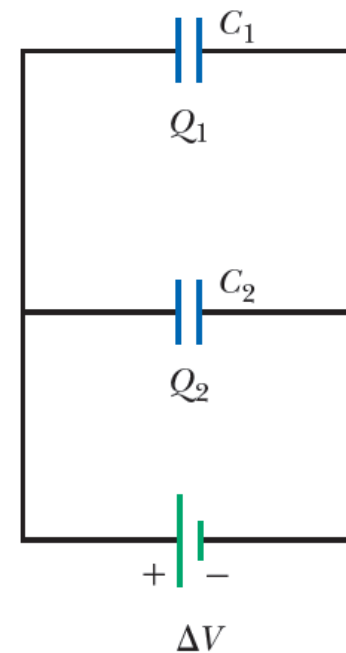
Ανοιχτό



Κλειστό



a



b



Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

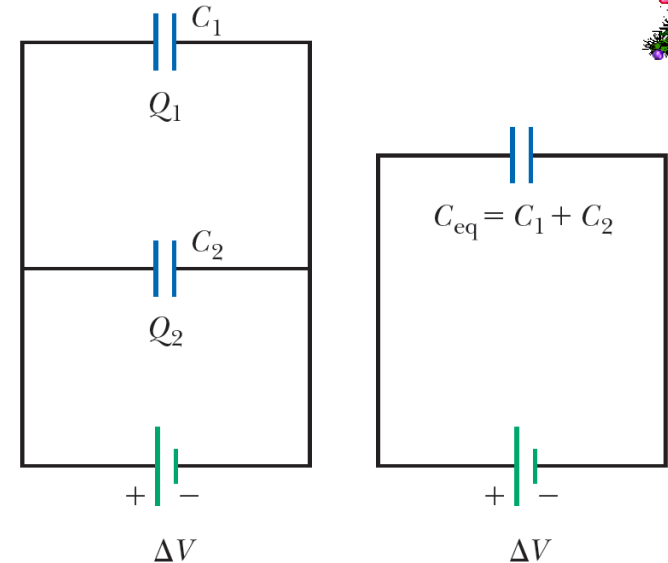
- Στο σχήμα βλέπετε τη λεγόμενη **παράλληλη σύνδεση** δυο πυκνωτών με την μπαταρία

- Η λέξη «παράλληλα» δεν έχει να κάνει με τη σχεδίαση

- Έχει να κάνει με το ότι οι πυκνωτές είναι απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον ένα τους οπλισμό και απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον άλλο

- Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα των δυο ομάδων των συνδεδεμένων οπλισμών

- Άρα όλοι οι πυκνωτές έχουν την **ίδια διαφορά δυναμικού** στα άκρα τους!

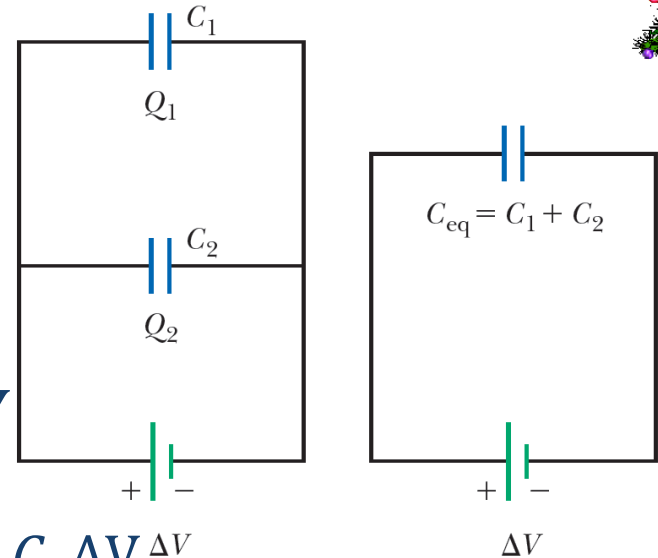


Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων παράλληλα είναι η ίδια και ίση με ΔV



- Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

- Το συνολικό φορτίο είναι

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2) \Delta V$$

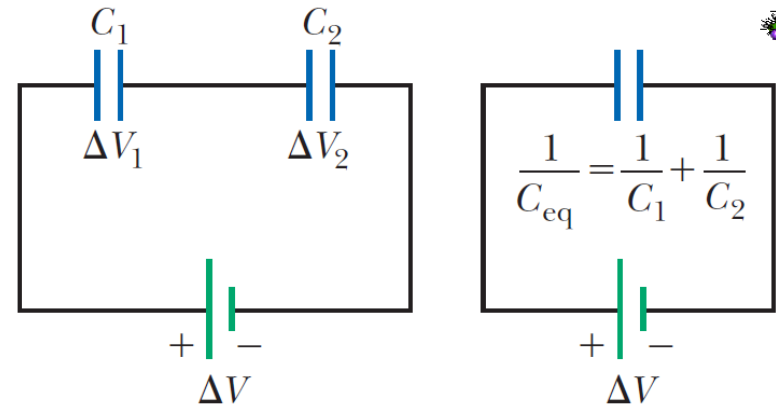
- Άρα οι δυο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν, με χωρητικότητα $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Γενικότερα: **παράλληλη σύνδεση πυκνωτών**

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$

Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφοράς δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων **σε σειρά** είναι διαφορετικές
- Ξανά, το «σε σειρά» δε σημαίνει κάτι όσον αφορά τη σχεδίαση
- Σημαίνει ότι οι πυκνωτές συνδέονται σειριακά, ο ένας μετά τον άλλο, και όποια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται, αυτή εφαρμόζεται στα άκρα της όλης συνδεσμολογίας
- Συγκεκριμένα:
 - Η αριστερή πλάκα του C_1 και η δεξιά πλάκα του C_2 είναι συνδεδεμένες με την πηγή
 - Οι άλλες δυο πλάκες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους μόνο
 - Το συνολικό τους φορτίο είναι μηδέν, και πρέπει να παραμείνει τόσο, εφόσον αποτελούν ηλεκτρικά απομονωμένο σύστημα!

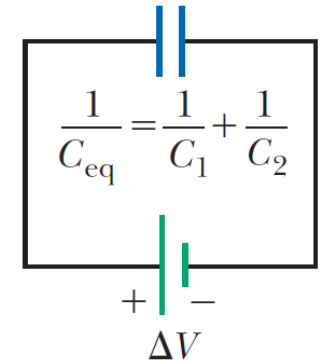
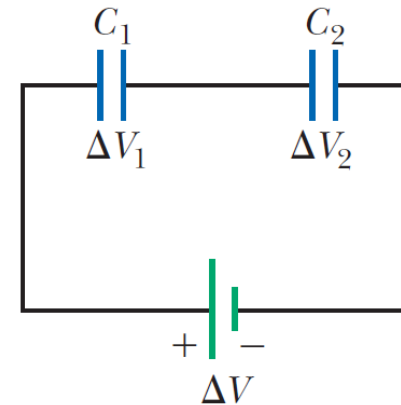


Χωρητικότητα



• Συνδυασμοί Πυκνωτών

- Ας θεωρήσουμε αρχικά αφόρτιστους πυκνωτές
- Όταν συνδέσουμε την μπαταρία, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από την αριστερή πλάκα του C_1 στη δεξιά πλάκα του C_2
- Ένα ισόποσο αρνητικό φορτίο εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2 , και άρα αυτή έχει πλεόνασμα φορτίου (θετικού)
- Το αρνητικό φορτίο που εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2 προκαλεί συσσώρευση αρνητικού φορτίου στην δεξιά πλάκα του C_1
- Έτσι, και οι δυο πυκνωτές έχουν δεξιές πλάκες με φορτίο $-Q$ και αριστερές πλάκες με φορτίο $+Q$



Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**

- Το φορτίο των δυο πυκνωτών σε σειρά είναι ίδιο, $Q_1 = Q_2 = Q$

- Προφανώς ισχύει $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή που έχει την ίδια επίδραση στο κύκλωμα με τους δυο πυκνωτές

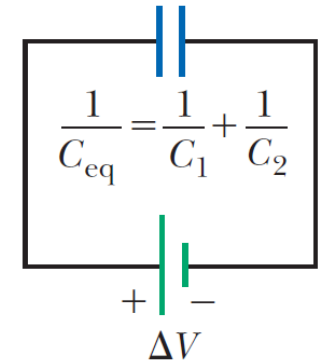
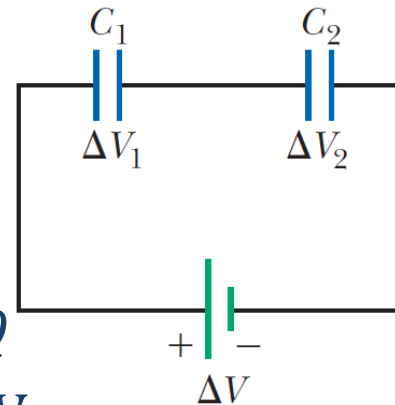
$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \Leftrightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

- Άρα γενικά: **σειριακή σύνδεση πυκνωτών**

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$



$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}}$$





Χωρητικότητα

- Συνοψίζοντας:

- Παράλληλη σύνδεση:

- Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο το άθροισμα των επιμέρους φορτίων** και **ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους πυκνωτές**

- Χωρητικότητα ίση με το άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$

- Σειριακή σύνδεση:

- Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο ίδιο με τους επιμέρους πυκνωτές** και **διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού**

- Χωρητικότητα ίση με το αντίστροφο άθροισμα των αντίστροφων επιμέρους χωρητικοτήτων

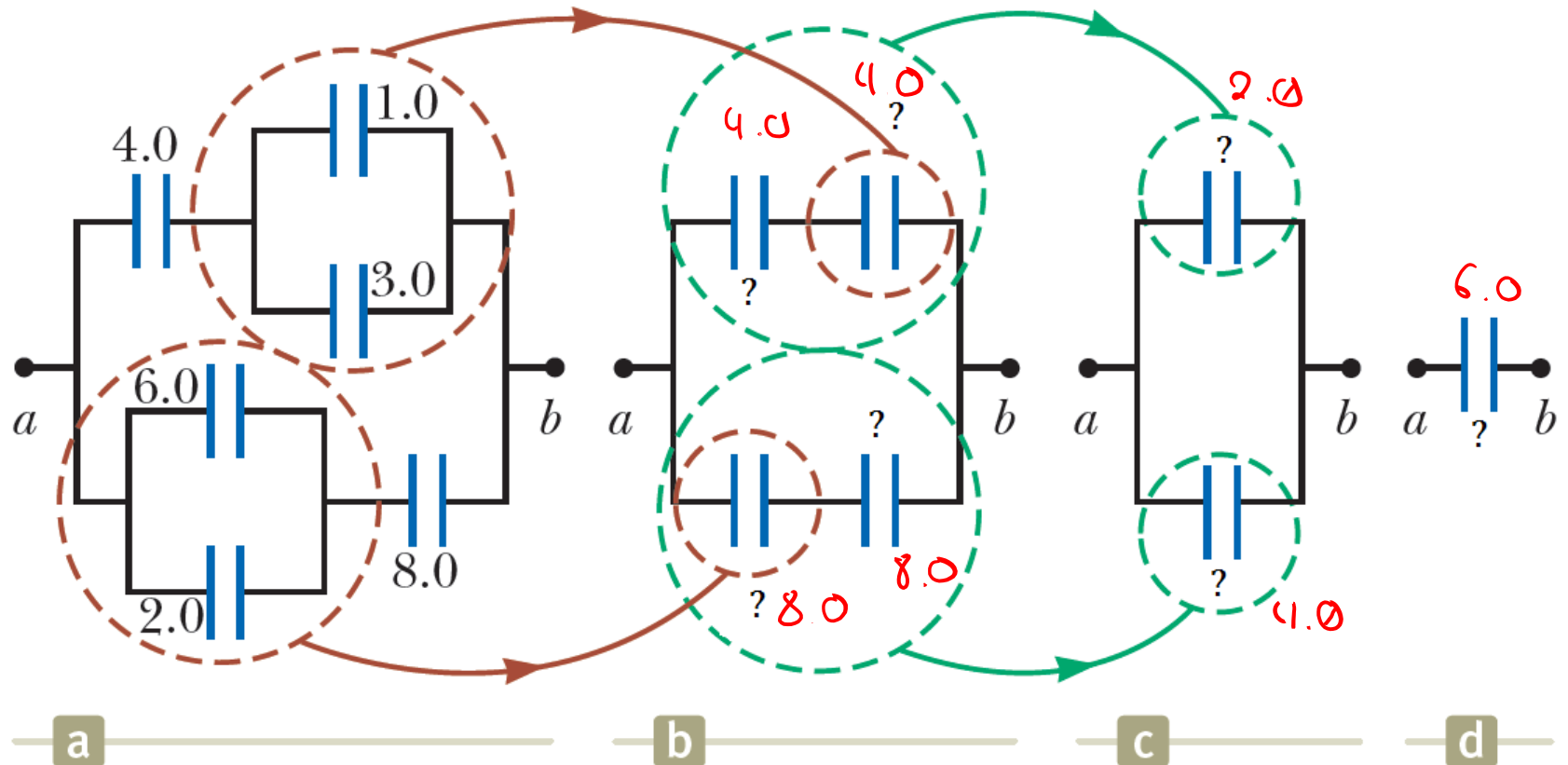
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:** Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα για τη διάταξη του σχήματος (a)

Σειριακά: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$

Παράλληλα: $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$



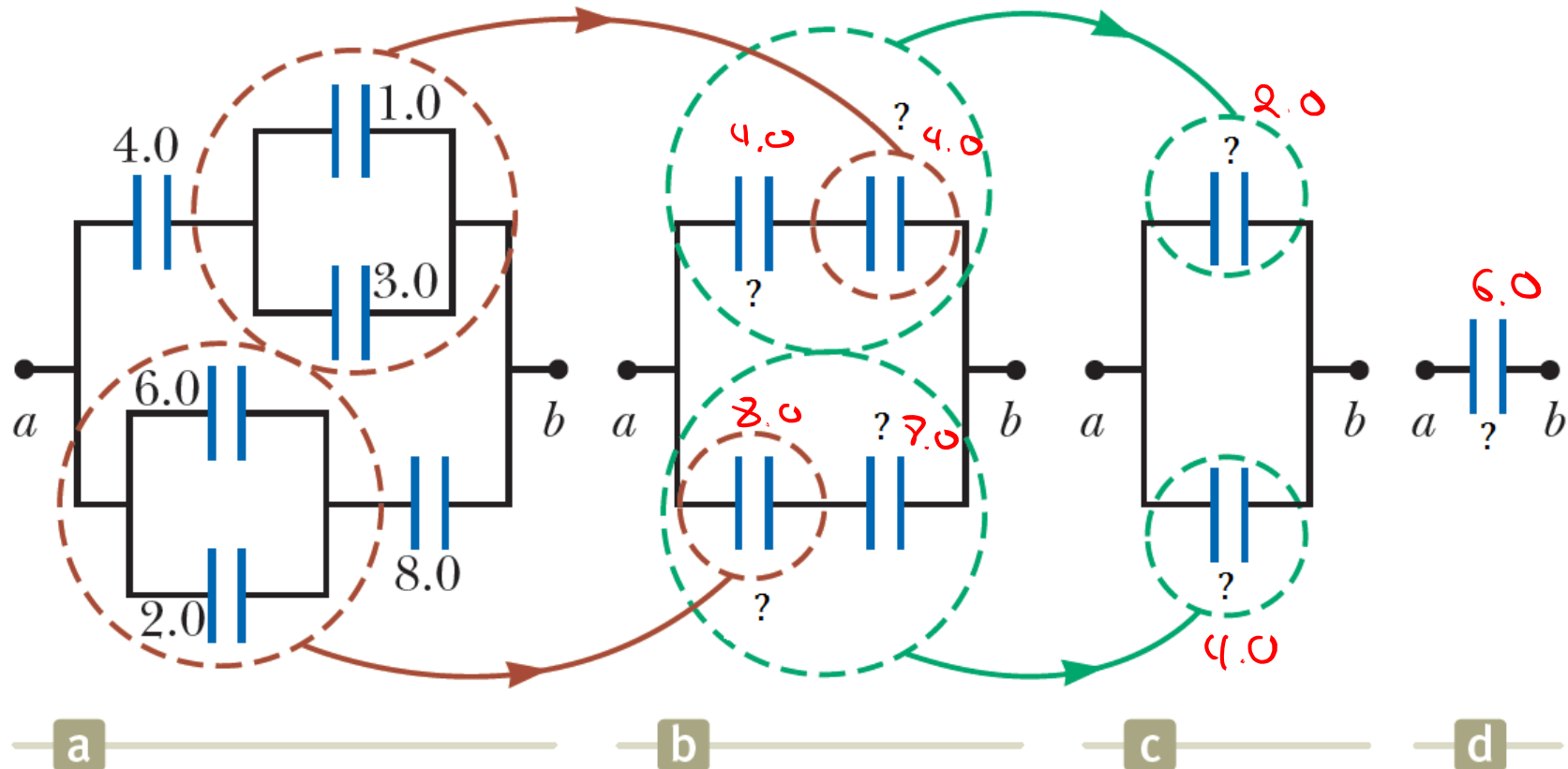
Χωρητικότητα



- **Παράδειγμα:** Αν $\Delta V_{ab} = 12\text{ V}$,
βρείτε το φορτίο του πυκνωτή
χωρητικότητας $C = 3\text{ }\mu\text{F}$

Σειριακά: $\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$

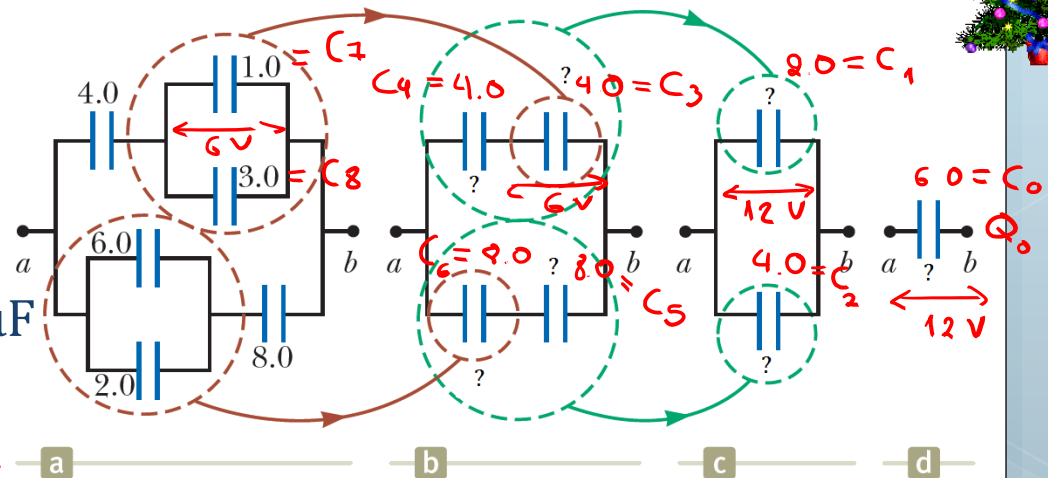
Παράλληλα: $\Delta V_{eq} = \Delta V_i$



Χωρητικότητα

Παράδειγμα:

Αν $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$, βρείτε
το Q του πυκνωτή $C = 3 \mu\text{F}$



(d): Το φορτίο του ισοδυναμικού
πυκνωτή θα είναι $Q_0 = C_0 \Delta V_{ab}$
 $= 6 \cdot 12 = 72 \mu\text{C}$

(c): η ίδια διαφορά δυναμικών εφαρμόζεται στα άκρα των δύο πυκνωτών
 C_1, C_2 , άρα $Q_1 = C_1 \Delta V_{ab} = 24 \mu\text{C}$ και $Q_2 = C_2 \Delta V_{ab} = 48 \mu\text{C}$.

(b): το ίδιο φορτίο, Q_1, Q_2 , υπάρχει στους πυκνωτές C_3, C_4 και C_5, C_6 ,
αντίστοιχα. Άρα $\Delta V_3 = Q_3 / C_3 = Q_1 / C_3 = 24 / 4 = 6 \text{ V}$ και $\Delta V_4 = Q_4 / C_4$
 $= Q_2 / C_4 = 24 / 4 = 6 \text{ V}$. Ο κάτω κλάδος δε μας ενδιαφέρει.

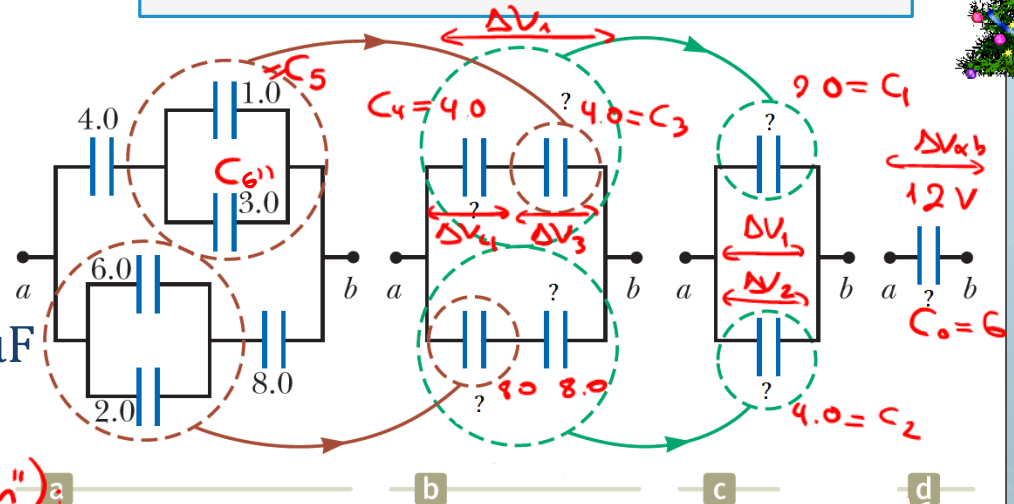
(a): η διαφορά δυναμικών ΔV_3 εφαρμόζεται στα άκρα των παράλληλων
πυκνωτών C_7, C_8 , με τον C_8 να είναι αυτός που μας ενδιαφέρει. Άρα

$Q_8 = C_8 \Delta V_3 = 3 \cdot 6 = 18 \mu\text{C}$. Άρα το ζητούμενο φορτίο είναι $18 \mu\text{C}$

Χωρητικότητα

Παράδειγμα:

Αν $\Delta V_{ab} = 12 \text{ V}$, βρείτε
το Q του πυκνωτή $C = 3 \mu\text{F}$



Εναλλακτικά ("ή λύση του Δημήτρη")

Μας ενδιαφέρει να βρούμε το ΔV

στα άκρα του πυκνωτή $C_6 = 3 \mu\text{F}$, για να εφαρμόσουμε τη σχέση $Q_6 = C_6 \Delta V_6$

Δε χρειάζεται να υπολογίσουμε τα πάντα στον άνω κλάδο. Έχουμε ότι

$$\Delta V_{ab} = \Delta V_1 = \Delta V_2, \text{ από το σχήμα (c). Στο σχήμα (b): } \Delta V_1 = \Delta V_3 + \Delta V_4$$

$$= \frac{Q}{C_3} + \frac{Q}{C_4} = Q \left(\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \right) = Q \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{Q}{2} \Rightarrow Q = 24 \mu\text{C} = Q_3 = Q_4.$$

Άρα $\Delta V_3 = Q_3 / C_3 = 24 / 4 = 6 \text{ V}$. Στο σχήμα (a): $\Delta V_3 = \Delta V_5 = \Delta V_6$

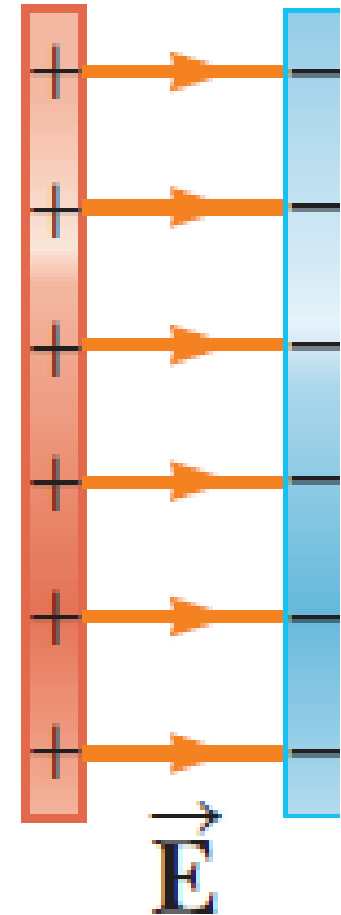
$$\text{άρα } Q_6 = C_6 \Delta V_6 = 3 \cdot 6 = 18 \mu\text{C}$$

Οπότε το ζητούμενο φορτίο είναι $Q_6 = 18 \mu\text{C}$

Χωρητικότητα



- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας θεωρήσουμε μια απλουστευμένη, «μηχανική» διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή
 - Ένα μικρό ποσό φορτίου μεταφέρεται από τη μια πλάκα μέσω ηλ. δύναμης προς την άλλη πλάκα
 - Παράγεται έργο στο φορτίο
 - Δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού (μικρή) ανάμεσα στις πλάκες
 - Όσο μεταφέρουμε φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη, τόσο μεγαλώνει η διαφορά δυναμικού
 - Περισσότερο έργο απαιτείται για τη μεταφορά μιας ποσότητας φορτίου
 - Το έργο που παράγεται στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη εμφανίζεται ως μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος (διατήρηση της ενέργειας)





Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας υποθέσουμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο q σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας φόρτισης
 - Η διαφορά δυναμικού θα είναι $\Delta V = \frac{q}{C}$
- Το έργο dW που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου dq από μια πλάκα φορτίου $-q$ σε αυτή φορτίου $+q$ είναι

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Άρα το συνολικό έργο που απαιτείται για τη φόρτιση του πυκνωτή από μηδενικό φορτίο σε φορτίο Q είναι:

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$



Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Το έργο που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_E και άρα

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$$

- Θεωρούμε την ενέργεια σε έναν πυκνωτή ως αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες του, όσο φορτίζεται
- Για έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες εμβαδού A που απέχουν απόσταση d , είναι

$$U_E = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d E^2$$



Τέλος Διάλεξης

