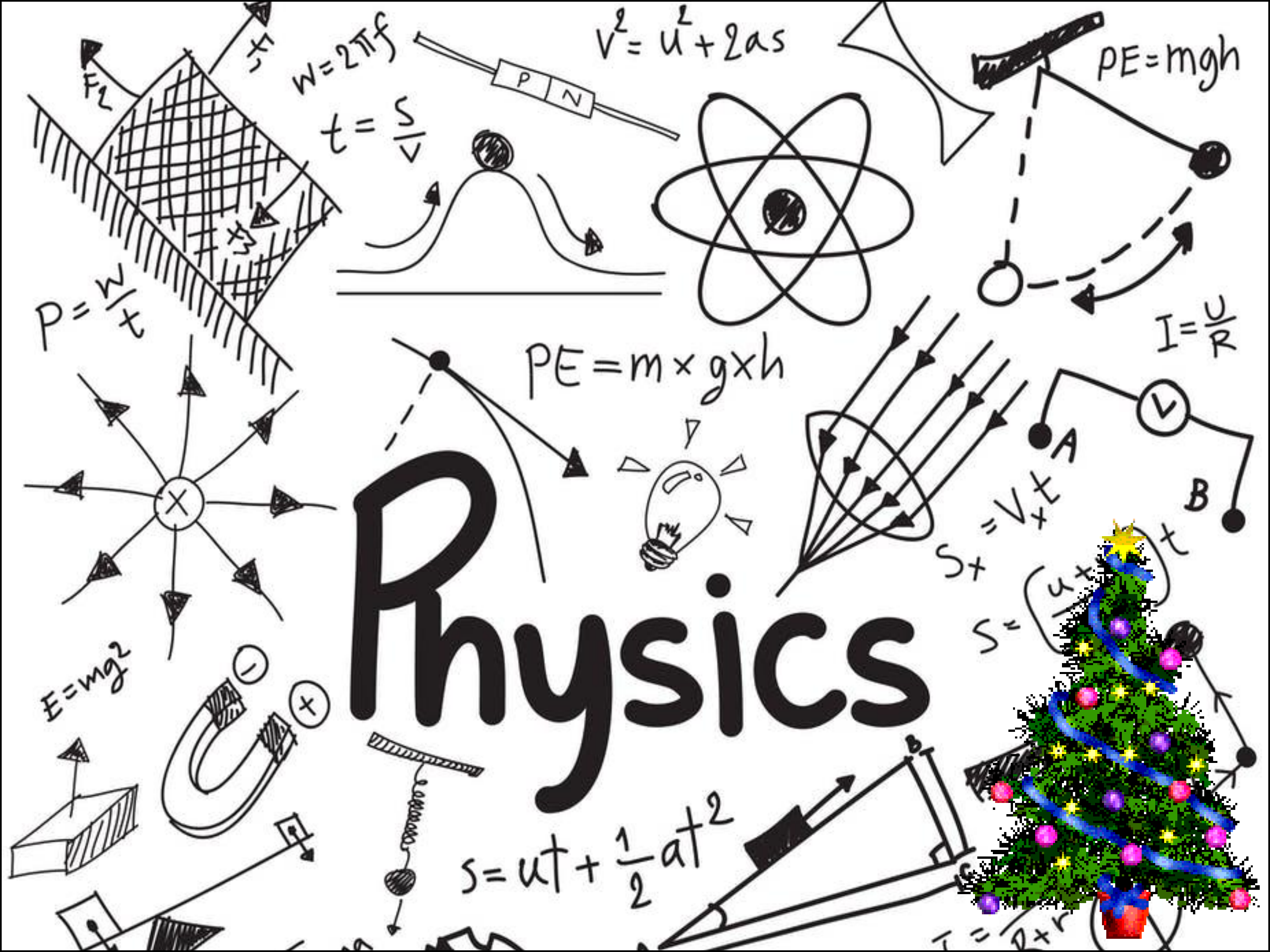


Physics
$W=2\pi f$
$V^2=u^2+2as$
$PE=mgh$
$t=\frac{S}{V}$
P
N
$P=\frac{W}{t}$
$PE=m\times g\times h$
$I=\frac{U}{R}$
A
B
$E=mg^2$
$s=ut+\frac{1}{2}at^2$

Reminder…

- **Διαλέξεις**
  - **Προαιρετική** παρουσία!
  - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
  - Δεν υπάρχουν απουσίες
  - Υπάρχει **σεβασμός** στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
  - **COVID attention**: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
  - **Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας**: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά

Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα

Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Φυσική για Μηχανικούς

Χωρητικότητα

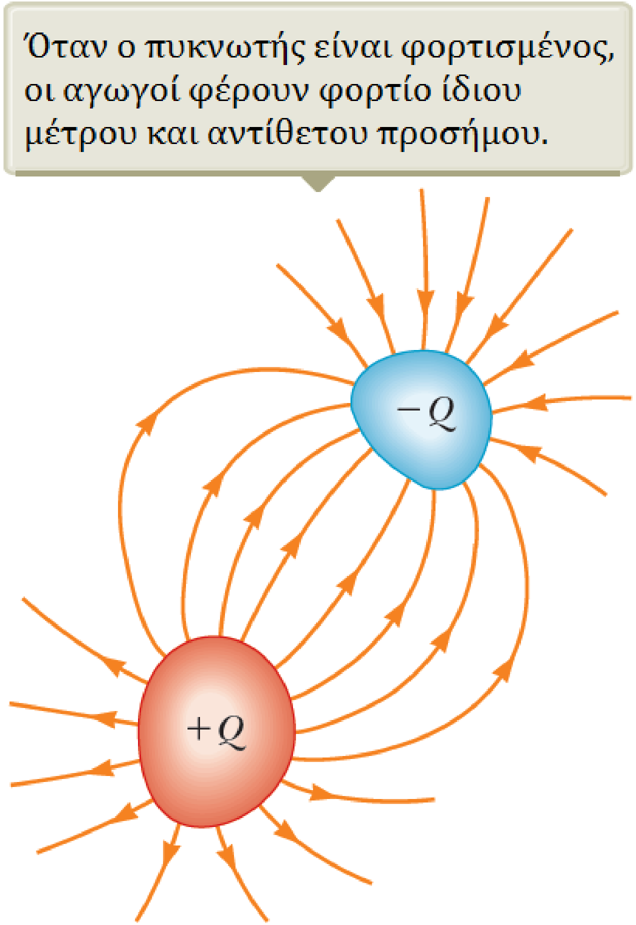
Εικόνα: Όλες οι παραπάνω συσκευές είναι πυκνωτές, οι οποίοι αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο και ενέργεια. Ο πυκνωτής είναι ένα είδος κυκλώματος που μπορούμε να συνδυάσουμε με άλλα για να φτιάξουμε ηλεκτρικά κυκλώματα.

Χωρητικότητα

- **Εισαγωγή**
  - Σε αυτή τη διάλεξη θα μιλήσουμε για το πρώτο από τα τρία βασικά συστατικά των ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος
  - Τον **πυκνωτή**!
  - Οι πυκνωτές είναι **διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια**
  - Πυκνωτές χρησιμοποιούνται
    - για την επιλογή συχνότητας στο ραδιόφωνό σας
    - ως φίλτρα σε παροχές ρεύματος
    - για αποθήκευση ενέργειας όταν θέλετε να βγάλετε φωτογραφία με φλας ☺
    - κ.α.

Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
- Έστω δυο αγωγοί όπως στο σχήμα
- Αυτή η διάταξη ονομάζεται **πυκνωτής**
  - Οι αγωγοί λέγονται *αγώγιμες πλάκες (ή οπλισμοί)*
  - Αν οι αγωγοί φέρουν φορτίο ίδιου μέτρου $|Q|$ και αντίθετου προσήμου, τότε αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ανάμεσά τους
    - Το συνολικό φορτίο είναι βέβαια μηδέν
- Τι καθορίζει πόσο φορτίο μπορούν να φέρουν;



Χωρητικότητα

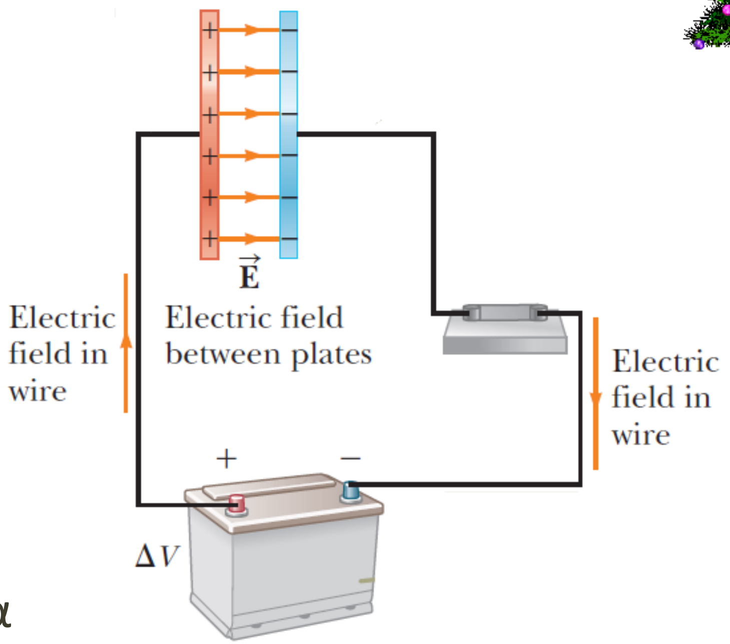
- **Χωρητικότητα**
  - Πειραματικά, έχει δειχθεί ότι η ποσότητα φορτίου Q σε έναν πυκνωτή είναι γραμμικά ανάλογη με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς
  - Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το σχήμα και την απόσταση των αγωγών
  - Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί ως $\boldsymbol{Q = C\Delta V}$, αν ορίσουμε τη χωρητικότητα ως:
  - Η **χωρητικότητα C** ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο λόγος του μέτρου του φορτίου σε οποιονδήποτε αγωγό προς το μέτρο της διαφοράς δυναμικού ανάμεσά τους:

$$\boldsymbol{C \equiv \frac{|Q|}{|\Delta V|}}$$

Μονάδα μέτρησης: 1 C/V = 1 Farad (F)

Χωρητικότητα

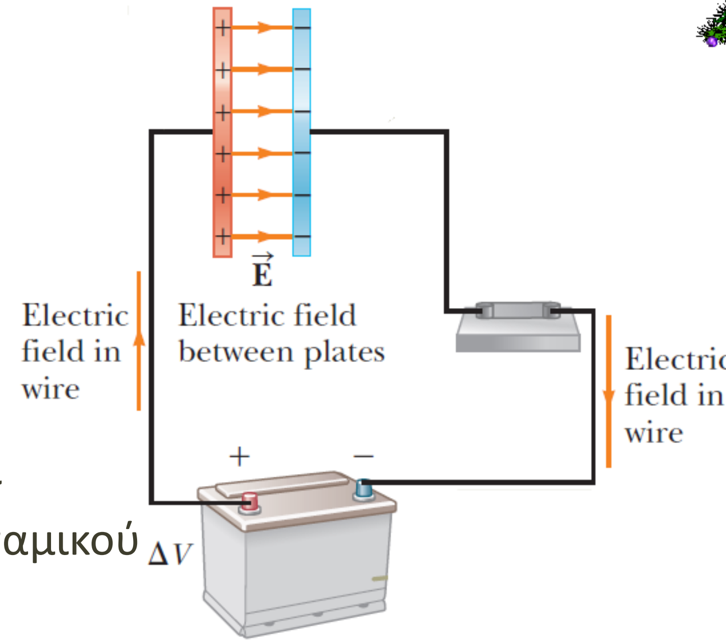
- **Χωρητικότητα**
  - Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες
  - Ένας τρόπος να τον φορτίσουμε είναι να τον συνδέσουμε σε ένα **κύκλωμα** με **μπαταρία**



  - **Ηλεκτρικό κύκλωμα** ονομάζεται ένα μονοπάτι στο οποίο μπορούν να ρέουν φορτία
  - **Μπαταρία** ονομάζεται μια συσκευή που μπορεί να διατηρεί μια **διαφορά δυναμικού ΔV** ανάμεσα στους δυο πόλους της
    - Πόλοι είναι περιοχές της μπαταρίας που φορτία μπορούν να βγαίνουν (από τον έναν) και να μπαίνουν (από τον άλλο)
  - Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από καλώδια, έναν πυκνωτή και μια μπαταρία…
    - …και έναν διακόπτη που ανοιγοκλείνει

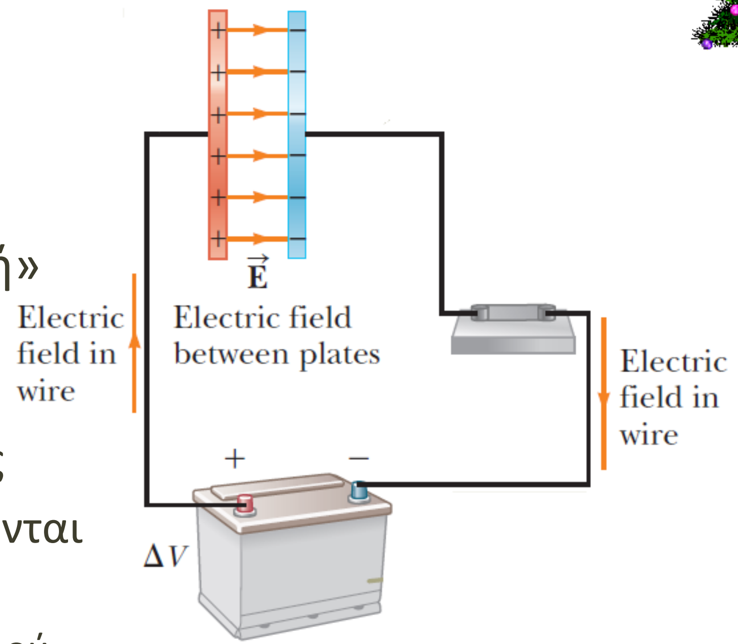
Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
  - Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος, η μπαταρία δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στα καλώδια
  - Ας δούμε την «δεξιά» (μπλέ) πλάκα
    - Η μπαταρία εγκαθιστά διαφορά δυναμικού μεταξύ πόλου και πλάκας
    - Εγείρεται ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο → ηλεκτρ. δύναμη στα ηλεκτρόνια του → κινούνται προς την πλάκα
      - Θυμηθείτε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται πάντα προς περιοχές υψηλού δυναμικού (αντίθετα της φοράς του ηλεκτρικού πεδίου)!
    - Η κίνηση συνεχίζεται ως ότου η πλάκα, το καλώδιο, και ο αρνητικός πόλος της μπαταρίας έχουν όλα το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό
    - Όταν αυτό γίνει, η διαφορά δυναμικού παύει να υπάρχει → δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο καλώδιο και τα ηλεκτρόνια δεν κινούνται
    - Η (μπλέ) πλάκα φέρει πλέον αρνητικό φορτίο $-Q$



Χωρητικότητα

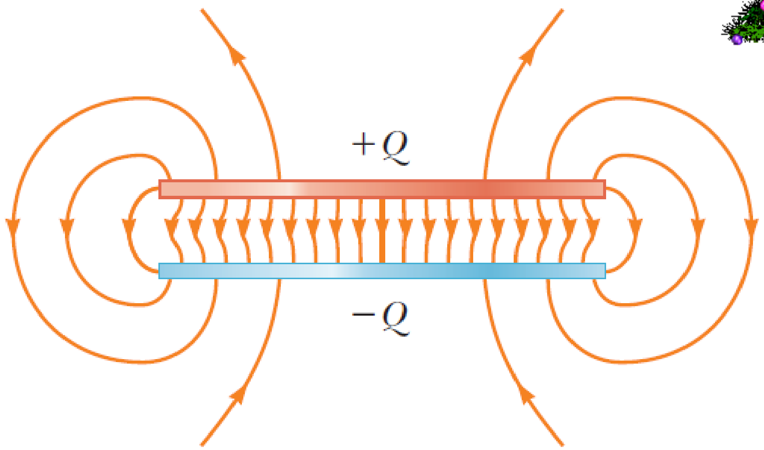
- **Χωρητικότητα**
  - Όμοια ισχύουν και για τη «αριστερή» (κόκκινη) πλάκα
    - Εγκαθίσταται διαφορά δυναμικού μεταξύ πλάκας και πόλου μπαταρίας
    - ...μόνο που εκεί τα ηλεκτρόνια κινούνται από την πλάκα στο καλώδιο
      - ... αφού κινούνται προς περιοχές υψηλού δυναμικού, αντίθετα δηλ. της φοράς του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου
    - ...αφήνοντάς τη φορτισμένη θετικά



- Στο τέλος, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων της μπαταρίας είναι ίδια με αυτήν ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.
- Τότε η αριστερή πλάκα έχει το ίδιο δυναμικό με το θετικό πόλο, όπως και η δεξιά πλάκα με τον αρνητικό πόλο
- Έτσι, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού πλέον, και ο πυκνωτής θεωρείται φορτισμένος!

Χωρητικότητα

- **Χωρητικότητα**
- Στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή είναι όπως στο σχήμα δεξιά



- Είναι όμως βολικό να θεωρούμε ότι αν οι πλάκες βρίσκονται σε απόσταση d πολύ μικρή
  - …δηλ. οι πλάκες είναι πολύ κοντά μεταξύ τους…
- …τότε το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσά τους είναι σχεδόν ομογενές
- Αγνοούμε τα (ενδιαφέροντα) φαινόμενα που συμβαίνουν στα άκρα των πλακών

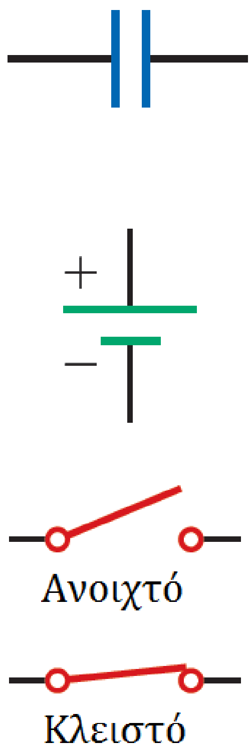
Χωρητικότητα

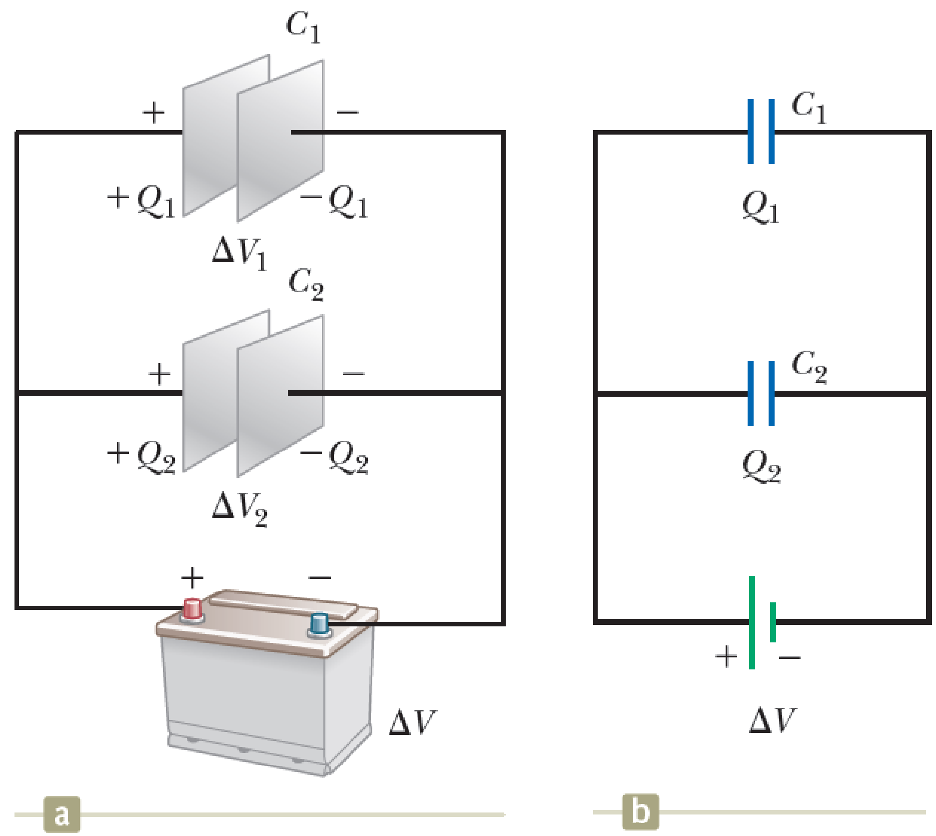
- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
  - Συμβολισμοί

Σύμβολο πυκνωτή

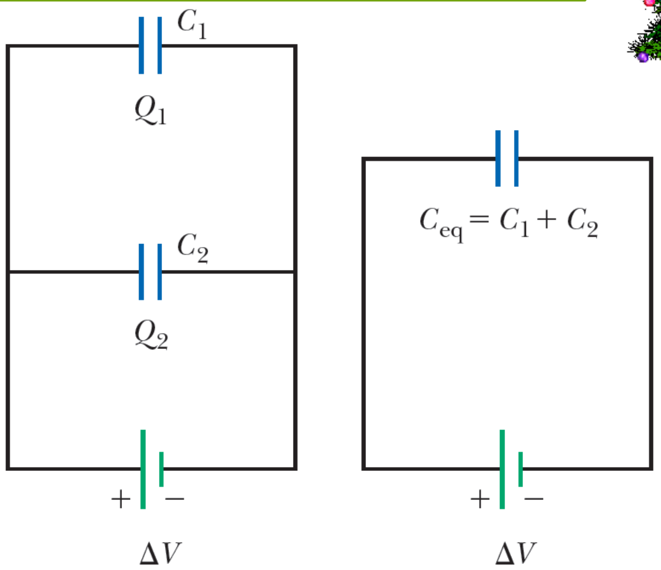
Σύμβολο μπαταρίας

Σύμβολο διακόπτη





Χωρητικότητα

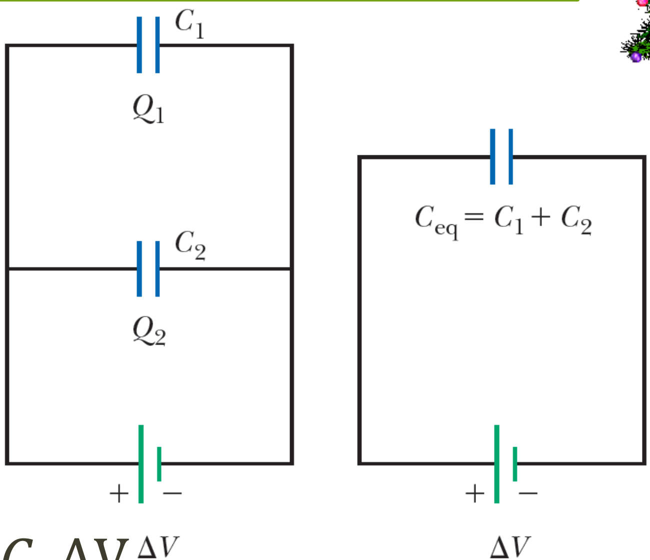


- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Στο σχήμα βλέπετε τη λεγόμενη **παράλληλη σύνδεση** δυο πυκνωτών με την μπαταρία
- Η λέξη «παράλληλα» δεν έχει να κάνει με τη σχεδίαση
- Έχει να κάνει με το ότι οι πυκνωτές είναι απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον ένα τους οπλισμό και απευθείας συνδεδεμένοι μεταξύ τους στον άλλο
- Η ίδια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στα άκρα των δυο ομάδων των συνδεδεμένων οπλισμών
- Άρα όλοι οι πυκνωτές έχουν την **ίδια διαφορά δυναμικού** στα άκρα τους!

Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων παράλληλα είναι η ίδια και ίση με ΔV
  - Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \qquad Q_2 = C_2 \Delta V$$



  - Το συνολικό φορτίο είναι

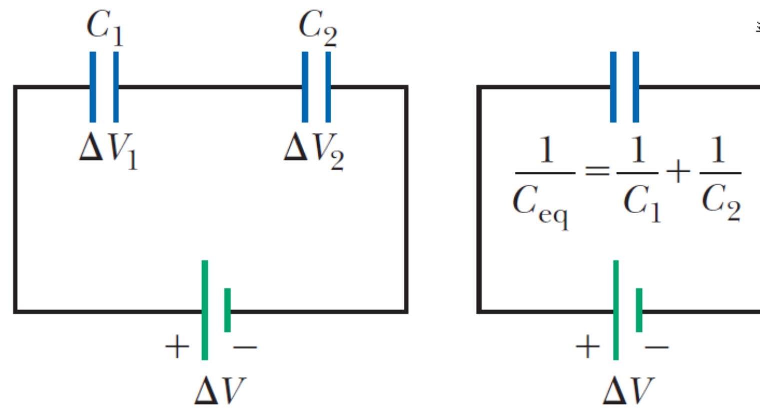
$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2)\Delta V$$

  - Άρα οι δυο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν, με χωρητικότητα $C_{eq} = C_1 + C_2$
- Γενικότερα: **παράλληλη σύνδεση πυκνωτών**

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i}$$

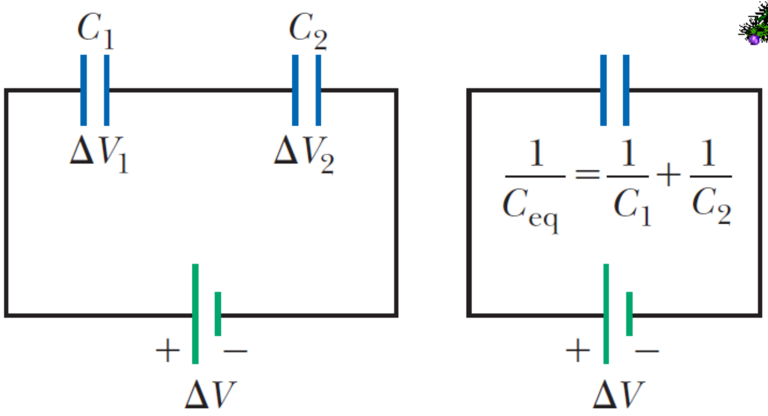
Χωρητικότητα

- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Η διαφορές δυναμικού μεταξύ πυκνωτών συνδεδεμένων **σε σειρά** είναι διαφορετικές



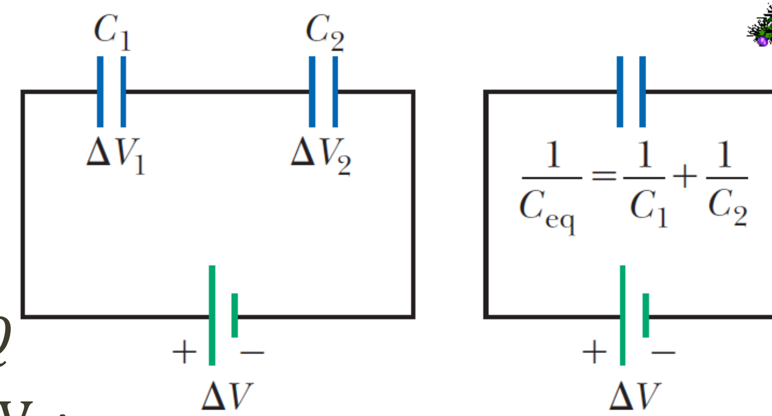
- Ξανά, το «σε σειρά» δε σημαίνει κάτι όσον αφορά τη σχεδίαση
- Σημαίνει ότι οι πυκνωτές συνδέονται σειριακά, ο ένας μετά τον άλλο, και όποια διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται, αυτή εφαρμόζεται στα άκρα της όλης συνδεσμολογίας
- Συγκεκριμένα:
  - Η αριστερή πλάκα του C_1 και η δεξιά πλάκα του C_2 είναι συνδεδεμένες με την πηγή
  - Οι άλλες δυο πλάκες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους μόνο
    - Το συνολικό τους φορτίο είναι μηδέν, και πρέπει να παραμείνει τόσο, εφόσον αποτελούν ηλεκτρικά απομονωμένο σύστημα!

Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Ας θεωρήσουμε αρχικά αφόρτιστους πυκνωτές
- Όταν συνδέσουμε την μπαταρία, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από την αριστερή πλάκα του C_1 στη δεξιά πλάκα του C_2
- Ένα ισόποσο αρνητικό φορτίο εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2, και άρα αυτή έχει πλεόνασμα φορτίου (θετικού)
- Το αρνητικό φορτίο που εγκαταλείπει την αριστερή πλάκα του C_2 προκαλεί συσσώρευση αρνητικού φορτίου στην δεξιά πλάκα του C_1
- Έτσι, και οι δυο πυκνωτές έχουν δεξιές πλάκες με φορτίο $-Q$ και αριστερές πλάκες με φορτίο $+Q$

Χωρητικότητα



- **Συνδυασμοί Πυκνωτών**
- Το φορτίο των δυο πυκνωτών σε σειρά είναι ίδιο, $Q_1 = Q_2 = Q$
- Προφανώς ισχύει $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

- Ας θεωρήσουμε έναν πυκνωτή που έχει την ίδια επίδραση στο κύκλωμα με τους δυο πυκνωτές

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \Leftrightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

- Άρα γενικά: **σειριακή σύνδεση πυκνωτών**

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}}$$

Χωρητικότητα

- **Συνοψίζοντας:**
- **Παράλληλη σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο το άθροισμα των επιμέρους φορτίων** και **ίδια διαφορά δυναμικού με τους επιμέρους πυκνωτές**
  - Χωρητικότητα ίση με το άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$

- **Σειριακή σύνδεση:**
  - Ισοδύναμος πυκνωτής με **φορτίο ίδιο με τους επιμέρους πυκνωτές** και **διαφορά δυναμικού ίση με το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού**
  - Χωρητικότητα ίση με το αντίστροφο άθροισμα των αντίστροφων επιμέρους χωρητικοτήτων

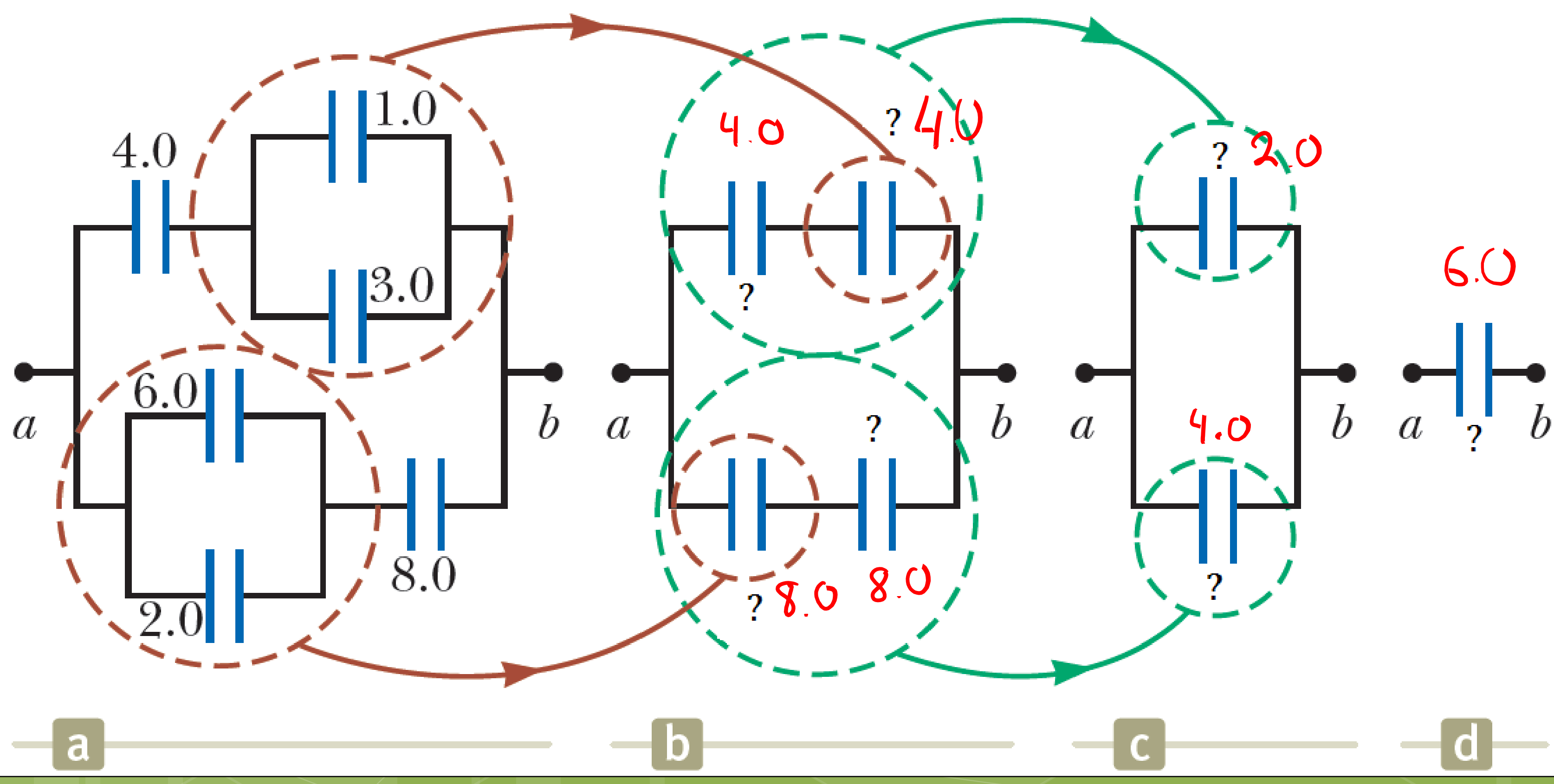
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$$

Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:** Βρείτε την ισοδύναμη χωρητικότητα για τη διάταξη του σχήματος (a)

Σειριακά: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$

Παράλληλα: $C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$

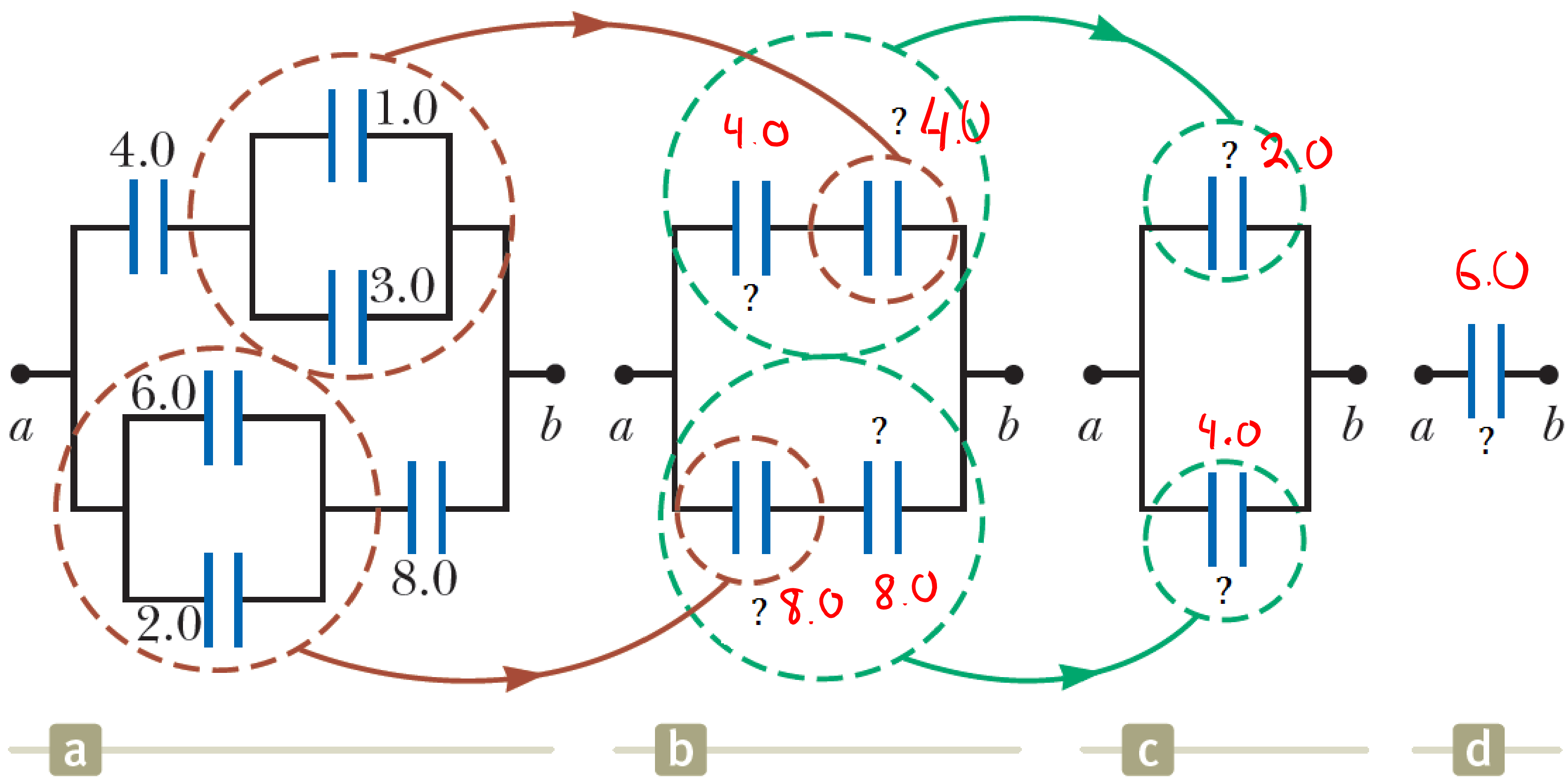


Χωρητικότητα

Σειριακά: $\Delta V_{eq} = \sum \Delta V_i$

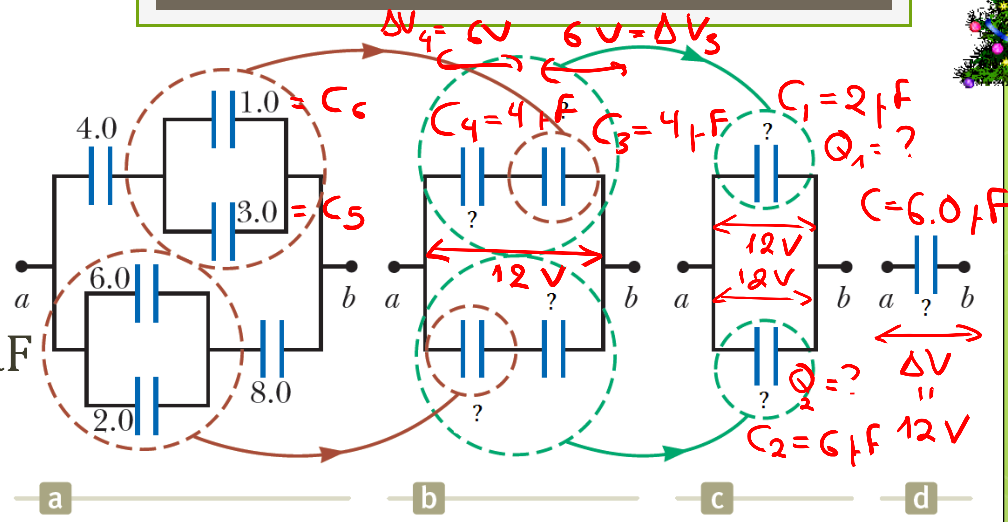
Παράλληλα: $\Delta V_{eq} = \Delta V_i$

- **Παράδειγμα:** Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το φορτίο του πυκνωτή χωρητικότητας $C = 3$ μF



Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:**
  Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το Q του πυκνωτή $C = 3\ \mu\text{F}$



Από το σχήμα (d) μπορώ να βρω $Q = C\Delta V = 6 \cdot 12 = 72\ \mu C$ ⟿ Αυτό το φορτίο πρέπει να είναι σταθερό σε όλο το κύκλωμα!

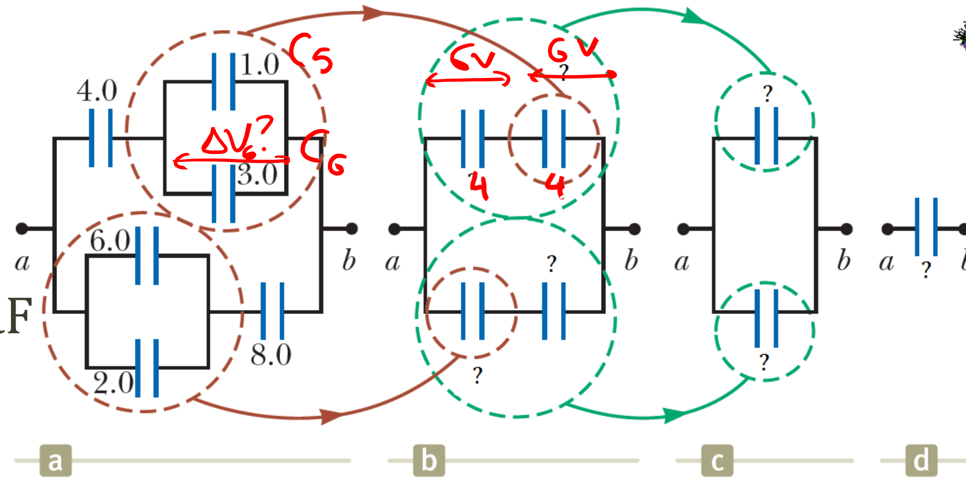
Από το σχήμα (c), έχω δυο παράλληλους πυκνωτές, άρα θα έχουν ο καθένας $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 12\ V$. Ο πυκνωτής C_1 θα έχει φορτίο $Q_1 = C_1 \Delta V = 2 \cdot 12 = 24\ \mu C$ (και $Q_2 = C_2 \Delta V = 48\ \mu C$).

Σχήμα (b)

Το φορτίο αυτό υπάρχει και στον καθένα από τους δυο σειριακούς πυκνωτές C_3, C_4. Η διαφορά δυναμικού $\Delta V = 12\ V$ εφαρμόζεται στα άκρα της σειριακής συνδεσμολογίας $\Delta V = \Delta V_3 + \Delta V_4 = \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_4}{C_4}$
$= \frac{Q}{C_3} + \frac{Q}{C_4} = \frac{Q}{4} + \frac{Q}{4} = 2\Delta V_3 \Rightarrow \Delta V_3 = 6\ V \Rightarrow \Delta V_4 = 6\ V.$

Χωρητικότητα

- **Παράδειγμα:**
  Αν $\Delta V_{ab} = 12\ V$, βρείτε το Q του πυκνωτή $C = 3$ μF



Στο σχήμα (a)

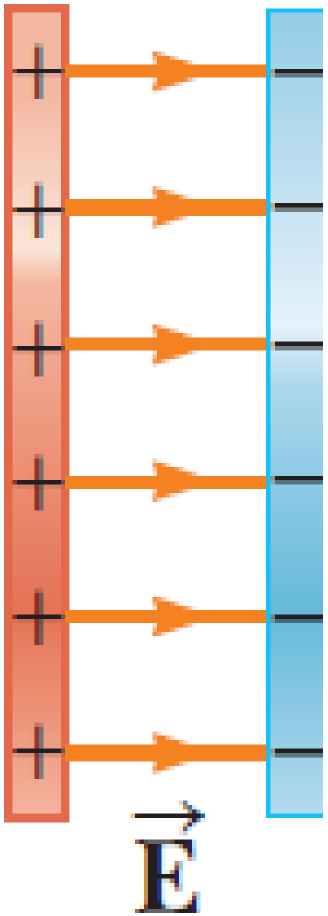
Οι πυκνωτές C_5, C_6 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι, άρα έχουν την ίδια διαφορά δυναμικού ΔV με τον ισοδύναμό τους στο σχήμα (b), που είναι 6 V.

Άρα $\Delta V_6 = 6\ V$ στον πυκνωτή χωρητικότητας 3μF.

Άσκηση: Δοκιμάστε να βρείτε ΟΛΕΣ τις διαφορές δυναμικού της συνδεσμολογίας (a).

Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας θεωρήσουμε μια απλουστευμένη, «μηχανική» διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή
  - Ένα μικρό ποσό φορτίου μεταφέρεται από τη μια πλάκα μέσω ηλ. δύναμης προς την άλλη πλάκα
    - Παράγεται έργο στο φορτίο
  - Δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού (μικρή) ανάμεσα στις πλάκες
  - Όσο μεταφέρουμε φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη, τόσο μεγαλώνει η διαφορά δυναμικού
    - Περισσότερο έργο απαιτείται για τη μεταφορά μιας ποσότητας φορτίου
  - Το έργο που παράγεται στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη εμφανίζεται ως μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος (διατήρηση της ενέργειας)



Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Ας υποθέσουμε ότι ο πυκνωτής έχει φορτίο q σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας φόρτισης
  - Η διαφορά δυναμικού θα είναι $\Delta V = \frac{q}{C}$
- Το έργο dW που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου dq από μια πλάκα φορτίου $-q$ σε αυτή φορτίου $+q$ είναι

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Άρα το συνολικό έργο που απαιτείται για τη φόρτιση του πυκνωτή από μηδενικό φορτίο σε φορτίο Q είναι:

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Χωρητικότητα

- **Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή**
- Το έργο που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_E και άρα

$$\boxed{U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2}$$

- Θεωρούμε την ενέργεια σε έναν πυκνωτή ως αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες του, όσο φορτίζεται
- Για έναν πυκνωτή από δυο παράλληλες πλάκες εμβαδού A που απέχουν απόσταση d, είναι

$$\boxed{U_E = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 A d E^2}$$

Τέλος Διάλεξης