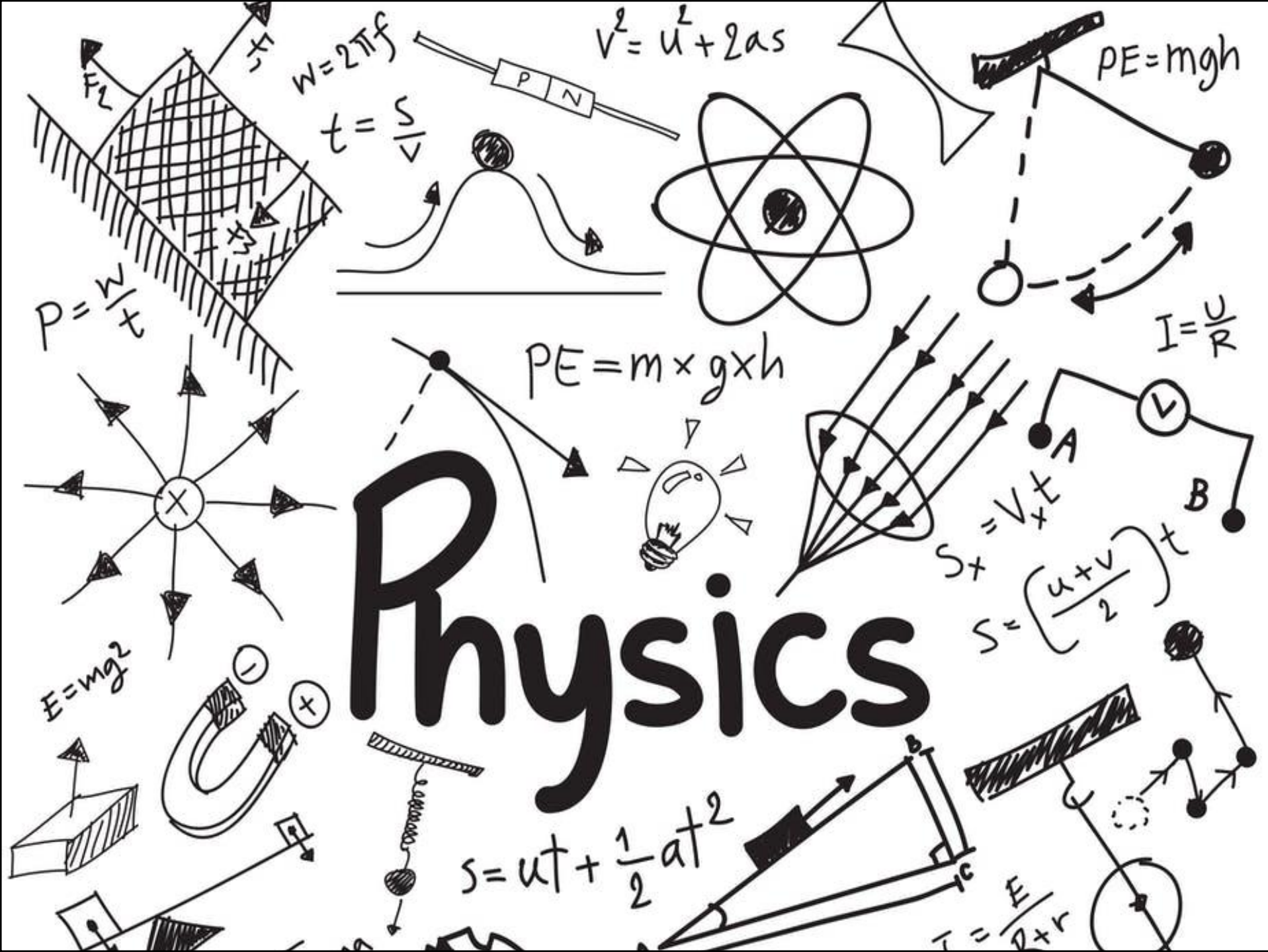


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
 - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
 - Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Ναυαγοςώστες στην Αυστραλία εκπαιδεύονται στην αντιμετώπιση μεγάλων κυμάτων. Τα κύματα που κινούνται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα παράδειγμα μηχανικών κυμάτων.

Φυσική για Μηχανικούς

Κύματα

Κύματα

- Ο κόσμος είναι γεμάτος από κύματα!
 - Μηχανικά & Ηλεκτρομαγνητικά
- Στα μηχανικά κύματα, απαιτείται ένα **μέσο διάδοσης**
- Θα μελετήσουμε πρώτα τα μηχανικά κύματα
 - (Πολύ) ...αργότερα (κι αν...) τα ηλεκτρομαγνητικά
- Χαρακτηριστικό γνώρισμα μηχανικών κυμάτων
 - Έστω μια σημαδούρα που επιπλέει σε μια λίμνη
 - Αν ρίξουμε κοντά της μια πέτρα, η σημαδούρα θα μετακινηθεί πάνω-κάτω αλλά δε θα μετακινηθεί σε σχέση με το σημείο πτώσης της πέτρας
 - **Κυματική κίνηση: μεταφέρεται ενέργεια αλλά όχι ύλη!**

Κύματα

- Όλα τα μηχανικά κύματα προϋποθέτουν

- Α) Κάποια πηγή διαταραχής

- Β) Ένα μέσο με στοιχεία που μπορούν να διαταραχθούν

- Γ) Κάποιο μηχανισμό με τον οποίο τα στοιχεία του μέσου αλληλεπιδρούν μεταξύ τους

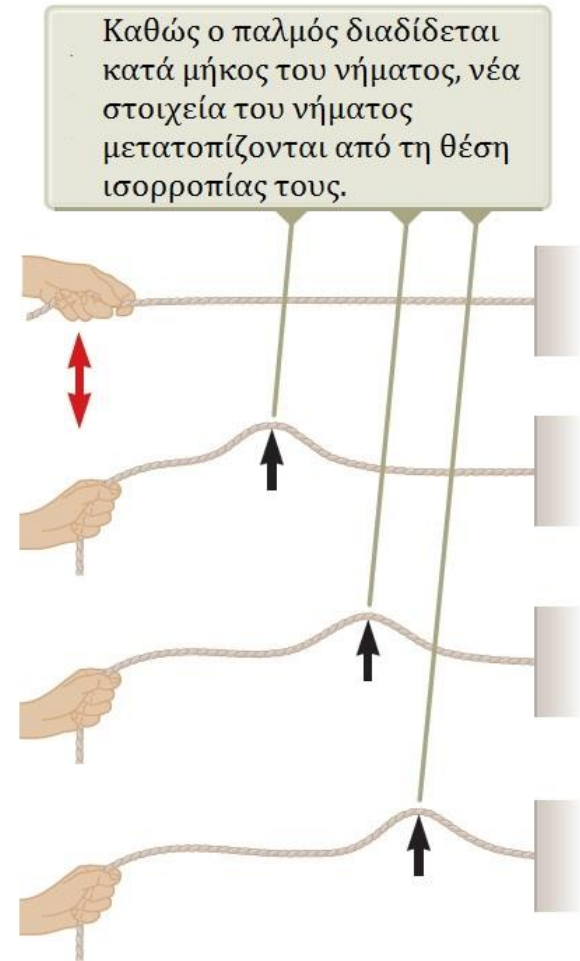
- Κίνηση κύματος

- Παλμός = διαταραχή

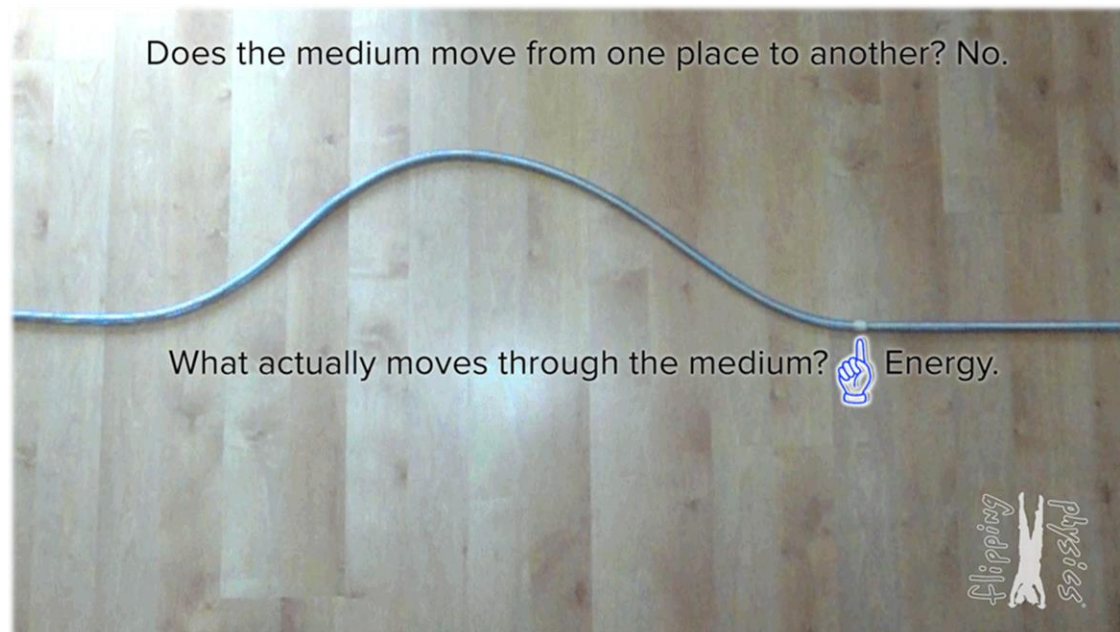
- Σχήμα σχεδόν απaráλλαχτο

- Ύψος και ταχύτητα παλμού

- Ύψος == κατακόρυφη μετατόπιση



Κύματα



Κύματα

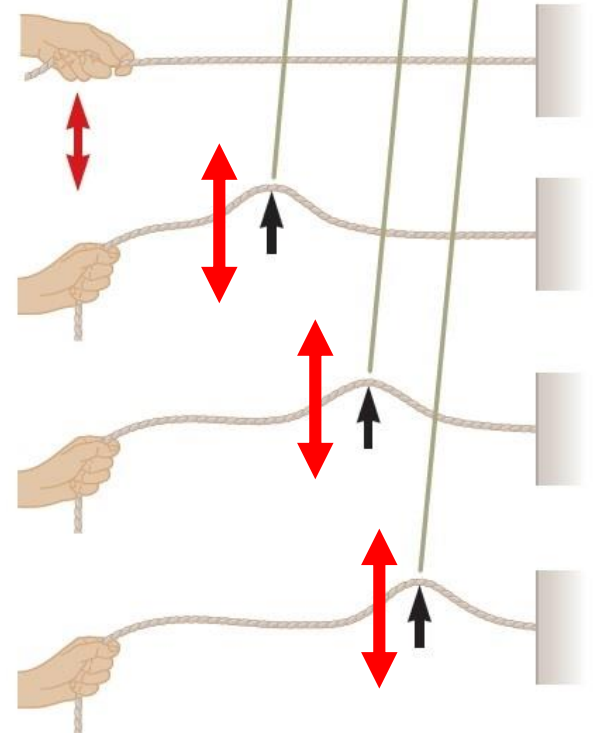
- Προσέξτε την κίνηση των στοιχείων του νήματος
 - Είναι κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Εγκάρσιο κύμα**
- Προσέξτε την αντίστοιχη του ελατηρίου
 - Είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης: **Διάμηκες κύμα**

Το χέρι κινείται γρήγορα μπρος-πίσω μια φορά και δημιουργεί έναν διαμήκη παλμό.

Κατά τη διάδοση του παλμού, οι σπείρες μετατοπίζονται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης.

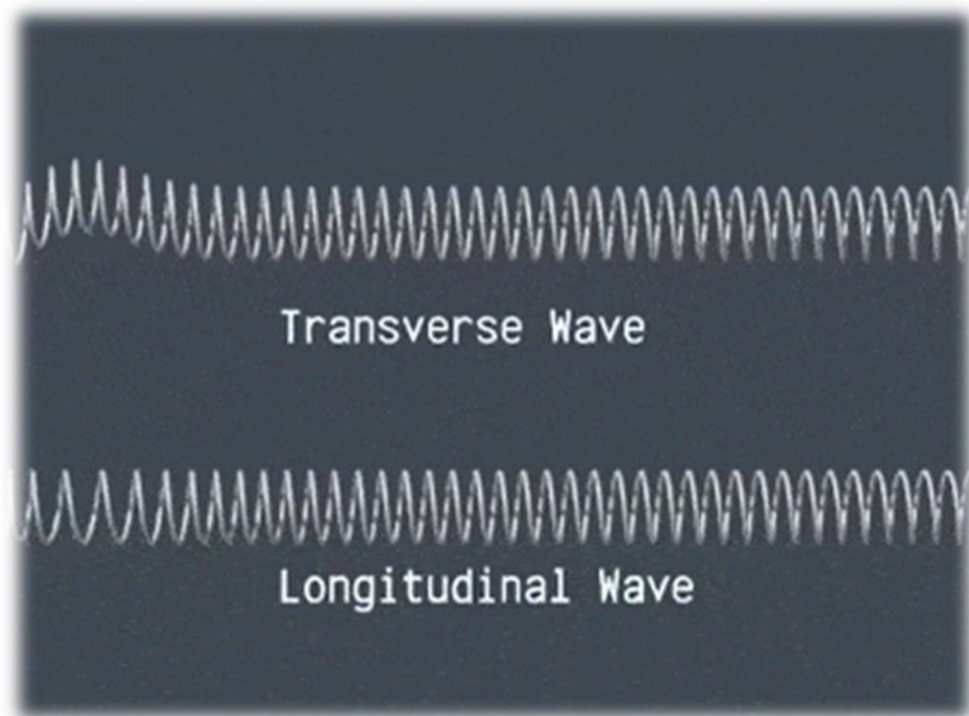


Καθώς ο παλμός διαδίδεται κατά μήκος του νήματος, νέα στοιχεία του νήματος μετατοπίζονται από τη θέση ισορροπίας τους.



Κύματα

Εγκάρσιο κύμα



Διάμηκες κύμα

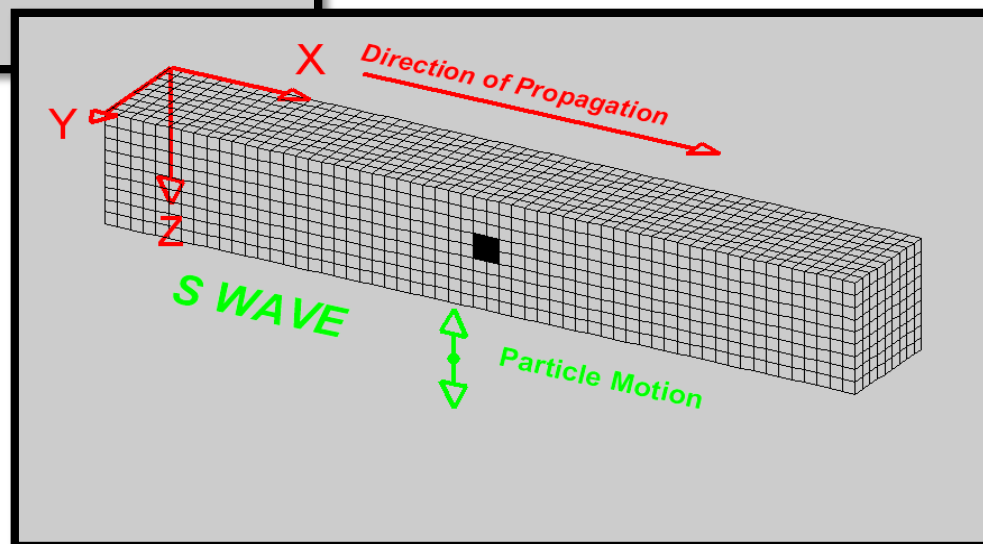
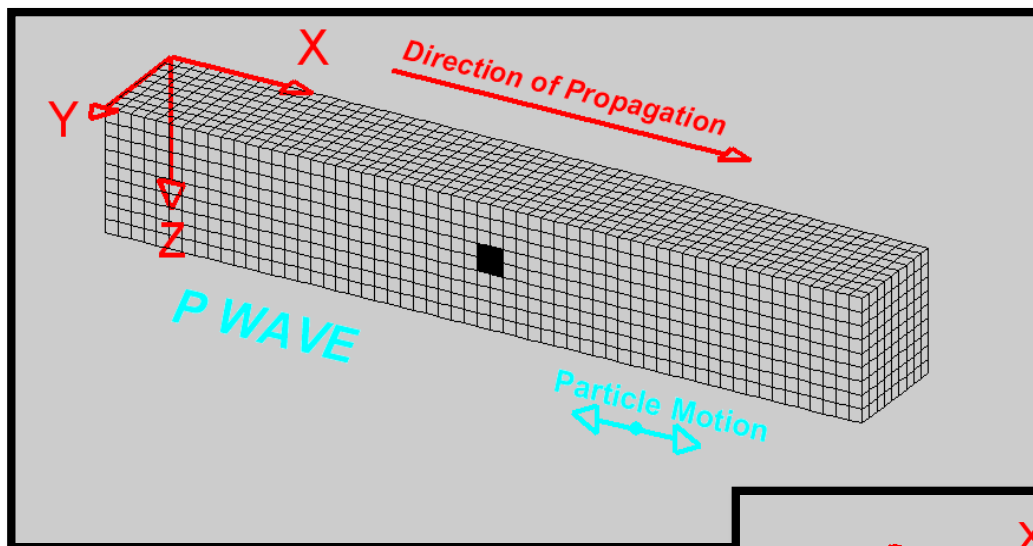
Κύματα

Σεισμικά Κύματα (εκτός ύλης)

- Υπάρχουν τριών ειδών σεισμικά κύματα: **P-κύματα, S-κύματα και Κύματα Επιφάνειας**
- **P-κύματα (Primary/Pressure Waves)**
 - Ταξιδεύουν με τη μεγαλύτερη ταχύτητα απ'όλα
 - Είναι τα πρώτα κύματα που καταγράφονται από έναν σειсмоγράφο
 - Διαφέρουν από τα S-κύματα στον τρόπο διάδοσης (διαμήκη)
- **S-κύματα (Secondary Waves)**
 - Δεν ταξιδεύουν στο νερό ή στον αέρα
 - Πιο καταστροφικά από τα κύματα P λόγω του μεγαλύτερου πλάτους τους
 - Διαφέρουν από τα P-κύματα στον τρόπο διάδοσης (εγκάρσια)

Κύματα

Σεισμικά Κύματα



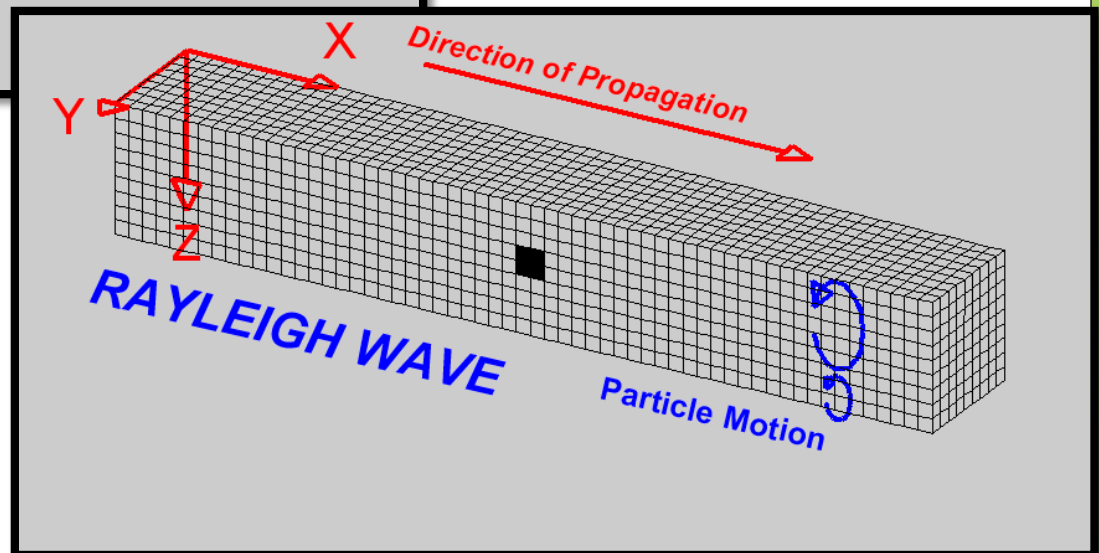
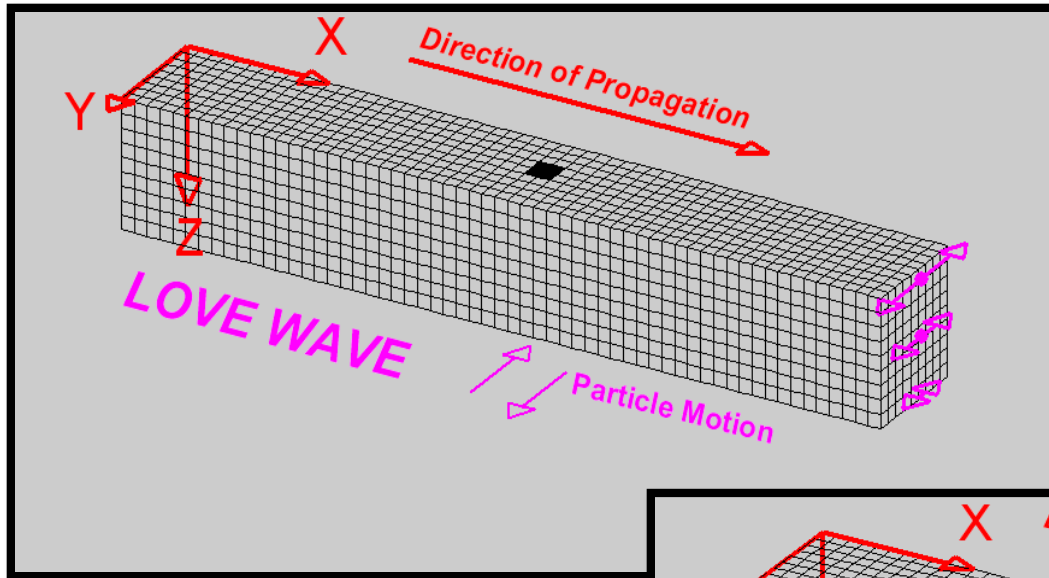
Κύματα

Σεισμικά Κύματα (εκτός ύλης)

- Υπάρχουν τριών ειδών σεισμικά κύματα: **P-κύματα**, **S-κύματα** και **Κύματα Επιφάνειας**
- **Κύματα Επιφάνειας**
 - Μοιάζουν με κύματα στο νερό και ταξιδεύουν ακριβώς κάτω από την επιφάνεια της Γης
 - Παράγονται όταν το επίκεντρο είναι σχετικά κοντά στην επιφάνεια
 - Ταξιδεύουν πιο αργά από τα S-κύματα, αλλά μπορεί να έχουν πολύ μεγαλύτερο πλάτος και να είναι το πιο καταστροφικό είδος σεισμικών κυμάτων
- Υπάρχουν δυο ειδών κύματα επιφάνειας
 - **Κύματα Rayleigh**
 - **Κύματα Love**

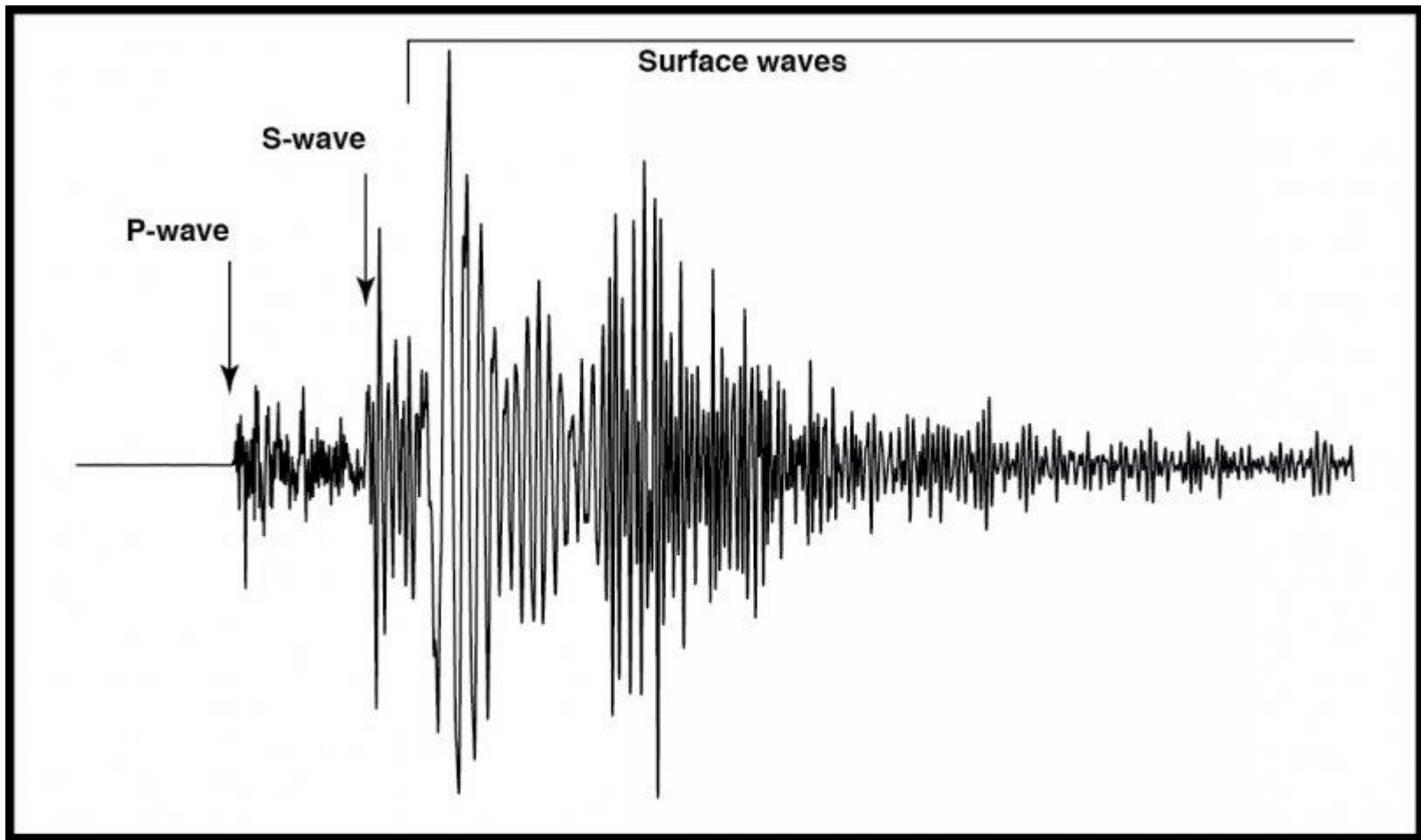
Κύματα

Σεισμικά Κύματα



Κύματα

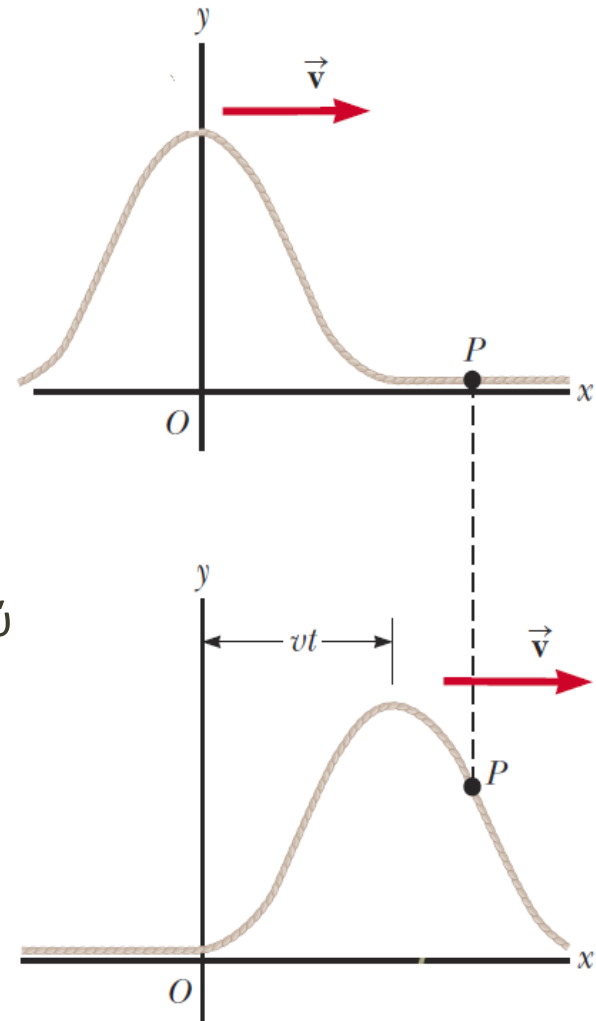
Σεισμικά Κύματα



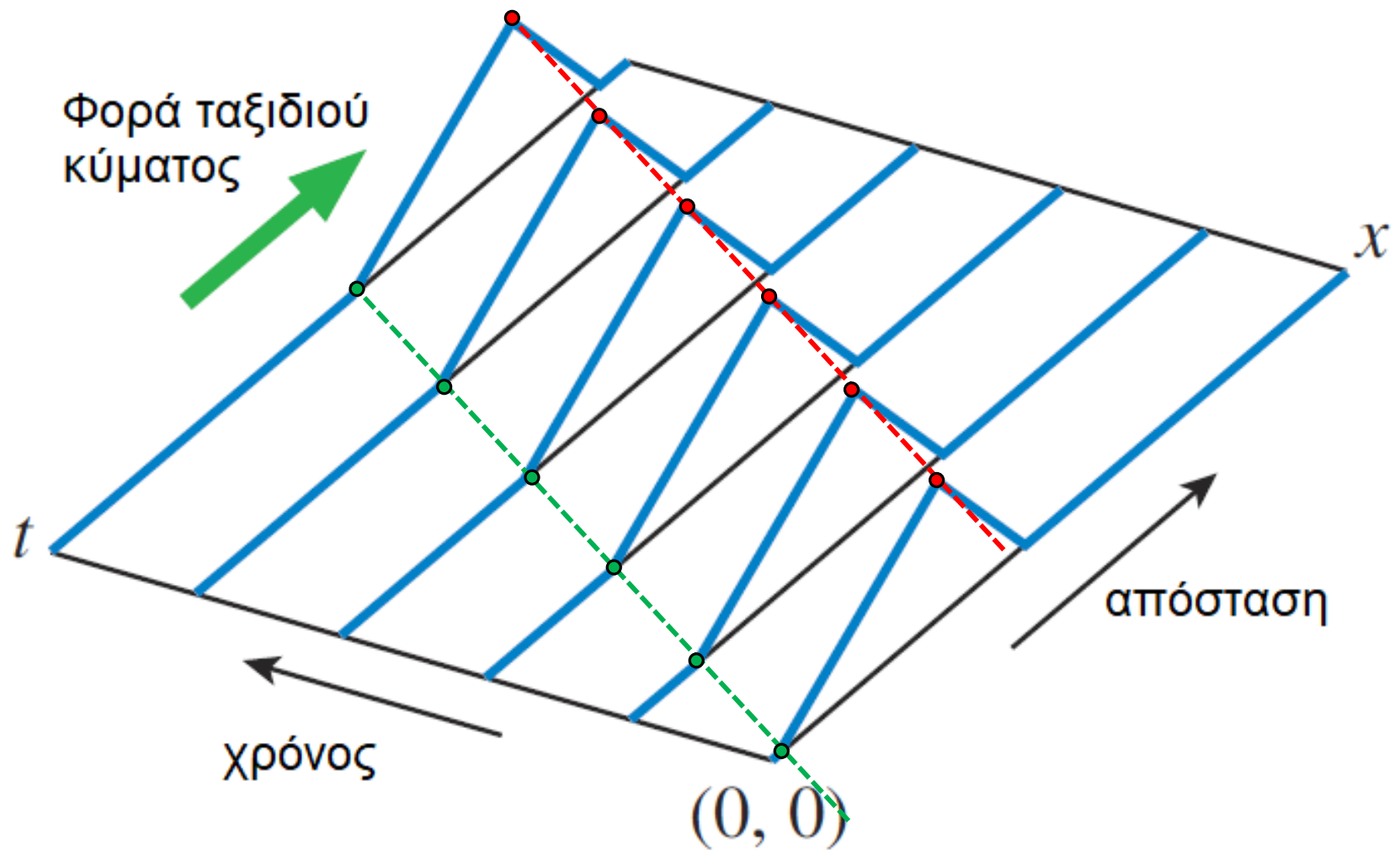
<https://www.exploratorium.edu/faultline/basics/waves.html>

Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση – Συνάρτηση Κύματος $y(x, t)$
- Μετατόπιση y του στοιχείου x ενός κύματος τη χρονική στιγμή t
 - $y(x, t) = f(x - ut, t)$ ➡ κίνηση προς τα δεξιά
 - $y(x, t) = f(x + ut, t)$ ➡ κίνηση προς τα αριστερά
 - όπου u η ταχύτητα διάδοσης του παλμού
- Για $t = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε μια «**φωτογραφία**» του **όλου** κύματος για μια χρονική στιγμή
- Για $x = \text{σταθερό}$, παρατηρούμε την κίνηση **ενός στοιχείου** του κύματος με την πάροδο του χρόνου



Κύματα



Κύματα

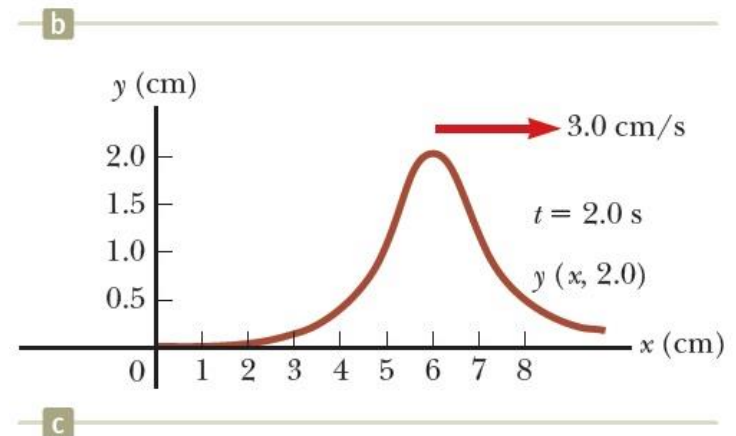
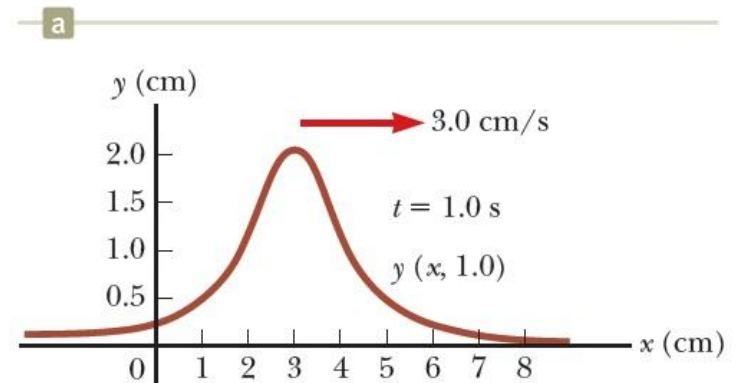
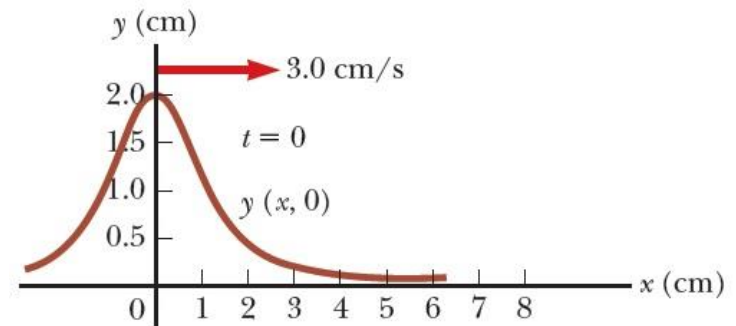
- Παράδειγμα:

- Έστω ένας παλμός που κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος του άξονα x και περιγράφεται ως

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

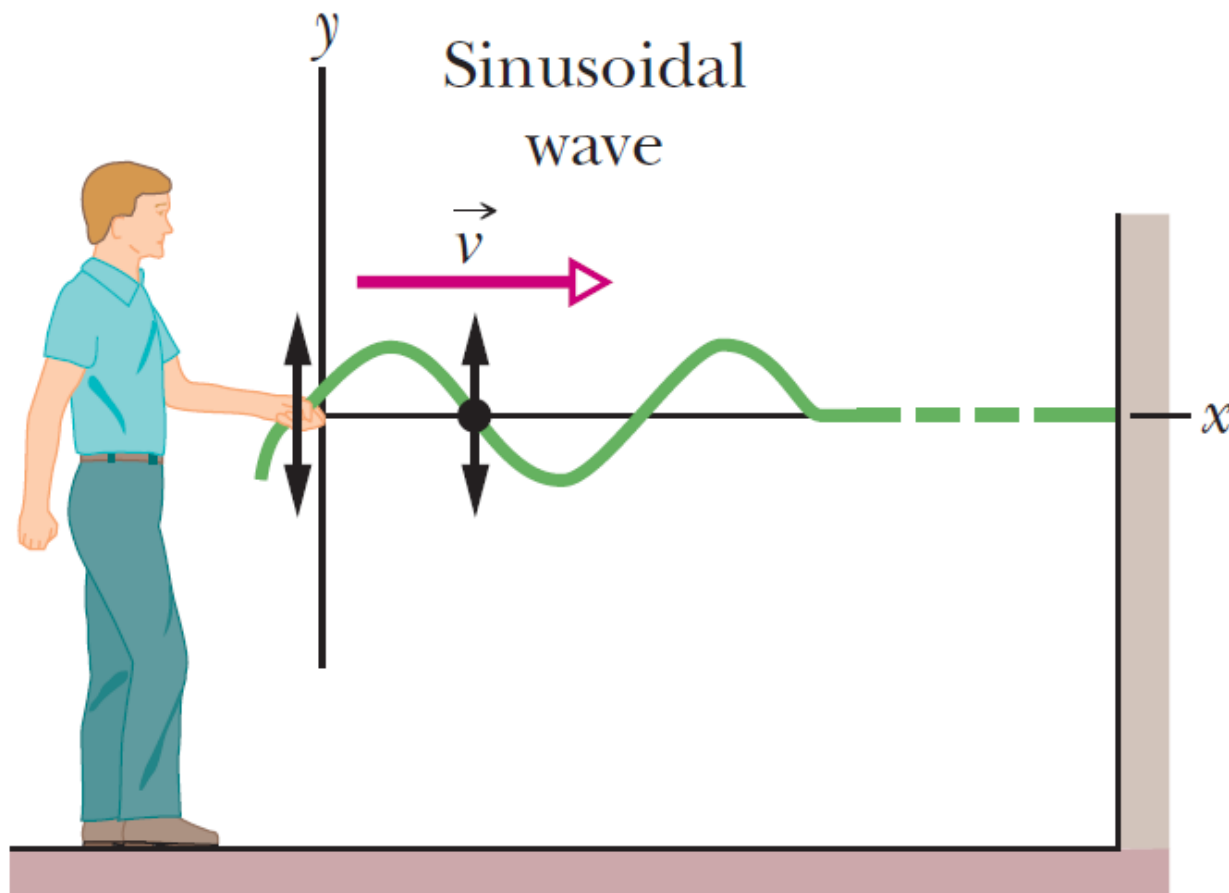
όπου x, y σε εκατοστά και το t σε δευτερόλεπτα.

- Παλμοί για $t = 0, 1, 2$



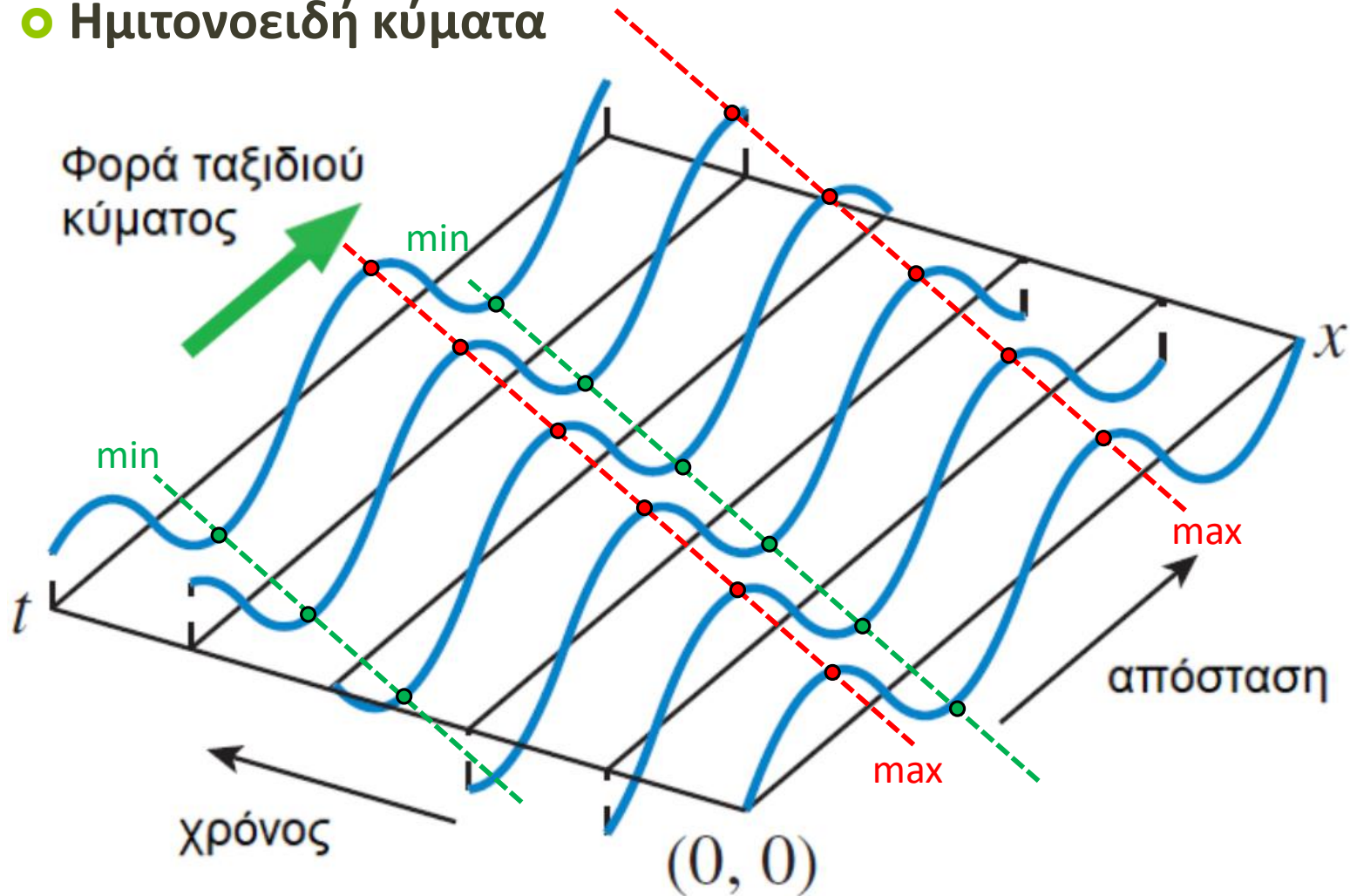
Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

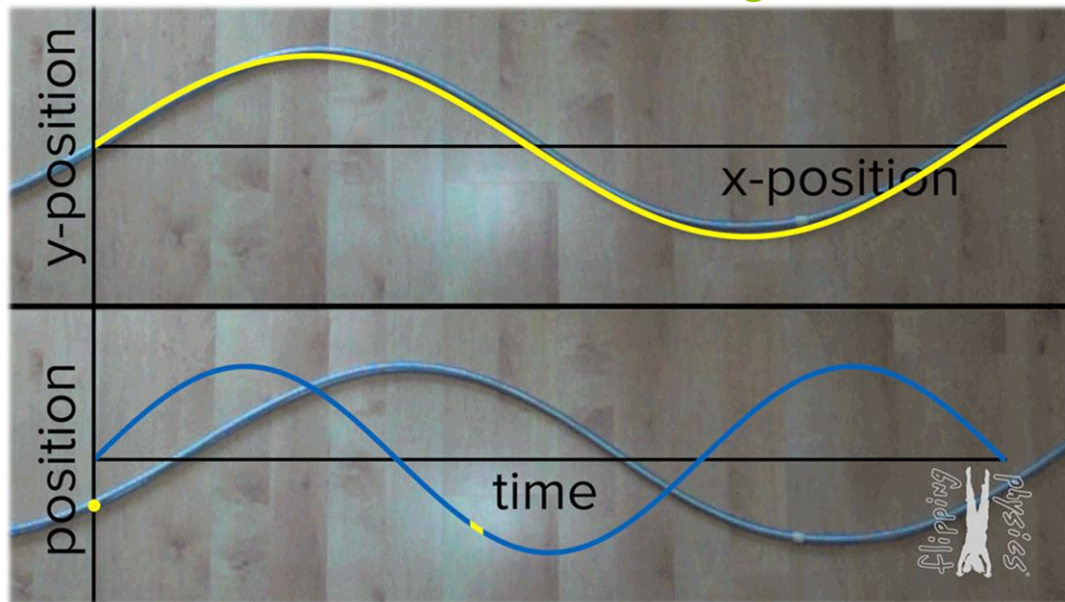
○ Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

t σταθερό:
βλέπουμε όλα τα στοιχεία
για αυτό το t



x σταθερό:
βλέπουμε ένα στοιχείο
για κάθε t

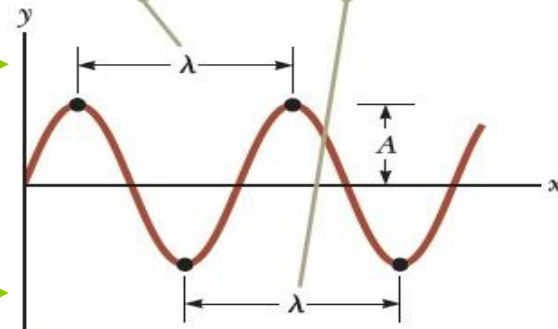
Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα

- Μήκος κύματος λ

- Απόσταση!

Το μήκος κύματος λ ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ διαδοχικών κορυφών ή κοιλάδων.

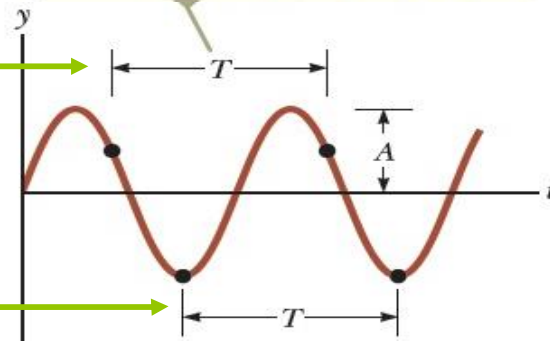


a

- Περίοδος T

- Χρόνος!

Η περίοδος T ενός κύματος είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το στοιχείο για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση ή το κύμα για να διατρέξει ένα μήκος κύματος.



b

- Συχνότητα f

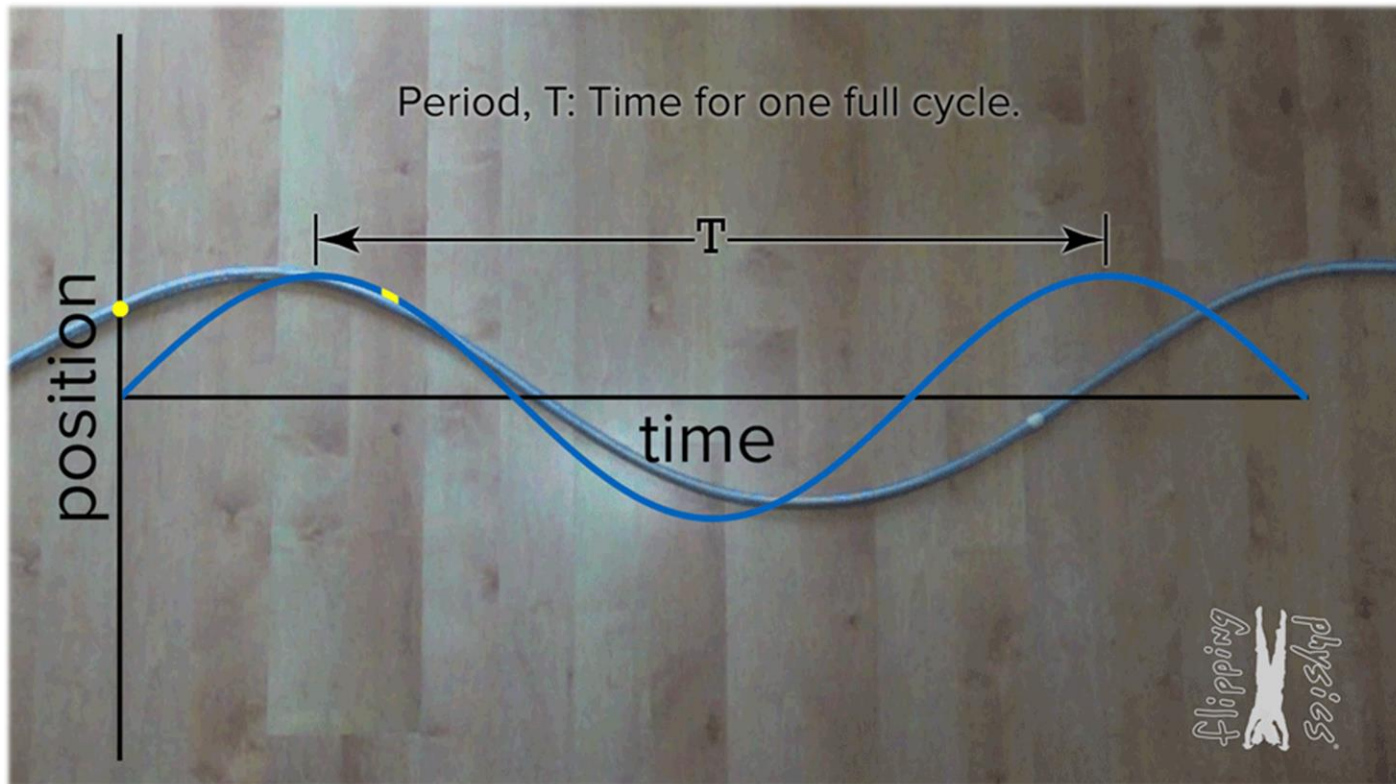
- Αριθμός κορυφών ανά μονάδα χρόνου

- $f = 1/T$

- Μετρείται σε Hertz (Hz)

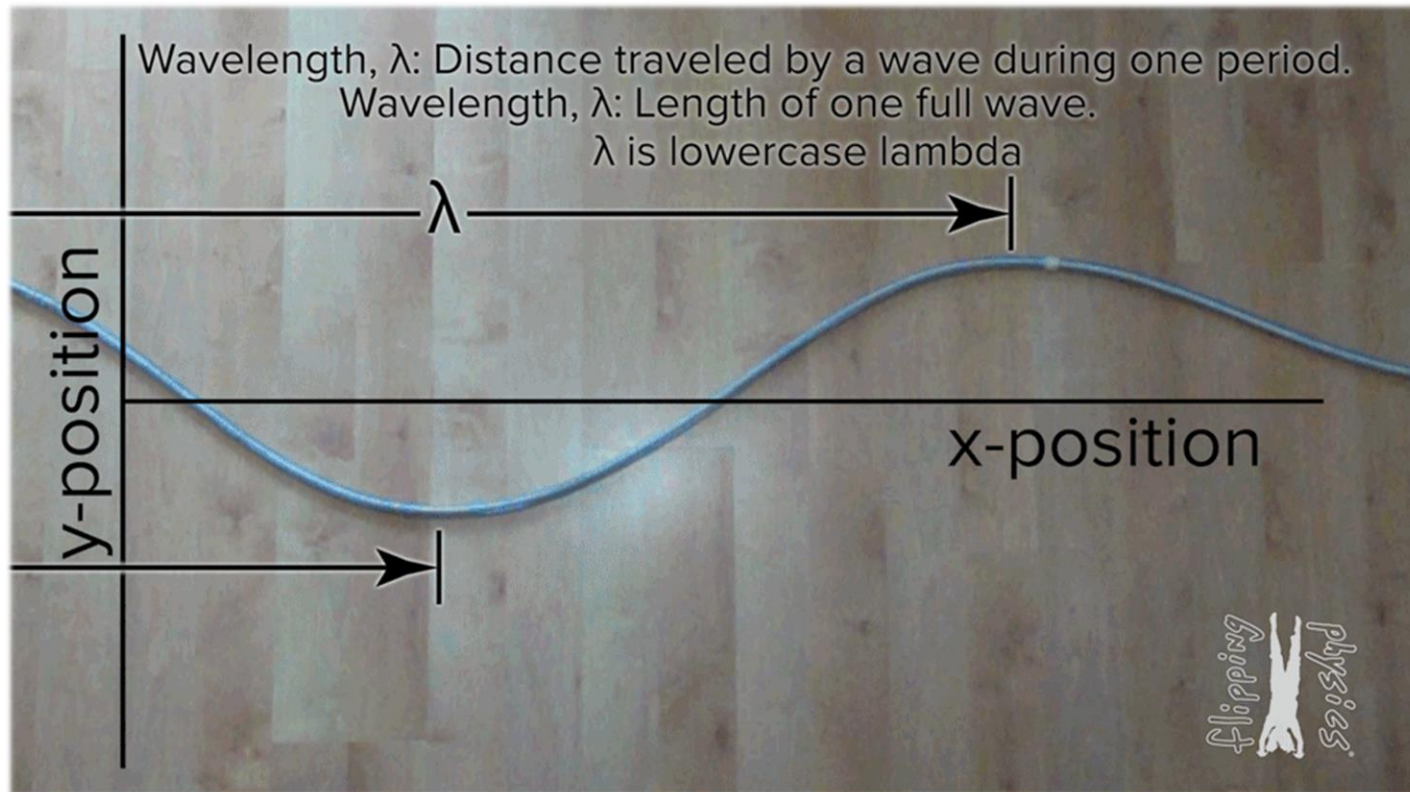
Κύματα

- Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

● Ημιτονοειδή κύματα



Κύματα

- Κυματοσυνάρτηση

$$y(x, t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x \pm ut) + \varphi \right)$$

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- Κυματαριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Γωνιακή συχνότητα

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

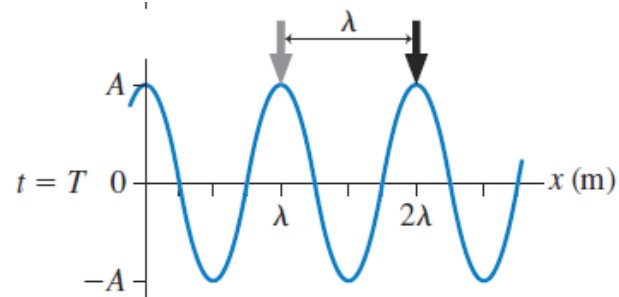
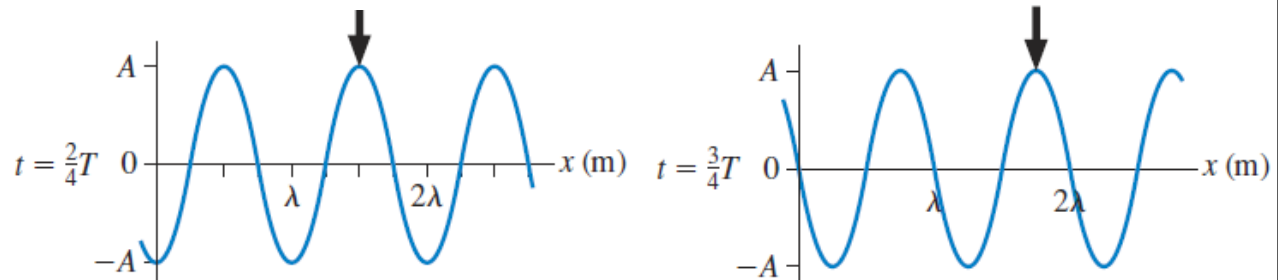
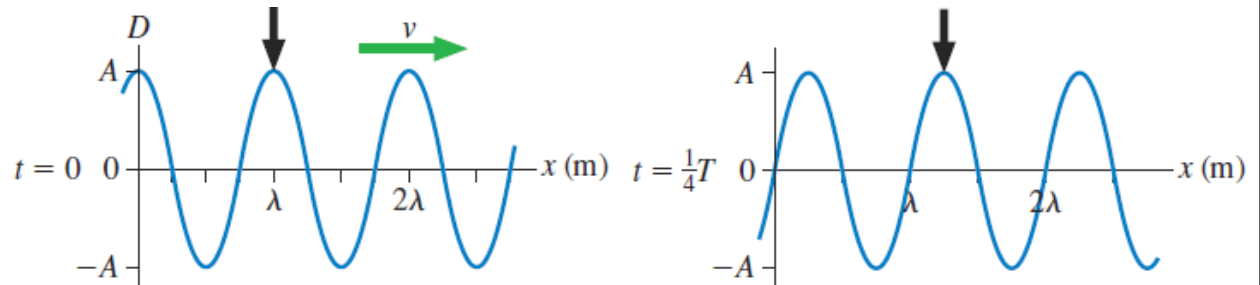
- Οπότε

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Κύματα

- Ταχύτητα διάδοσης

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



Το μήκος κύματος αποτελεί «συνέπεια» ενός κύματος συχνότητας f που ταξιδεύει σε μέσο στο οποίο η ταχύτητα του κύματος ισούται με u

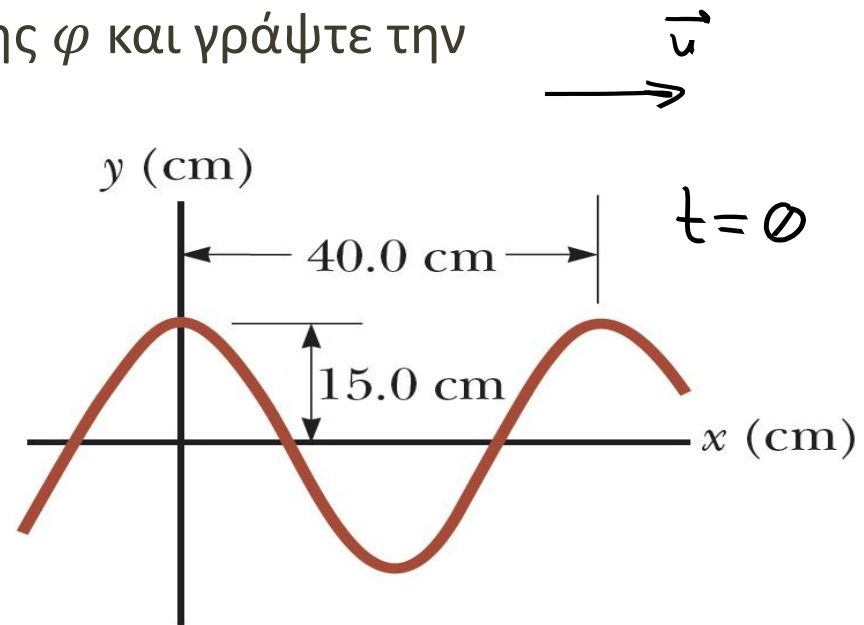
Κύματα

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.

- ◉ A) Βρείτε τα k , T , ω , u .

- ◉ B) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.



Κύματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

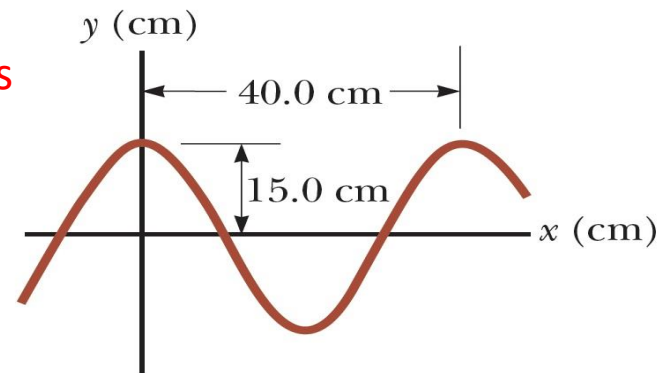
- ◉ Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
- ◉ Α) Βρείτε τα k , T , ω , u .

Είναι: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \text{ rad/s}$$

$$u = \lambda f = 0.4 \times 8 = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$* y(x,t) = 0.15 \sin\left(5\pi x - 16\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Κύματα

● Παράδειγμα – Λύση:

- Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.

- Β) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.

Είναι $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi) = 0.15 \sin(5\pi x - 16\pi t + \varphi)$

Έχουμε $y(x,0) = 0.15 \sin(kx - 0 + \varphi) = 0.15 \sin(kx + \varphi)$

Για $x=0$, βλέπουμε ότι $y(0,0) = A$ από το σχήμα, δηλ. $y(0,0) = 0.15$

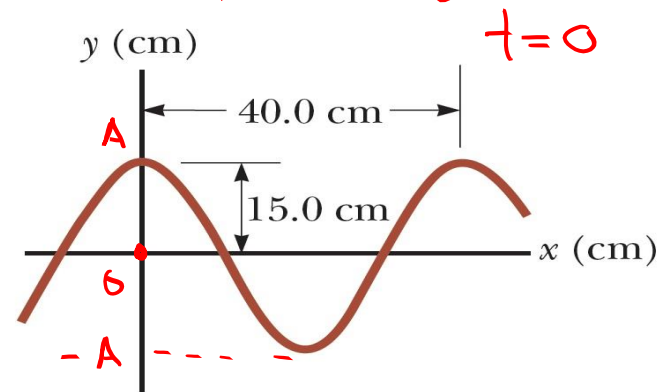
Άρα

$$y(0,0) = 0.15 \sin(\varphi) \stackrel{\text{σχήμα}}{=} 0.15$$

$$\sin \varphi = 1$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ οπότε } *$$

$$A = 0.15 \text{ m} \quad \lambda = 0.4 \text{ m} \quad f = 8 \text{ Hz}$$



Κύματα

$$(1) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow 2\pi = k\lambda$$

● Παράδειγμα – Λύση:

- Ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στην θετική κατεύθυνση του x -άξονα έχει πλάτος 15 cm, μήκος 40 cm, και συχνότητα 8 Hz. Η χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.
- Β) Βρείτε τη σταθερά φάσης φ και γράψτε την κυματοσυνάρτηση.

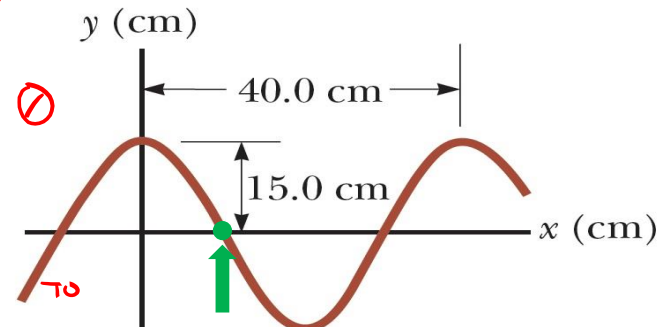
Στην ερώτηση «αν παίρναμε άλλο σημείο στο σχήμα, θα παίρναμε την ίδια απάντηση?», η απάντηση είναι «ναι», αν και δεν έχουμε πληροφορία για όλα τα υπόλοιπα σημεία. Μπορούμε όμως να πάρουμε για παράδειγμα το «**πράσινο**» σημείο στο σχήμα. Έχει $x = \lambda/4$ και $y = 0$ και έτσι μπορούμε να κάνουμε υπολογισμούς:

$$\text{Για } x = \frac{\lambda}{4}, \quad y\left(\frac{\lambda}{4}, 0\right) = A \sin\left(k\frac{\lambda}{4} + \varphi\right) = 0$$

$$\text{δηλ. } 0.15 \sin\left(\frac{k\lambda}{4} + \varphi\right) \stackrel{(1)}{=} 0.15 \sin\left(\frac{2\pi}{4} + \varphi\right) = 0$$

Οπότε :

$$0.15 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{επιλεγόμαστε το } +\pi/2 \text{ γιατί το σχήμα είναι ως συνήθως (μη-ανεστραμμένο)}$$



Κύματα

● Ημιτονοειδή κύματα

- Κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το κύμα του διπλανού σχήματος:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

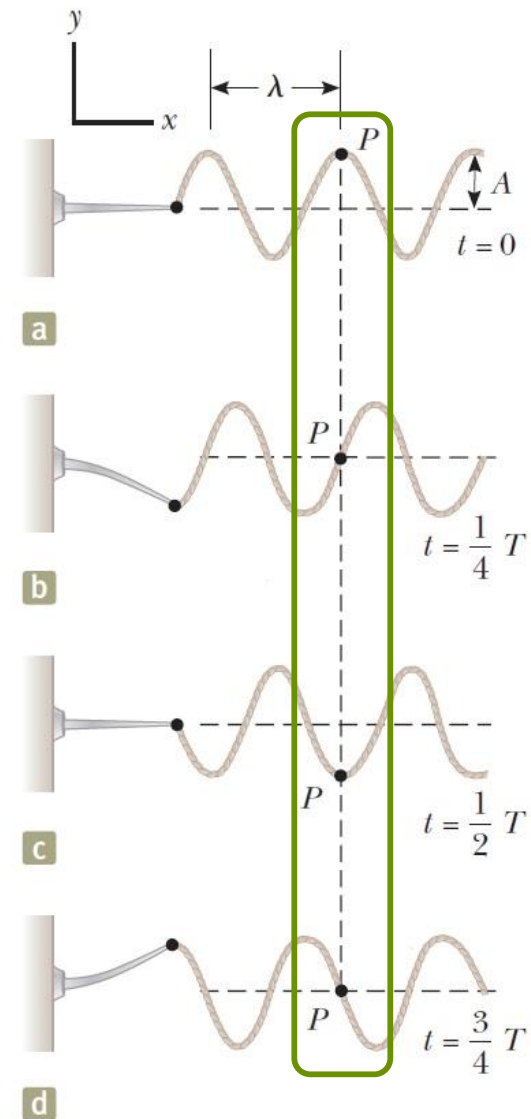
- Άρα περιγράφει και την κίνηση κάθε σημείου του, όπως π.χ. το P
- Εγκάρσια μετατόπιση του στοιχείου P από τη θέση ισορροπίας

$$y(t) = y(x_P, t) = A \sin(kx_P - \omega t)$$

- Εγκάρσια ταχύτητα και επιτάχυνση του στοιχείου P

$$v_y(t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx_P - \omega t)$$

$$a_y(t) = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx_P - \omega t)$$



Κύματα

- Ταχύτητα Διάδοσης u κύματος σε τεντωμένο νήμα

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

όπου T η τάση του νήματος, και μ η μάζα του νήματος ανά μονάδα μήκους

- Μάζα ανά μονάδα μήκους

$$\mu = \frac{m}{l}$$

- Λέγεται και γραμμική πυκνότητα μάζας

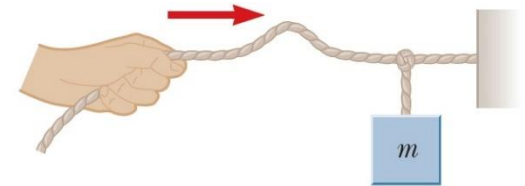
Κύματα

ο Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- ο Είπαμε (και είδαμε) ότι στα μηχανικά κύματα μεταφέρεται ενέργεια
- ο Που πηγαίνει αυτή η ενέργεια;

ο Παράδειγμα:

- ο Έστω το {σώμα + Γη} ως μη απομονωμένο σύστημα
- ο Ενέργεια λόγω έργου (χέρι)
 - ο Εξωτερική στο σύστημα
- ο Διάδοση κατά μήκος του νήματος
- ο Ανύψωση σώματος
 - ο Μεταβολή δυναμικής ενέργειας συστήματος Γη-σώμα



a

Ο παλμός ανυψώνει το σώμα. Αυξάνεται έτσι η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη.



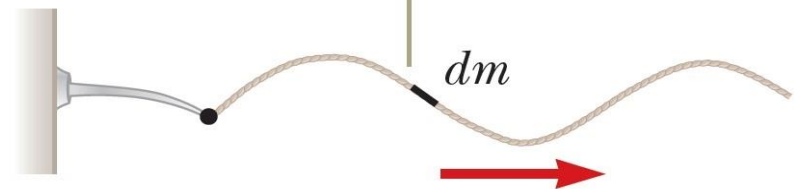
b

Κύματα

- Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Ας θεωρήσουμε ένα απειροστά μικρό τμήμα του νήματος μήκους dx και μάζας dm
- Εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (y -άξονα)!
- Άρα έχει **κινητική και δυναμική** ενέργεια!

Κάθε απειροστά μικρό (στοιχειώδες) τμήμα του νήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, και άρα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια.



Κύματα

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{dm}{dx}$$

- Μεταφορά ενέργειας σε νήμα

- Κινητική ενέργεια για ένα στοιχείο νήματος

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad (t=0) \quad = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx$$

- Ολοκληρώνοντας για ένα μήκος κύματος

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

- Δυναμική ενέργεια (με όμοιο τρόπο)

$$U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Κύματα

- **Μεταφορά ενέργειας σε νήμα**

- Η συνολική ενέργεια σε ένα μήκος κύματος ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής

$$E_{mech} = K_{\lambda} + U_{\lambda} = E_{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

- **Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας (= Μέση Ισχύς)**

$$P = \frac{E_{μηχ.κυμ.}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 u$$

με u την ταχύτητα διάδοσης του κύματος



Συνεχίζεται... 😊
