



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

- Με όσα έχουμε δει ως τώρα
 - Θέση
 - Ταχύτητα
 - Επιτάχυνση
 - Δύναμη
- και με αρχές όπως ο 2^{ος} νόμος του Newton, μπορούμε να λύσουμε πολλά προβλήματα...
- Στην πράξη, πολλές φορές αντιμετωπίζουμε δυσκολίες...
- Χρειαζόμαστε μια διαφορετική προσέγγιση, που θα κάνει τα προβλήματα πιο απλά...

Ενέργεια Συστήματος

- Οι έννοιες που θα συζητήσουμε ίσως σας ξενίσουν...
- Κάποιες άλλες ίσως σας φανούν οικείες, αλλά στη Φυσική απαιτείται λίγο μεγαλύτερη ακρίβεια...
- Ας ξεκινήσουμε με την έννοια της **ενέργειας**.
- Ιδέες που έχουμε από την καθημερινότητά μας για την ενέργεια
 - Βενζίνη + πετρέλαιο για μεταφορές και θέρμανση
 - Ηλεκτρισμός για φωτισμό και συσκευές
 - Φαγητό για κατανάλωση

Ενέργεια Συστήματος

- Θα μας απασχολήσουν τρία είδη ενέργειας:

- Κινητική, Δυναμική, και Θερμική**

Kinetic energy K



Η κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια της κίνησης. Όλα τα κινούμενα αντικείμενα έχουν κινητική ενέργεια. Όσο μεγαλύτερη μάζα ή όσο πιο γρήγορα κινείται ένα αντικείμενο, τόσο μεγαλύτερη η κινητική του ενέργεια.

Potential energy U



Η δυναμική ενέργεια είναι αποθηκευμένη ενέργεια που σχετίζεται με τη θέση ενός αντικειμένου. Το τρενάκι της εικόνας έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια που εξαρτάται από τη θέση του (ύψος) πάνω από το έδαφος.

Thermal energy E_{th}



Η θερμική ενέργεια είναι το άθροισμα όλων των μικροσκοπικών κινητικών και δυναμικών ενεργειών των ατόμων και δεσμών που συνιστούν ένα σώμα. Ένα σώμα έχει μεγαλύτερη θερμική ενέργεια όταν είναι ζεστό παρά όταν είναι κρύο.

Ενέργεια Συστήματος

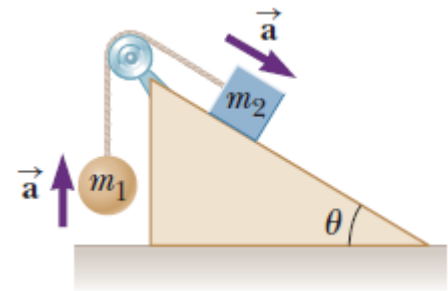
- Τα παραπάνω δεν αποτελούν ακριβή ορισμό της ενέργειας.
 - Γενικότερα, είναι δύσκολο να οριστεί με ακρίβεια
 - Είναι περισσότερο... «αφηρημένη» έννοια
 - Θα μπορούσαμε να πούμε ότι αποτελεί έναν αριθμό που σχετίζεται με την κατάσταση ενός συστήματος
 - Όμως κάθε διαδικασία στη φύση αφορά ενέργεια και μεταφορές/μετασχηματισμούς αυτής
- Ξεκινάμε τη συζήτηση θεωρώντας ένα νέο μοντέλο, το **σύστημα**
 - Αργότερα, θα μιλήσουμε για μοντέλα ανάλυσης ενός συστήματος
 - ...αντί ενός μόνο σώματος, που είχαμε ως τώρα
- Προς το παρόν, ας δούμε τι είναι ένα σύστημα και πώς σχετίζεται με την ενέργεια

Ενέργεια Συστήματος

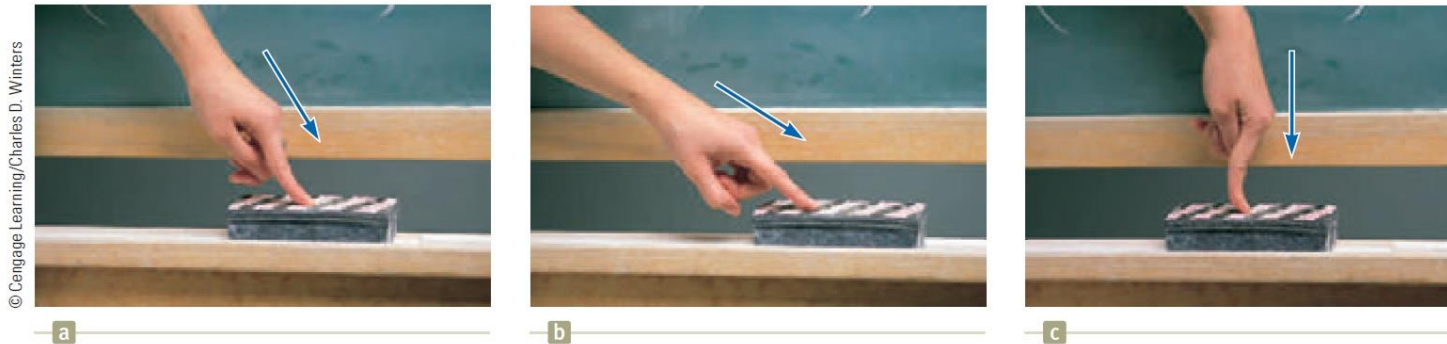
- Πρώτο βήμα είναι η **αναγνώριση** του συστήματος
- Όταν συζητάμε για ένα σύστημα, αγνοούμε τι συμβαίνει εκτός συστήματος
- Συστήματα μπορεί να είναι:
 - Ένα απλό σώμα ή αντικείμενο
 - Πολλά σώματα ή αντικείμενα
 - Μια περιοχή του χώρου
 - Κάτι που αλλάζει σχήμα και μέγεθος

Ενέργεια Συστήματος

- Ανεξαρτήτως του συστήματος που επιλέγουμε πάντα υπάρχει το **όριο/σύνορο συστήματος**:
 - Μια φανταστική επιφάνεια που χωρίζει το σύστημα με το περιβάλλον του
 - Παράδειγμα:
 - Σύστημα == σπόγγος
 - Επιφάνεια σπόγγου == σύνορο συστήματος
 - Η δύναμη (μέσω του χεριού) είναι μια επιρροή στο σύστημα από το περιβάλλον του, η οποία ασκείται επάνω στο σύνορο του συστήματος
 - Παράδειγμα:
 - Σύστημα == σώματα + σχοινί
 - Οι δυνάμεις από το σχοινί επάνω στα σώματα είναι εσωτερικές, και δεν ανήκουν στο περιβάλλον του



Ενέργεια Συστήματος

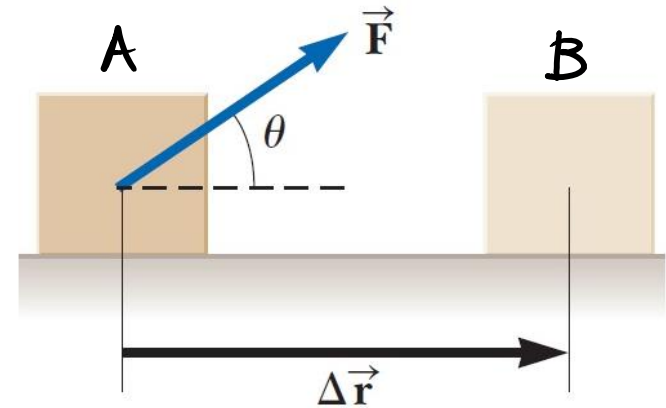


- Αναγνωρίζουμε το σύστημα: σπόγγος
- Ερώτημα: **πόσο αποτελεσματικοί είμαστε με τη δύναμη που βάζουμε (όμοια σε μέτρο σε όλες τις περιπτώσεις) στο να κινήσουμε το σπόγγο;**
- Σε ποια περίπτωση τα καταφέρνουμε καλύτερα;
 - Μέτρο δύναμης – Κατεύθυνση – Μετατόπιση

Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ένα απλό παράδειγμα

- Ένα σώμα (σύστημα) που μετατοπίζεται σε ευθεία γραμμή από μια σταθερή δύναμη που του ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο



- Το **έργο W** που παράγεται στο σύστημα από τη δύναμη που ασκείται εξωτερικά στο σύστημα ορίζεται ως
 - το γινόμενο του μέτρου της σταθερής **δύναμης F** , του μέτρου της **μετατόπισης Δr** του σημείου εφαρμογής της δύναμης, και του **συνημιτόνου της γωνίας θ** ανάμεσα στα δυο προηγούμενα:

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

Ενέργεια Συστήματος

- Διακρίνετε τη διαφορά με την «κοινή» αίσθησή σας για το έργο;
- Κρατήστε μια βαριά μπάλα στο ύψος των ώμων για 2'
- Στο τέλος, θα έχετε κουραστεί και θα θεωρείτε ότι «παράξατε αρκετό έργο» επάνω στην μπάλα
- Η αλήθεια είναι ότι ο ορισμός που μόλις είδαμε θα σας πει ότι $W = 0!$
 - Γιατί απλά υποστηρίζατε την μπάλα, δεν τη μετακινήσατε
- Επίσης, δείτε ξανά την (c) εικόνα με το σπόγγο.

Ενέργεια Συστήματος

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos(\theta)$$

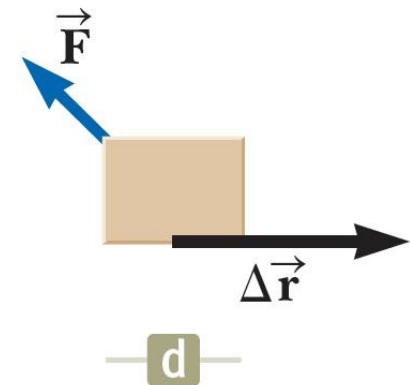
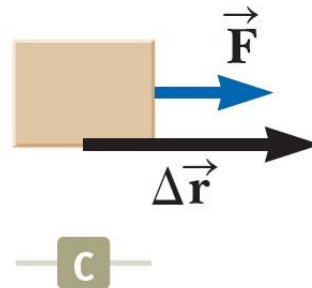
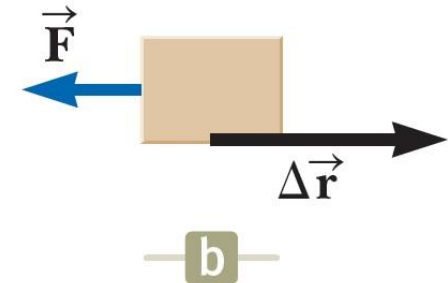
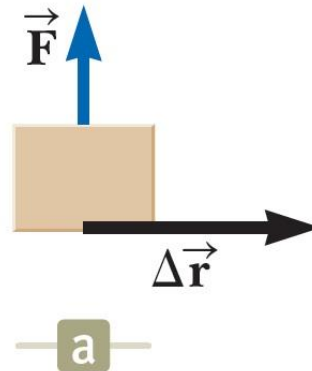
- **Quiz:** Κατατάξτε τις παρακάτω περιπτώσεις σε αύξουσα τιμή έργου

c ($W = F \Delta r$)

a ($W = 0$)

d

b ($W = -F \Delta r$)



Ενέργεια Συστήματος

- Μονάδα μέτρησης έργου

$$N \cdot m = J \text{ (Joule)}$$

- Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι

έργο == μεταφορά ενέργειας

- Αν W είναι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα, τότε
 - Έργο θετικό → Μεταφορά ενέργειας προς το σύστημα
 - Έργο αρνητικό → Μεταφορά ενέργειας από το σύστημα

Ενέργεια Συστήματος

- Η μαθηματική έκφραση

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

μοιάζει περίεργη...

- Προκύπτει από το μαθηματικό εργαλείο που λέγεται

εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

- Έστω δυο διανύσματα $\vec{A}, \vec{B}$. Το εσωτερικό τους γινόμενο είναι μια βαθμωτή ποσότητα (= αριθμός) που ισούται με

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cos(\theta)$$

- Άρα το έργο W μπορεί να γραφεί ως $\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$!

Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα

- ◉ Ένα σωματίδιο στο χγ επίπεδο υπόκειται σε μετατόπιση $\Delta\vec{r} = 2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}$ m λόγω μιας σταθερής δύναμης $\vec{F} = 5.0\hat{i} + 2.0\hat{j}$ N που ασκείται στο σωματίδιο. Βρείτε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο.

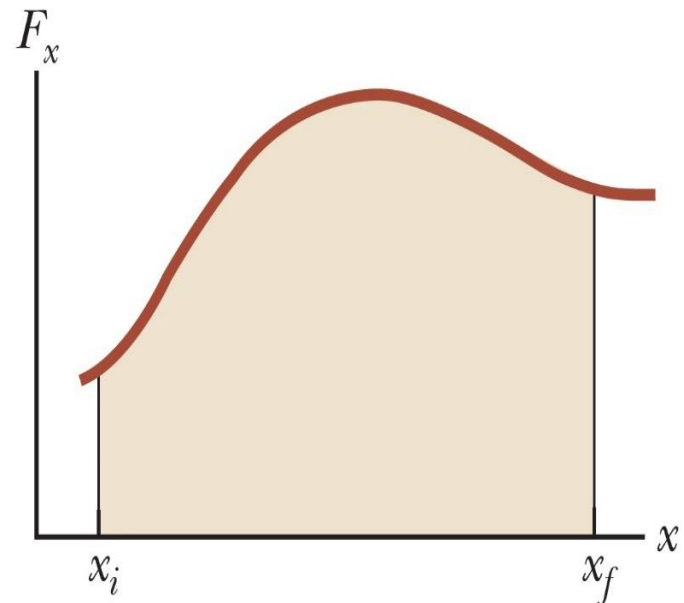
$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (5\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (2\vec{i} + 3\vec{j}) \\ &= 5\vec{i} \cdot 2\vec{i} + \underbrace{5\vec{i} \cdot 3\vec{j}}_0 + \underbrace{2\vec{j} \cdot 2\vec{i}}_0 + 2\vec{j} \cdot 3\vec{j} \\ &= 10 \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{i}}_1 + 6 \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{j}}_1 \\ &= 10 + 6 \\ &= 16 \text{ Joule} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} &= |\vec{i}| |\vec{i}| \cos 0 \\ &= |\vec{i}| \cdot |\vec{i}| \cdot 1 \\ &= |\vec{i}|^2 = 1 \end{aligned}$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0 = \vec{j} \cdot \vec{i}$$

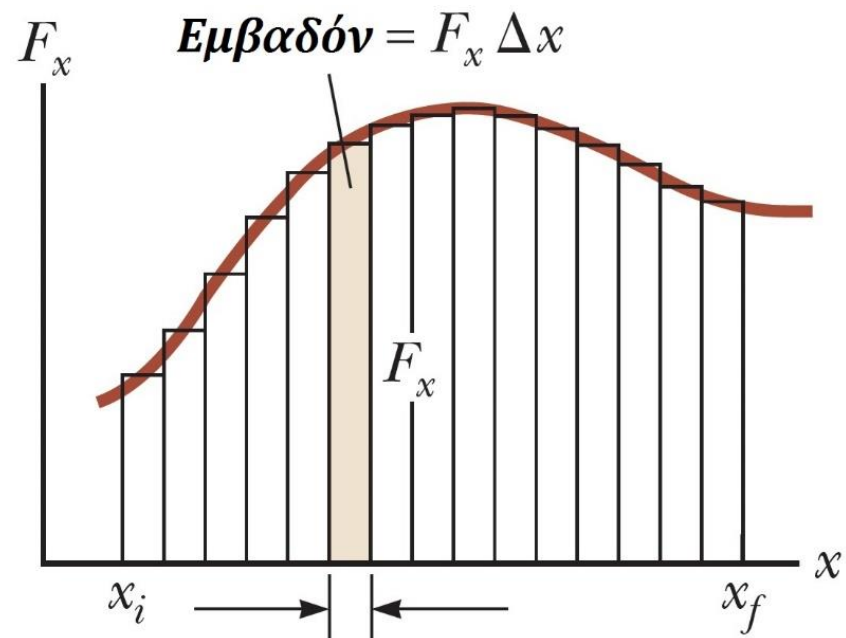
Ενέργεια Συστήματος

- Συζητάμε τόση ώρα για έργο υπό σταθερή δύναμη
 - Τι γίνεται όταν η δύναμη είναι μεταβαλλόμενη αλλά η κίνηση εξακολουθεί να είναι ευθύγραμμη;
 - Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που είδαμε!
- Παράδειγμα:
 - Η x -συνιστώσα της δύναμης μεταβάλλεται κατά την κίνηση



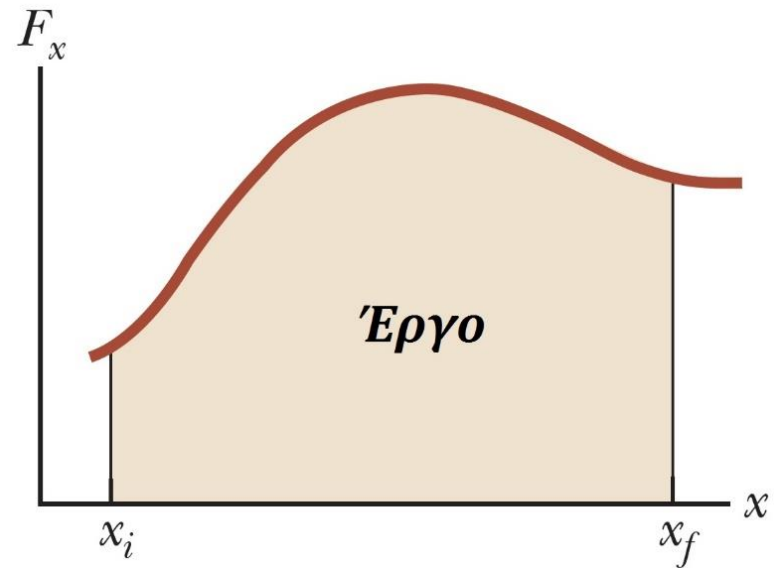
Ενέργεια Συστήματος

- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για απειροστά μικρά διαστήματα Δx) σταθερή!
- Παράδειγμα:
 - Χωρίζουμε το διάστημα σε μικρά διαστήματα Δx .
 - Σε κάθε τέτοιο διάστημα έχουμε έργο W_j , που ισούται με το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλογράμμου.



Ενέργεια Συστήματος

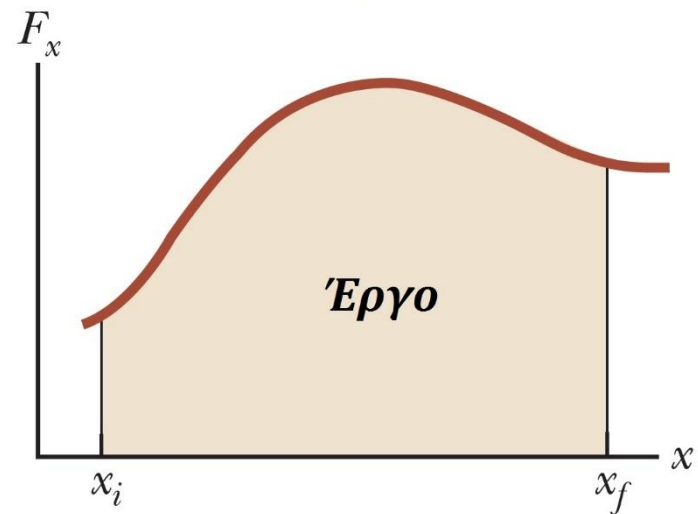
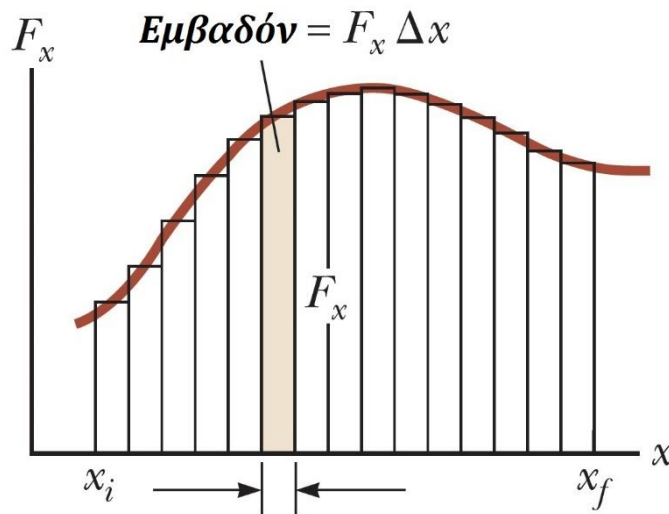
- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για απειροστά μικρά διαστήματα Δx) σταθερή!
- Παράδειγμα:
 - Το συνολικό έργο είναι $\sum_j W_j$
 - Όταν τα διαστήματα γίνονται απειροστά μικρά ($\Delta x \rightarrow 0$), τότε το συνολικό έργο ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη!



Ενέργεια Συστήματος

- Με μαθηματικά,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int \vec{F}_x \cdot d\vec{x}$$

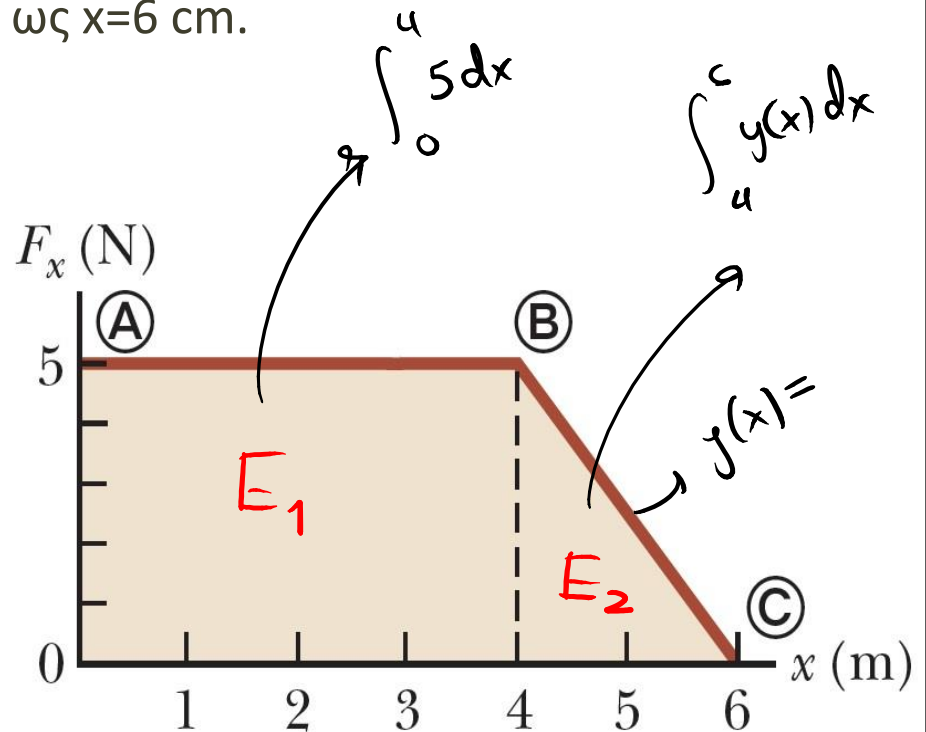


Ενέργεια Συστήματος

Παράδειγμα

- Μια δύναμη ασκείται σε ένα σωματίδιο, η οποία μεταβάλλεται με την απόσταση, όπως στο Σχήμα. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο όταν αυτό κινείται από $x=0$ ως $x=6$ cm.

$$\begin{aligned}W_F &= E_1 + E_2 \\&= 5 \cdot 4 + \frac{2 \cdot 5}{2} \\&= 20 + 5 \\&= 25 \text{ J}\end{aligned}$$



Ενέργεια Συστήματος

● Παράδειγμα

- Μια δύναμη ασκείται σε ένα σωματίδιο, η οποία μεταβάλλεται με την απόσταση, όπως στο Σχήμα.

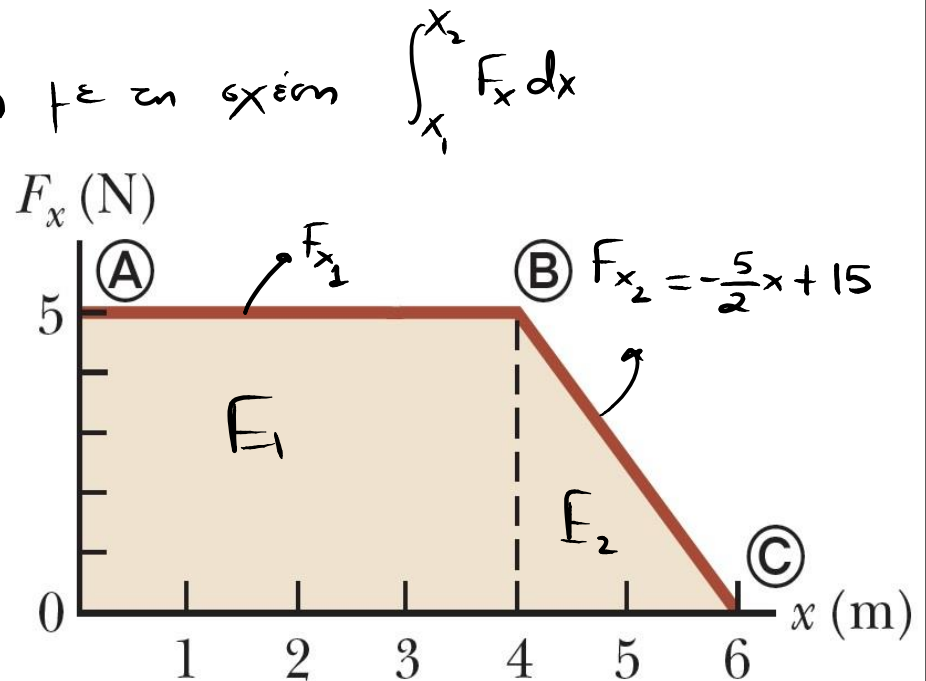
Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο όταν αυτό κινείται από $x=0$ ως $x=6$ cm.

Εξάσκηση: Λύστε την ίδια άσκηση με τη σχέση $\int_{x_1}^{x_2} F_x dx$

$$E_1 = \int_a^b F_{x_1} dx$$

$$E_2 = \int_b^c F_{x_2} dx$$

Πρέπει να βρείτε το ίδιο αποτέλεσμα!



Ενέργεια Συστήματος

- Για τη γενική περίπτωση όπου η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μεταβλητή σε μέτρο ή/και κατεύθυνση, και η μετατόπιση δεν ακολουθεί ευθεία γραμμή, χρησιμοποιούμε το εσωτερικό γινόμενο:

$$W_{ολ,εξωτ.} = \sum W = \int \left(\sum \vec{F} \right) \cdot d\vec{r}$$

όπου το ολοκλήρωμα υπολογίζεται για ολόκληρο το μήκος της τροχιάς που ακολουθεί το σωματίδιο στο χώρο

- Δε θα μας απασχολήσει αυτή η περίπτωση

Ενέργεια Συστήματος

- Δύναμη ελατηρίου

- Σύστημα == σώμα δεμένο στο ελατήριο
- Δύναμη $\vec{F}_s$ εγείρεται επάνω στο σώμα από το ελατήριο όταν το τελευταίο εκτείνεται ή συμπιέζεται
- Η δύναμη μεταβάλλεται ανάλογα με τη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας
- Μέτρο δύναμης ελατηρίου στο σώμα: **Νόμος του Hooke**

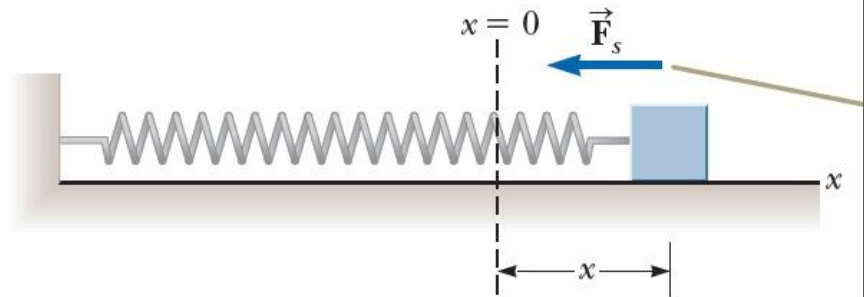
$$F_s = -kx$$

- Η τιμή της σταθεράς k είναι μια ένδειξη της σκληρότητας του ελατηρίου

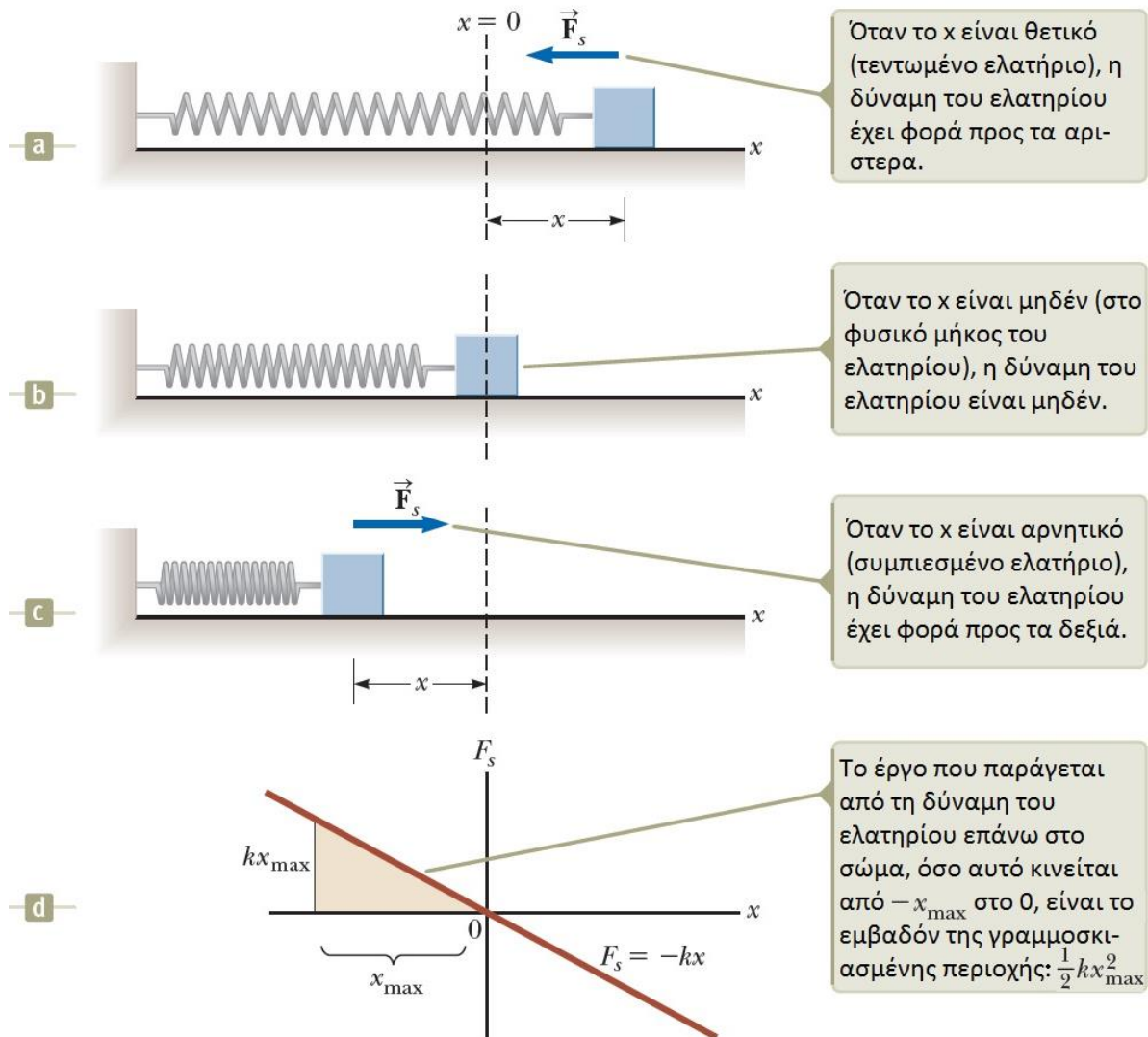
- Μεγάλο $k \rightarrow$ σκληρό ελατήριο
- Μικρό $k \rightarrow$ μαλακό ελατήριο

- Μονάδες της σταθεράς k είναι **N/m**
- Διανυσματική μορφή

$$\vec{F}_s = F_s \vec{i} = -kx \vec{i}$$

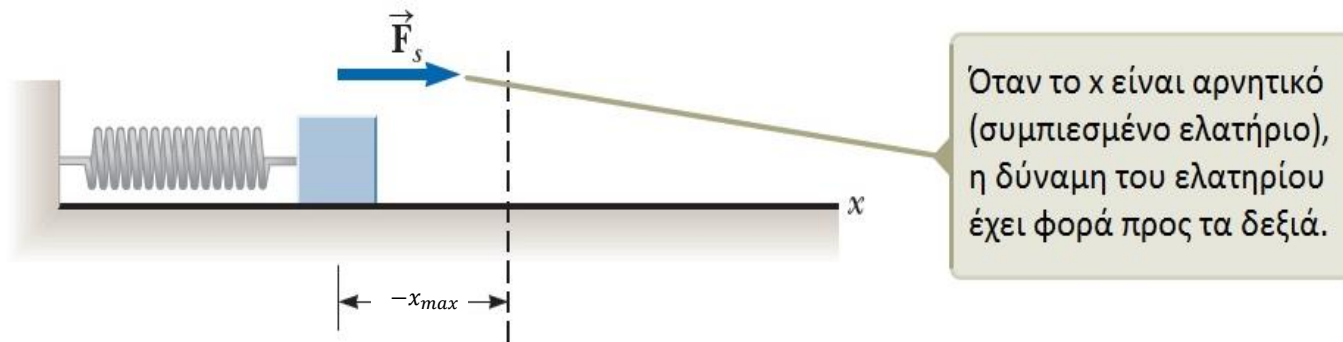


Ενέργεια Συστήματος



Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συμπιέζεται στη μέγιστη τιμή (θέση $x_i = -x_{max}$) και αφήνεται ελεύθερο.

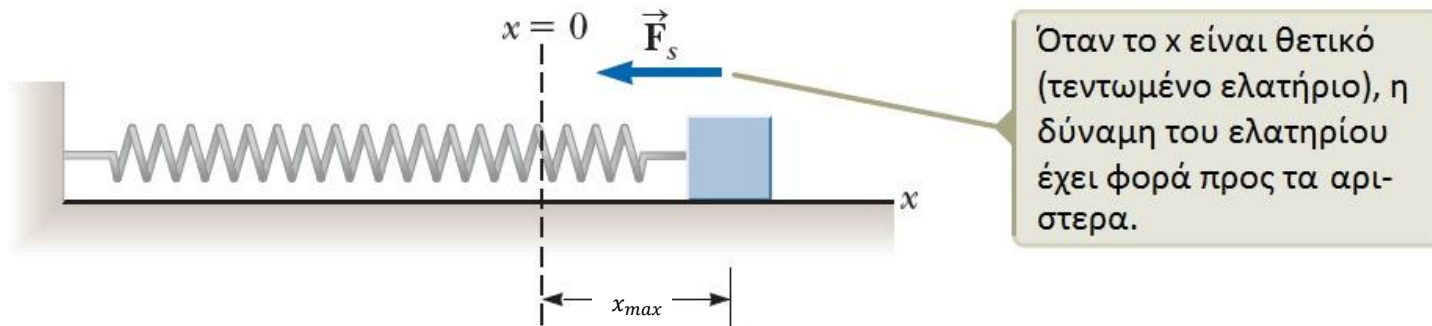


- Έστω η τελική θέση $x_f = 0$ (θέση ισορροπίας)
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{x} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_{-x_{max}}^0 (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_{max}^2$$

Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συνεχίζει την πορεία του, περνώντας από τη θέση ισορροπίας (θέση $x_i = 0$)



- Έστω η τελική θέση $x_f = x_{max}$
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{x} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_0^{x_{max}} (-kx)dx = -\frac{1}{2}kx_{max}^2$$

Ενέργεια Συστήματος

- Άρα το συνολικό έργο της δύναμης ελατηρίου επάνω στο σώμα για μετατόπιση από $-x_{max}$ ως x_{max} είναι μηδέν!!
- Όμως για μια οποιαδήποτε μετατόπιση από μια θέση x_i σε μια θέση x_f , ισχύει:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

που δεν είναι απαραίτητα ίσο με το μηδέν...

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω μια εξωτερική δύναμη $\vec{F}_{app}$ που εφαρμόζεται στο σύστημα-σώμα, όπως στο σχήμα

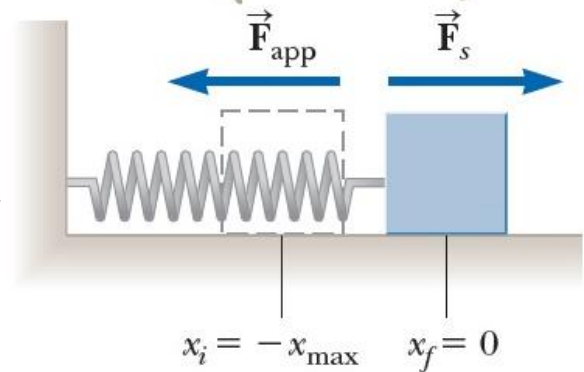
- Κίνηση από το $-x_{max}$ στο 0

- $$\begin{aligned} W_{ext} &= \int \vec{F}_{app} \cdot d\vec{x} \\ &= \int_{x_i}^{x_f} (kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) \\ &= \int_{-x_{max}}^0 kx dx = -\frac{1}{2} kx_{max}^2 \end{aligned}$$

- Για οποιαδήποτε μετατόπιση

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

Αν η διαδικασία της κίνησης του σώματος γίνεται ΠΟΛΥ αργά, τότε η $\vec{F}_{app}$ είναι ίση σε μέτρο και αντίθετης φοράς με την $\vec{F}_s$, για κάθε χρονική στιγμή.

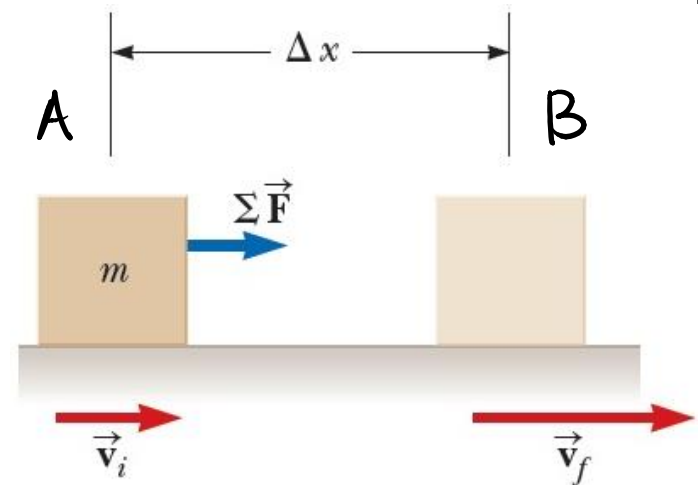


Ενέργεια Συστήματος

- Έργο == Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας
 - Τι γίνεται αυτή η ενέργεια;
 - Πιθανότατα αλλάζει την ταχύτητα ενός σώματος
- 1^{ος} Τύπος Ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα:

Κινητική Ενέργεια

- Έστω το διπλανό παράδειγμα:
 - Σώμα == σύστημα
 - Σώμα επιταχύνει από u_i σε u_f
 - Σώμα υπό επίδραση σταθερής δύναμης



Ενέργεια Συστήματος

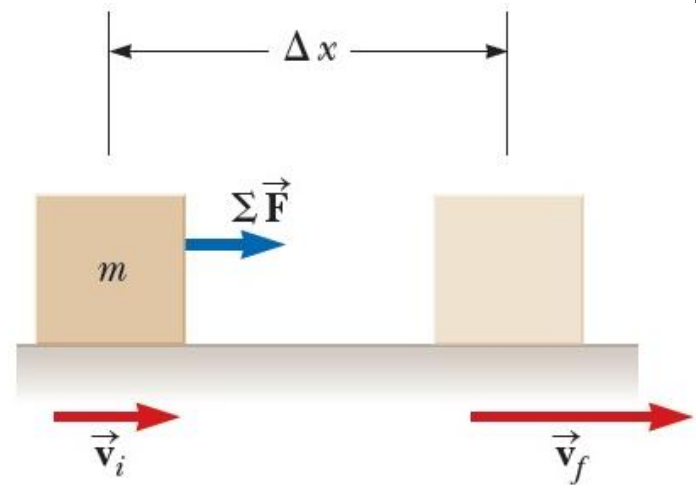
- Θεωρήστε την συνισταμένη των $\vec{F}$ σταθερή
- Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση
- Άρα

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Leftrightarrow a = \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x}$$

- Από 2^ο νόμο Newton, είναι

$$\Sigma F = ma$$

και με αντικατάσταση έχουμε



Ενέργεια Συστήματος

$$\sum F = m \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x} \Leftrightarrow \sum F \Delta x = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2$$

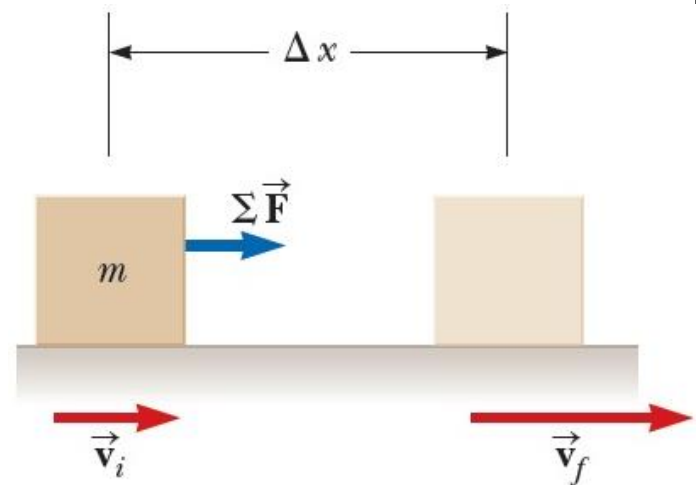
- Το 1^ο μέλος είναι ο ορισμός του έργου σταθερής δύναμης
- Άρα

$$W_{ext} = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 = K_f - K_i$$

όπου

$$K_x = \frac{1}{2} m u_x^2$$

η **κινητική ενέργεια** του σώματος

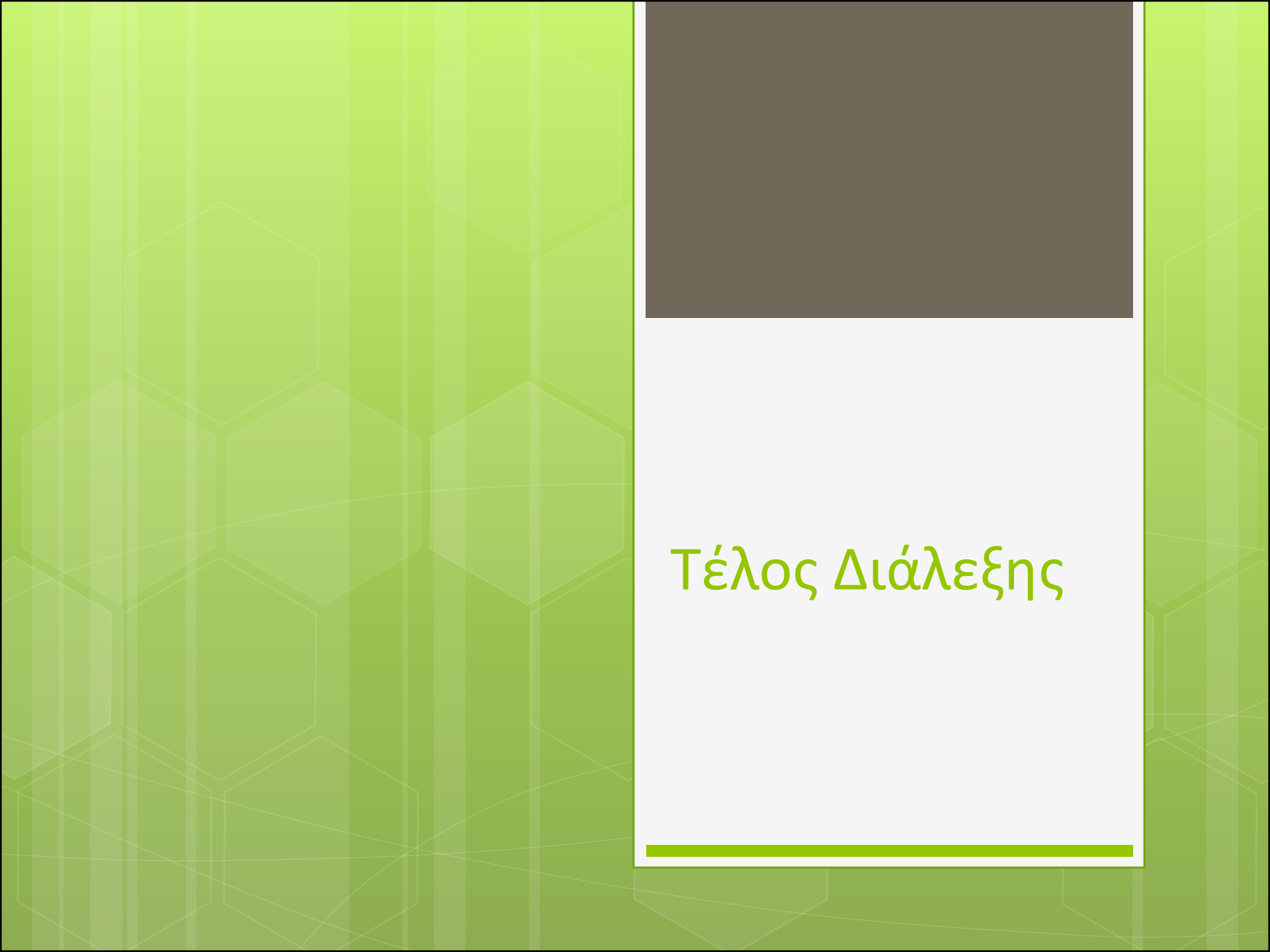


Ενέργεια Συστήματος

- Η κινητική ενέργεια αναπαριστά την ενέργεια που σχετίζεται με την **κίνηση** ενός σώματος
 - Μονάδα μέτρησης το 1 Joule (J)
- Συνοψίζοντας:

$$W_{ext} = K_f - K_i = \Delta K$$

- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου
 - Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο από μια συνισταμένη δυνάμεων, και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά το μέτρο της ταχύτητας του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος



Τέλος Διάλεξης

