



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- **Ο νόμος του Coulomb**

- Ο Charles Coulomb μέτρησε το μέτρο των ηλεκτρικών δυνάμεων ανάμεσα σε φορτισμένα σωματίδια
- Από τα πειράματά του προέκυψε ότι **η ηλεκτρική δύναμη ανάμεσα σε δυο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια q_1, q_2 (μηδενικού μεγέθους) που απέχουν απόσταση r μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση**

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

- όπου k_e είναι η σταθερά του Coulomb

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- **Ο νόμος του *Coulomb***

- Σταθερά k_e

- $k_e = 8.987 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

- Επίσης, γράφεται ως $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

- όπου $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$, και λέγεται **διηλεκτρική σταθερά του κενού**

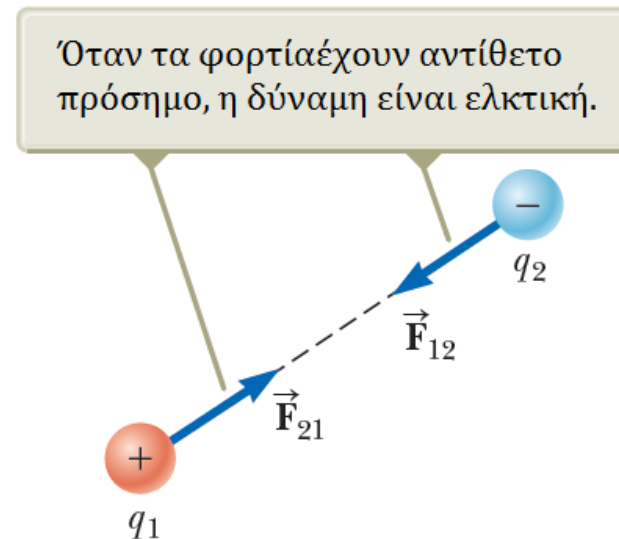
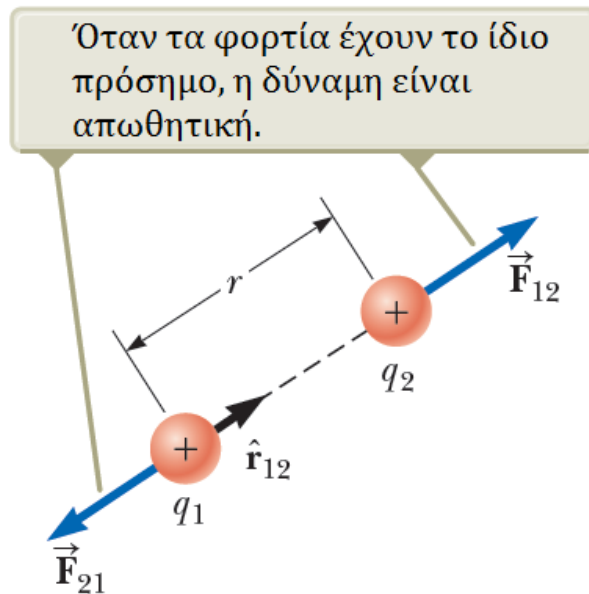
- Το μικρότερο ελεύθερο φορτίο που έχει βρεθεί στη φύση είναι $e = 1.602 \times 10^{-19} C$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη...)

- Ο νόμος του *Coulomb* – Διανυσματική μορφή

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12}$$

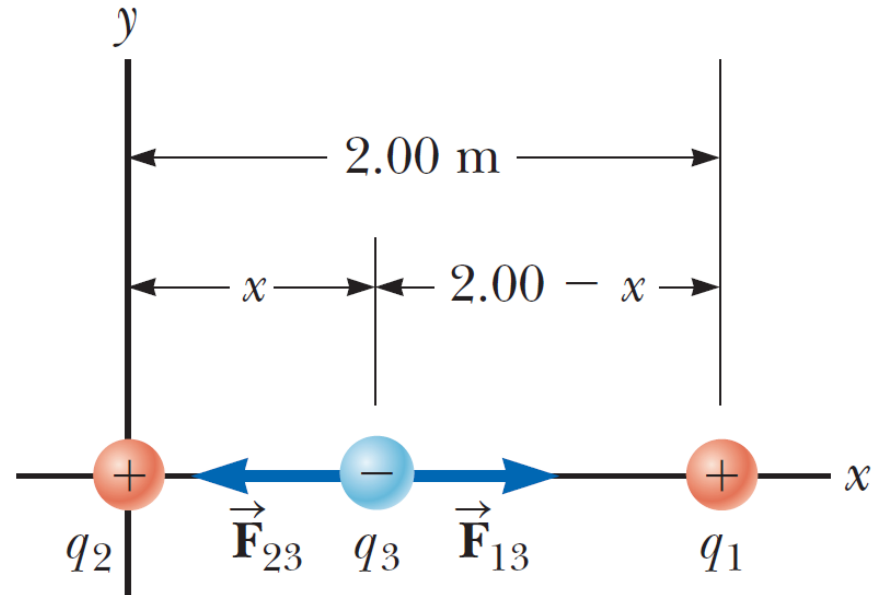
- με $\vec{r}_{12}$ το μοναδιαίο διάνυσμα από το φορτίο 1 στο φορτίο 2



Ηλεκτρικά Πεδία

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Τρία φορτισμένα σωματίδια βρίσκονται επάνω στον x -άξονα όπως στο σχήμα. Το $q_1 = 15 \mu\text{C}$ βρίσκεται στη θέση $x = 2 \text{ m}$, το $q_2 = 6 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, και η συνισταμένη των δυνάμεων στο q_3 είναι μηδέν. Βρείτε τις συντεταγμένες του q_3 .

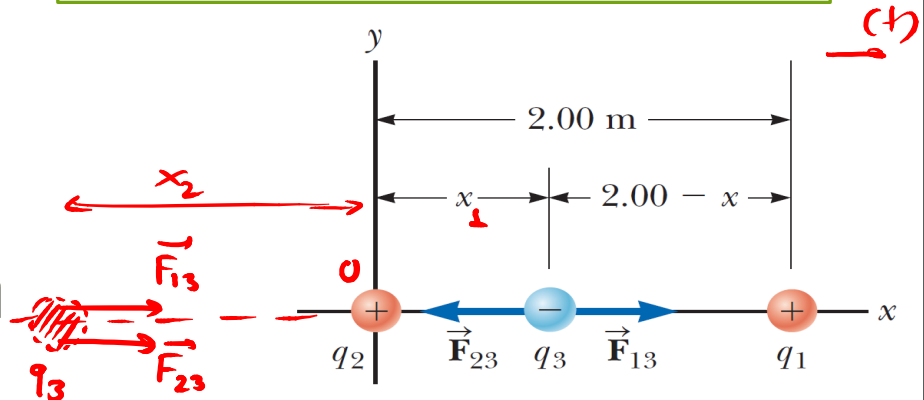


Ηλεκτρικά Πεδία

Παράδειγμα - Λύση:

- Το $q_1 = 15 \mu\text{C}$ στη θέση $x = 2 \text{ m}$, το $q_2 = 6 \mu\text{C}$

βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, και η συνισταμένη των δυνάμεων στο q_3 είναι μηδέν. Βρείτε τις συντεταγμένες του q_3 .



$$\text{Στο } q_3, \sum \vec{F}_x = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{13} = F_{23}}. \text{ Είναι } \left. \begin{aligned} F_{13} &= k_e \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2-x)^2} \\ F_{23} &= k_e \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

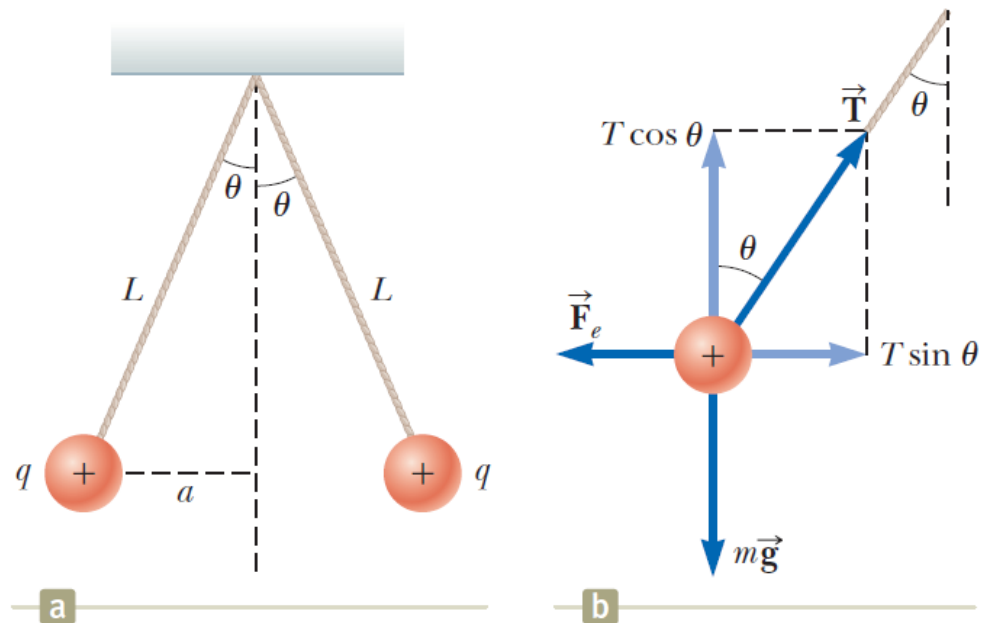
$$\Rightarrow \cancel{k_e} \frac{\cancel{|q_1||q_3|}}{(2-x)^2} = \cancel{k_e} \frac{\cancel{|q_2||q_3|}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{|q_1|}{(2-x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 8 = 0$$

Βρίσκουμε $\boxed{x_1 = 0.775 \text{ m}}$ και $x_2 = -3.44 \text{ m}$. Άρα $x = 0.775 \text{ m}$.

Ηλεκτρικά Πεδία

◉ Παράδειγμα:

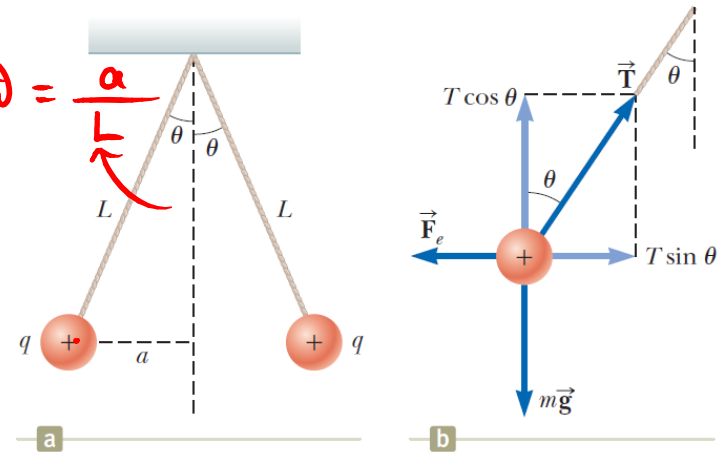
- ◉ Δυο όμοιες φορτισμένες σφαίρες, καθεμιά μάζας $m = 3 \times 10^{-2} \text{ kg}$, κρέμονται σε ισορροπία όπως στο σχήμα. Το μήκος κάθε σχοινιού είναι 0.15 m , ενώ η γωνία θ είναι 5° . Βρείτε το μέτρο του φορτίου κάθε σφαίρας.



Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα – Λύση:

- Δοο όμοιες φορτισμένες σφαίρες, καθεμιά μάζας $m = 3 \times 10^{-2} \text{ kg}$, σε **ισορροπία**. Το μήκος κάθε σχοιinioύ είναι 0.15 m , ενώ η γωνία θ είναι 5° . Βρείτε το μέτρο του φορτίου κάθε σφαίρας.



Διαβείτε στις αΤομας x, y ξεχωριστά.

x-achse: $\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \Rightarrow T_x = F_e \Leftrightarrow T \sin \vartheta = F_e$

y- & z-axes: $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_y + m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow T_y = mg \Rightarrow \boxed{T \cos \vartheta = mg}$

Διαγώνως ανά τον άξονα x : $\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e}{mg} \Rightarrow \tan \theta = \frac{F_e}{mg} \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_c = mg \tan(\theta) \Leftrightarrow k_e \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} = mg \tan(\theta) \Leftrightarrow k_e \frac{q^2}{4r^2} = mg \tan \theta$$

$$\text{Apro } q^2 = \frac{4a^2 mg \tan \theta}{k_e} \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{4a^2 mg \tan \theta}{k_e}} \stackrel{①}{=} \sqrt{\frac{4a^2}{mg \tan \theta 4L^2 \sin^2 \theta}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

● Ηλεκτρικό πεδίο

- Η έννοια του πεδίου αναπτύχθηκε από τον Faraday
- Ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε μια περιοχή του χώρου γύρω από ένα φορτισμένο σωματίδιο...
 - ...που λέγεται *πηγή φορτίου*
- Όταν ένα άλλο (αρκετά μικρότερο) φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο, μια ηλεκτρική δύναμη ασκείται πάνω του
- Ορίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο - λόγω της επίδρασης της πηγής φορτίου επάνω σε άλλα φορτισμένα σωματίδια - ως η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται ανά μονάδα φορτίου
 - Αλλιώς, ορίζουμε το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ σε ένα σημείο του χώρου ως η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο q_0 , δια το φορτίο αυτό

Ηλεκτρικά Πεδία

- Ηλεκτρικό πεδίο

- Ορίζουμε το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ σε ένα σημείο του χώρου ως η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο q_0 , δια το φορτίο αυτό

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- Ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε ένα σημείο του χώρου αν ένα φορτισμένο σωματίδιο (με μικρό φορτίο q_0) υφίσταται μια ηλεκτρική δύναμη

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- Ηλεκτρικό πεδίο

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

- Αν το q_0 είναι θετικό, η δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με το πεδίο
- Αν το q_0 είναι αρνητικό, το πεδίο και η δύναμη έχουν αντίθετες κατευθύνσεις
- Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο P λόγω της παρουσίας **πηγής φορτίου** q δίνεται ως

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{r}$$

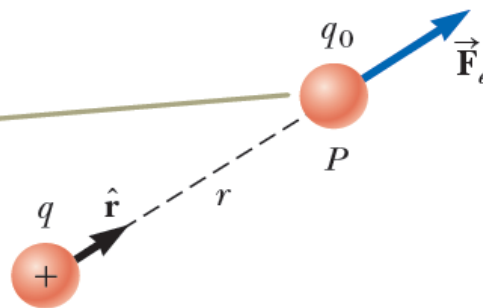
- Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P δίνεται ως

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

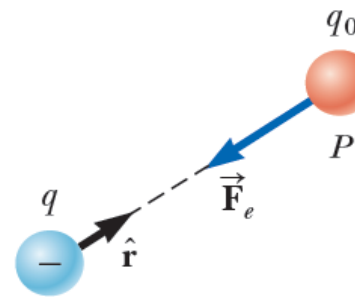
● Ηλεκτρικό πεδίο

Αν το q είναι θετικό, η δύναμη επάνω στο q_0 έχει κατεύθυνση μακριά από το q .



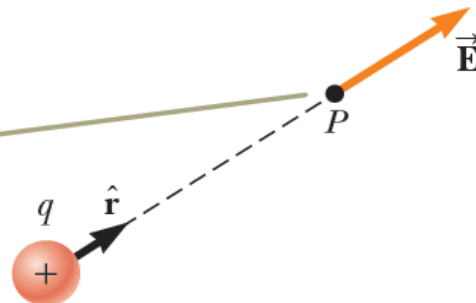
a

Αν το q είναι αρνητικό, το σωματίδιο q_0 κατευθύνεται προς το q .



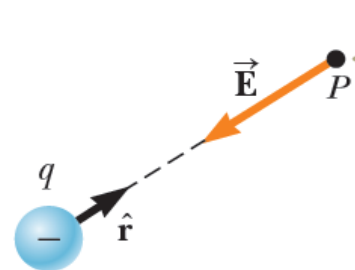
c

Αν το q είναι θετικό, το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P δείχνει ακτινικά προς τα έξω από το q .



b

Αν το q είναι αρνητικό, το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P δείχνει ακτινικά προς το q .



d

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ηλεκτρικό πεδίο**

- Τι συμβαίνει αν έχουμε πολλές πηγές φορτίου q_i ;
- Ηλεκτρικό πεδίο: διανυσματικό μέγεθος

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

όπου r_i η απόσταση κάθε πηγής από ένα σημείο P και $\vec{r}_i$ το μοναδιαίο διάνυσμα από την πηγή i στο σημείο P

- Προσθέτουμε διανυσματικά τις επιμέρους συνεισφορές

Ηλεκτρικά Πεδία

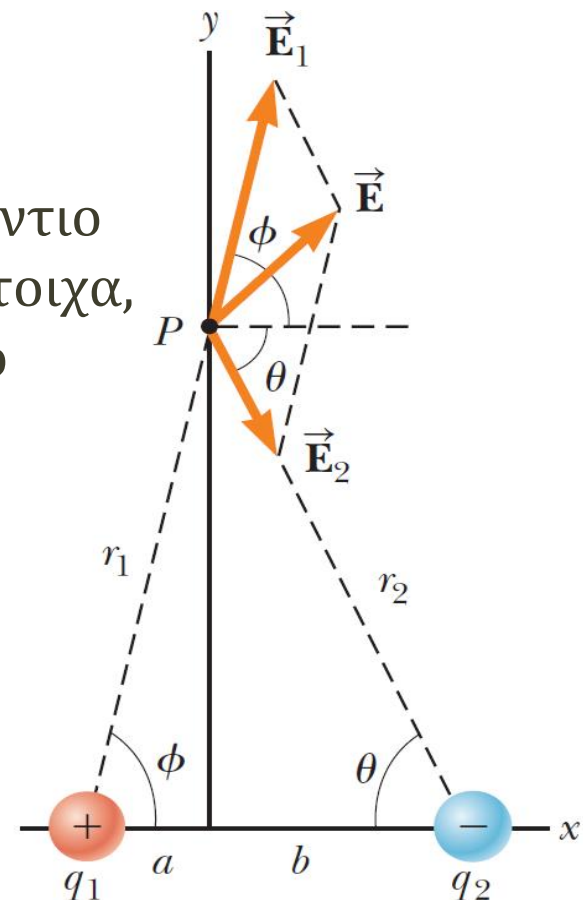
◉ Παράδειγμα:

- ◉ Φορτία q_1, q_2 βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, σε αποστάσεις a και b , αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων, όπως στο σχήμα.

A) Βρείτε τις συνισταμένες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P (0,y).

B) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P στην ειδική περίπτωση που $|q_1| = |q_2|$ και $a = b$.

Γ) Στο B) ερώτημα, βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο όταν $y \gg a$.



Ηλεκτρικά Πεδία

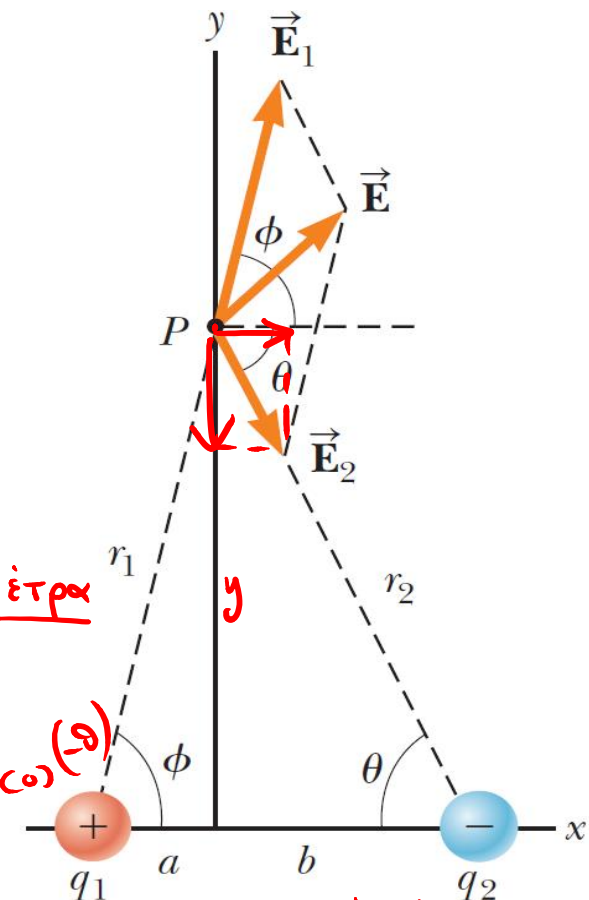
● Παράδειγμα – Λύση:

- Φορτία q_1, q_2 βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, σε αποστάσεις a και b , αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων, όπως στο σχήμα.
Α) Βρείτε τις συνισταμένες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P (0,y).

$$\begin{aligned} \text{Το } E_1 &= k_e \frac{|q_1|}{r^2} = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{(y^2 + a^2)} \\ E_2 &= k_e \frac{|q_2|}{r^2} = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{(y^2 + b^2)} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} E_1 &= k_e \frac{|q_1|}{r^2} \\ E_2 &= k_e \frac{|q_2|}{r^2} \end{aligned}} \right\} \text{Μέτρα}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } E_{1x} &= k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos \phi & E_{2x} &= k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos(-\theta) \\ E_{1y} &= k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin \phi & E_{2y} &= k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin(-\theta) = -k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin \theta \end{aligned}$$

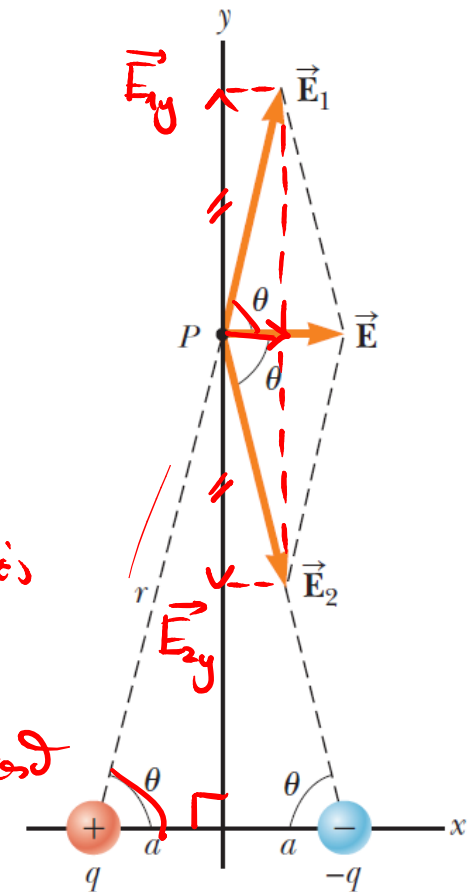
Οπότε $\vec{E} = (E_{1x} + E_{2x}) \cdot \vec{i} + (E_{2y} + E_{1y}) \cdot \vec{j}$, με $E_{1x}, E_{1y}, E_{2x}, E_{2y}$ όπως υπολογίστηκαν.



Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα – Λύση:

- Φορτία q_1, q_2 βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, σε αποστάσεις a και b , αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων, όπως στο σχήμα.
Β) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P στην ειδική περίπτωση που $|q_1| = |q_2|$ και $a = b$.



Εδώ, $|q_1| = |q_2|$, $a = b$, $\theta = \phi$, άρα βλέπουμε να τρέψουμε
αυτά σε όσα υποσυνιστάμε πριν:

$$E_x = k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \cos\theta + k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \cos\theta = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos\theta$$

$$E_y = k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \sin\theta - k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \sin\theta = 0$$

$$\text{Άρα } \left. \begin{aligned} E &= E_x = 2k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \cos\theta \\ \cos\theta &= \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = 2k_e \frac{|q|}{a^2 + y^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} = 2k_e \frac{|q|a}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα – Λύση:

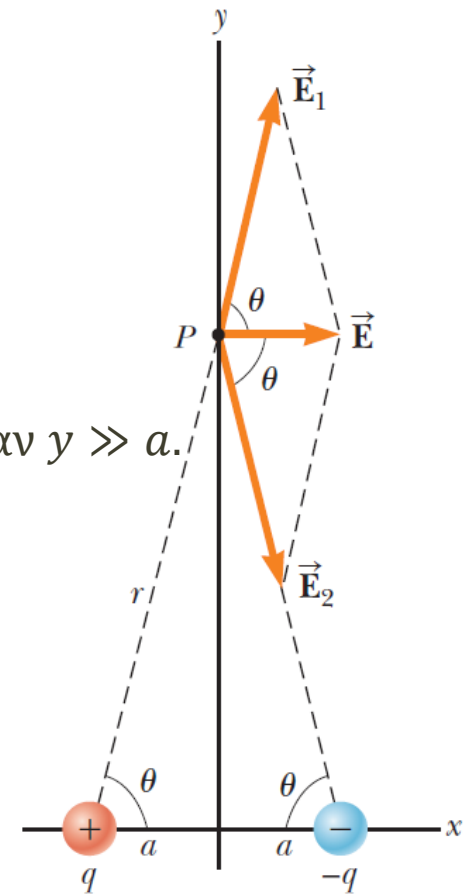
- Φορτία q_1, q_2 βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, σε αποστάσεις a και b , αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων, όπως στο σχήμα.
Γ) Στο Β) ερώτημα, βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο όταν $y \gg a$.

Βρήκαμε ότι

$$E_x^P = 2ke \frac{|q|a}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

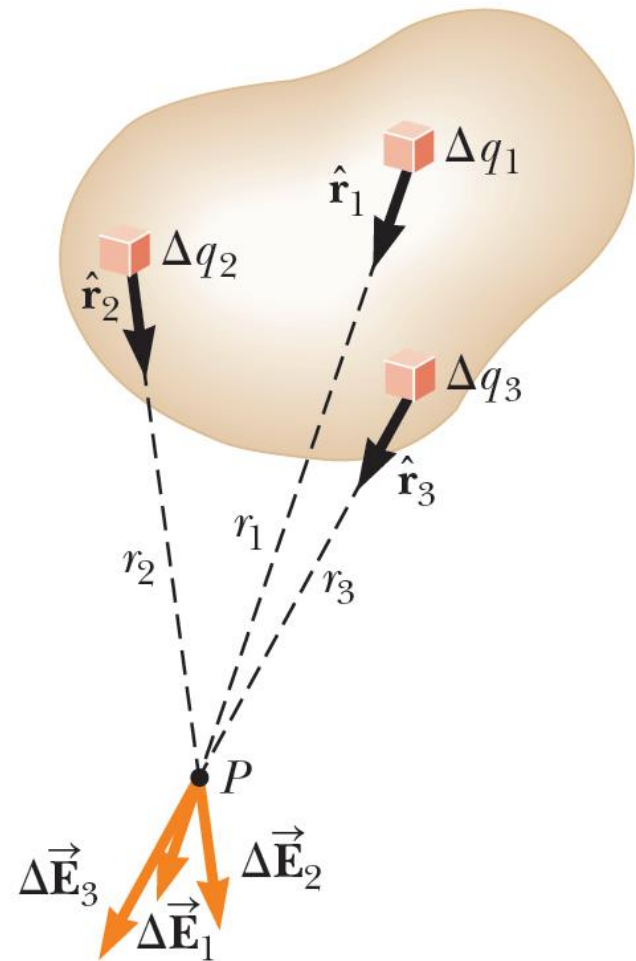
Αν $y \gg a$, τότε $y^2 + a^2 \approx y^2$, οπότε:

$$E_x^P = 2ke \frac{|q|a}{(y^2)^{\frac{3}{2}}} = 2ke \frac{|q|a}{y^3}, \text{ όταν } y \gg a.$$



Ηλεκτρικά Πεδία

- Η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου είναι χρήσιμη για μικρά φορτία
- Πολλές φορές έχουμε μια **κατανομή φορτίου** αντί για σημειακά φορτία
- Σε αυτές τις περιπτώσεις, η περιγραφή του ηλεκτρικού φορτίου είναι **συνεχώς και ομοιόμορφα** κατανεμημένη σε μια ράβδο, επιφάνεια, ή όγκο



Ηλεκτρικά Πεδία

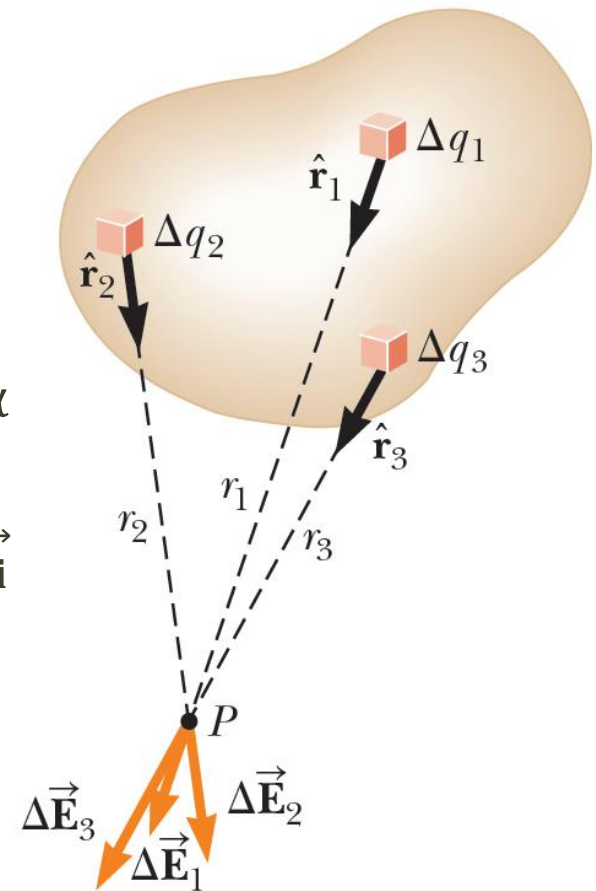
- Προσεγγιστικά

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

- Επειδή όμως τα διαφορετικά σημειακά φορτία είναι πάρα πολλά

$$\begin{aligned} \vec{E} &\approx k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i \\ &= k_e \int \frac{dq}{r^2} \vec{r} \end{aligned}$$

- Το ολοκλήρωμα είναι διανυσματικό
 - και μπορεί να περιλαμβάνει
 - μια γραμμή
 - μια επιφάνεια
 - ή έναν όγκο.



Ηλεκτρικά Πεδία

- Προς βοήθειά μας, θα ορίσουμε
 - Γραμμική πυκνότητα φορτίου

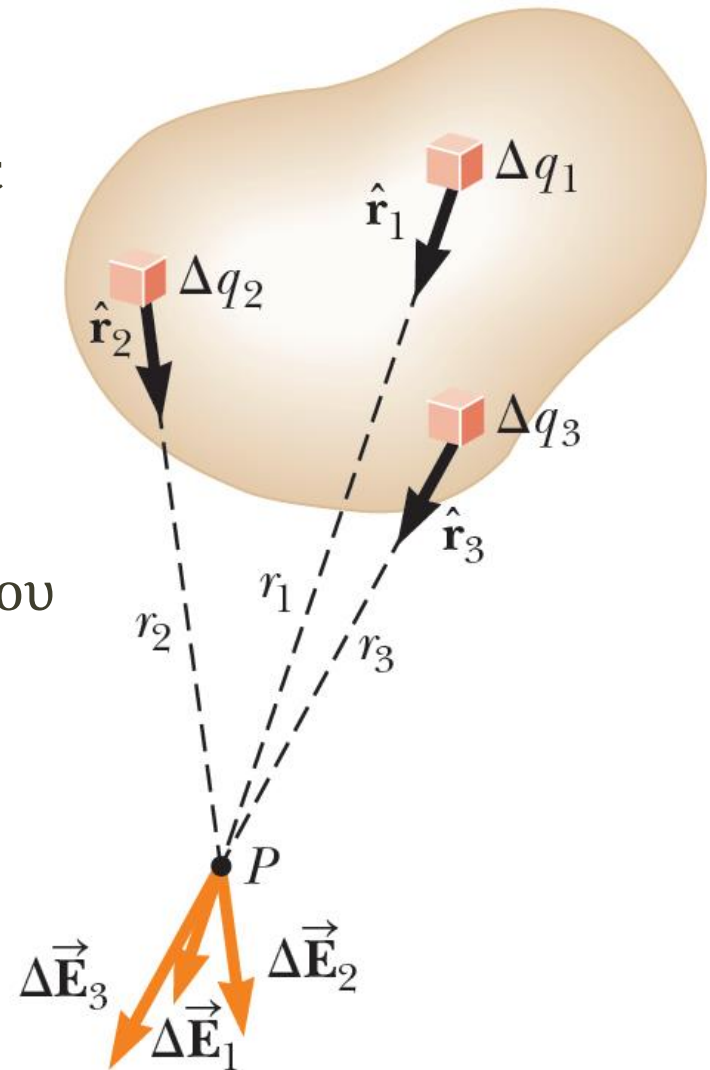
$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

- Χωρική πυκνότητα φορτίου

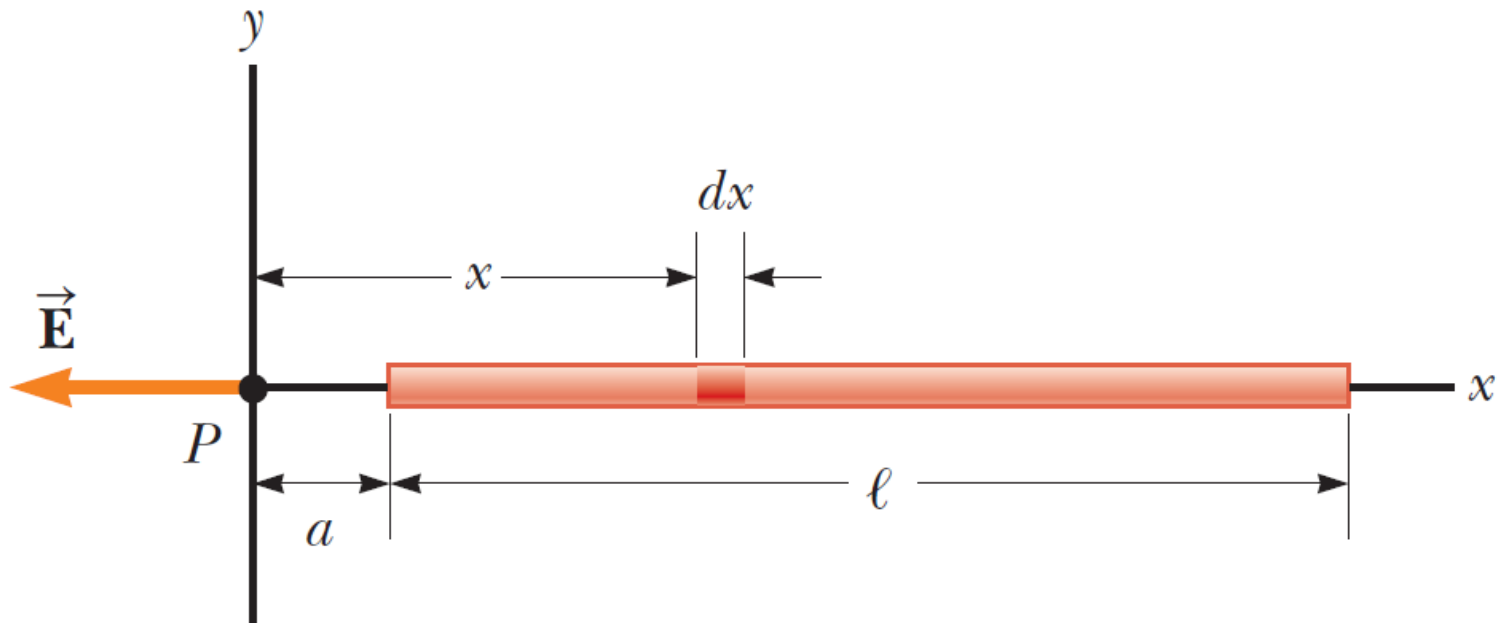
$$\rho = \frac{Q}{V}$$



Ηλεκτρικά Πεδία

◉ Παράδειγμα 1:

- ◉ Μια ράβδος μήκους ℓ έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο Q . Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση a από το ένα άκρο της ράβδου, στην ευθεία της ράβδου, όπως στο σχήμα.



Ηλεκτρικά Πεδία

◉ Παράδειγμα 1 – Λύση:

- ◉ Μια ράβδος μήκους ℓ έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο Q . Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

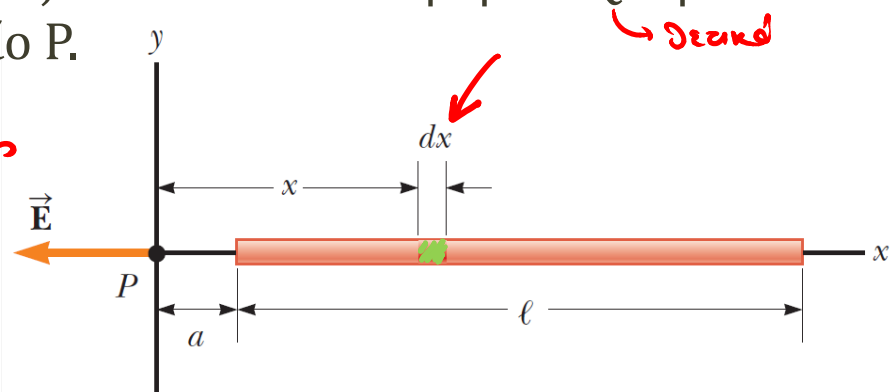
Για ένα "κεφαλάκι" ράβδου μήκους dx και φορτίου dq , ισχύει:

$\lambda = \frac{dq}{dx}$ ① Για το φορτίο dq θα έχω ηλεκτρ. πεδίο dE . Είναι:

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} \stackrel{\textcircled{1}}{=} k_e \frac{\lambda dx}{x^2} \text{ . Για όλη τη ράβδο, } E = \int dE =$$

$$= \int k_e \frac{\lambda dx}{x^2} = k_e \lambda \int \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \int \frac{1}{x^2} dx = k_e \lambda \int_a^{\ell+a} \frac{1}{x^2} dx =$$

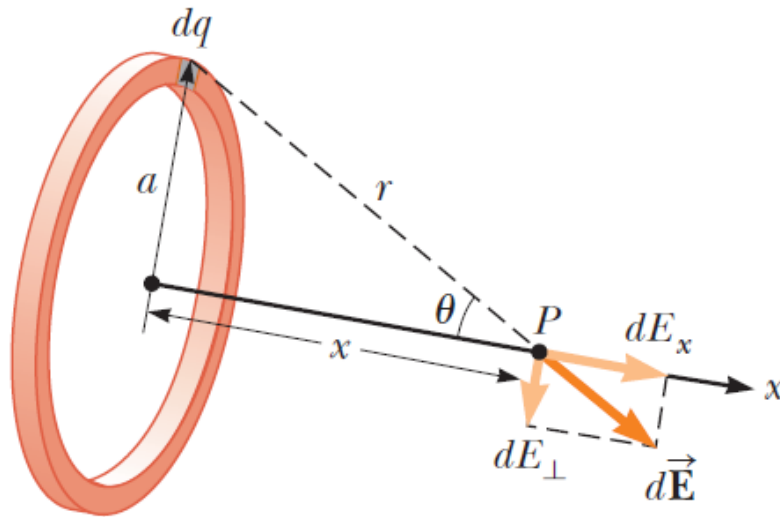
$$= k_e \lambda \left(-\frac{1}{x} \right)_a^{\ell+a} = k_e \frac{\lambda \ell}{a(\ell+a)} \quad \underline{\lambda = \frac{Q}{\ell}} \quad k_e \frac{Q}{a(\ell+a)} \text{ .}$$



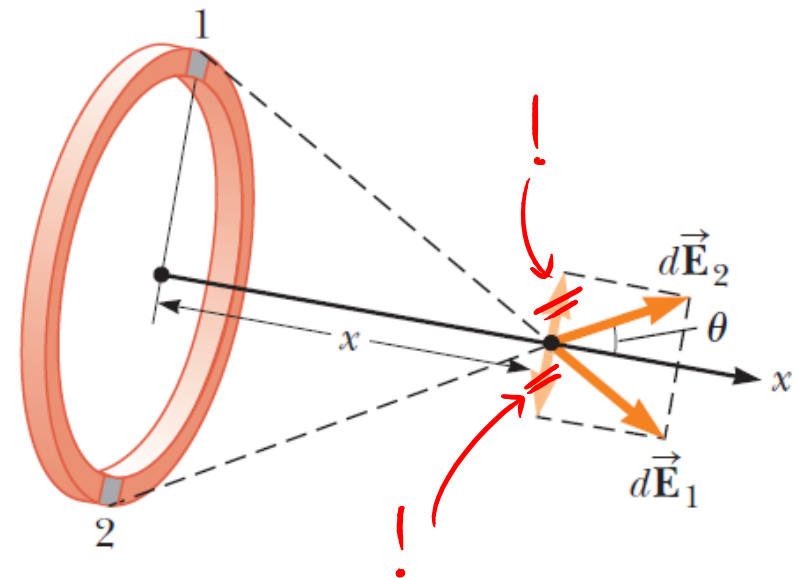
Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου και στον κάθετο άξονα στο επίπεδο του δακτυλίου.



a



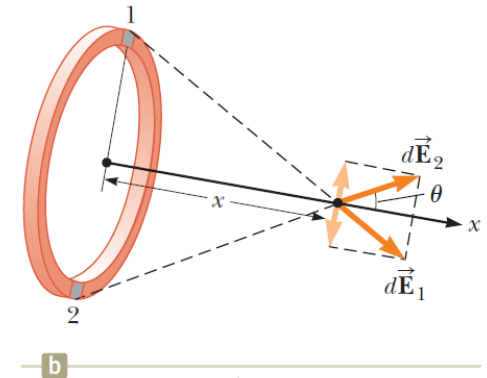
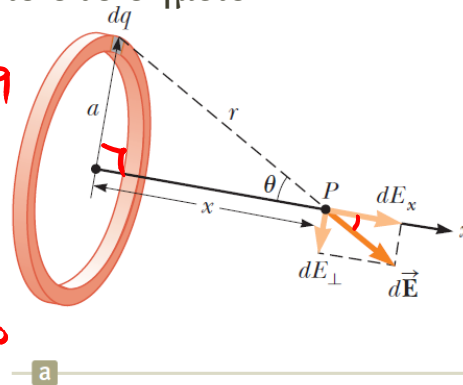
b

Ηλεκτρικά Πεδία

Παράδειγμα 2 – Λύση:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P .

Παρατηράμε ότι για φορτία dq που βρίσκονται "απέναντι", οι y -συστατικές των αλληλε-ακυρώνονται. Άρα το ηλ. πεδίο



στο σημείο P θα έχει μόνο x -συστατική. Για το φορτίο dq , το ηλ. πεδίο στο σημείο P θα είναι $dE = dE_x$. Υπολογίσω:

$$dE_x = k_e \frac{dq}{r^2} \cos\theta \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos\theta = \frac{x}{r} \\ r^2 = (a^2 + x^2) \end{array} \right. = k_e \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r} = k_e \frac{dq \cdot x}{r^3} \quad \left\{ \begin{array}{l} = k_e \frac{dq \cdot x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right.$$

$$\text{Άρα} \quad dE_x = k_e \frac{dq \cdot x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα 2 – Λύση:

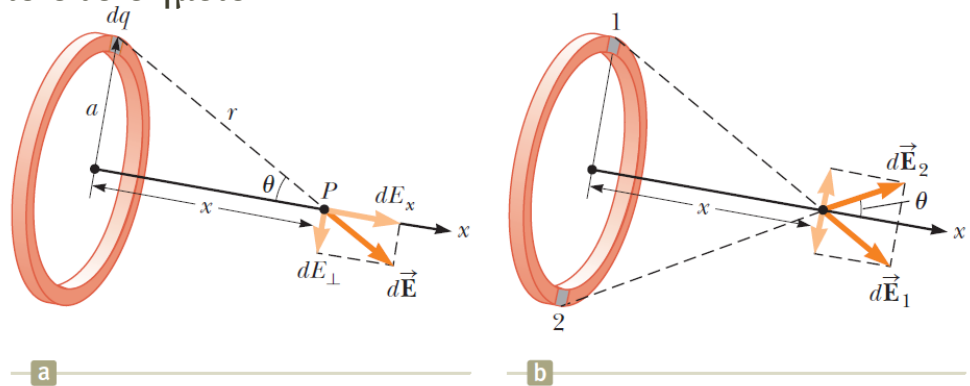
- Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P .

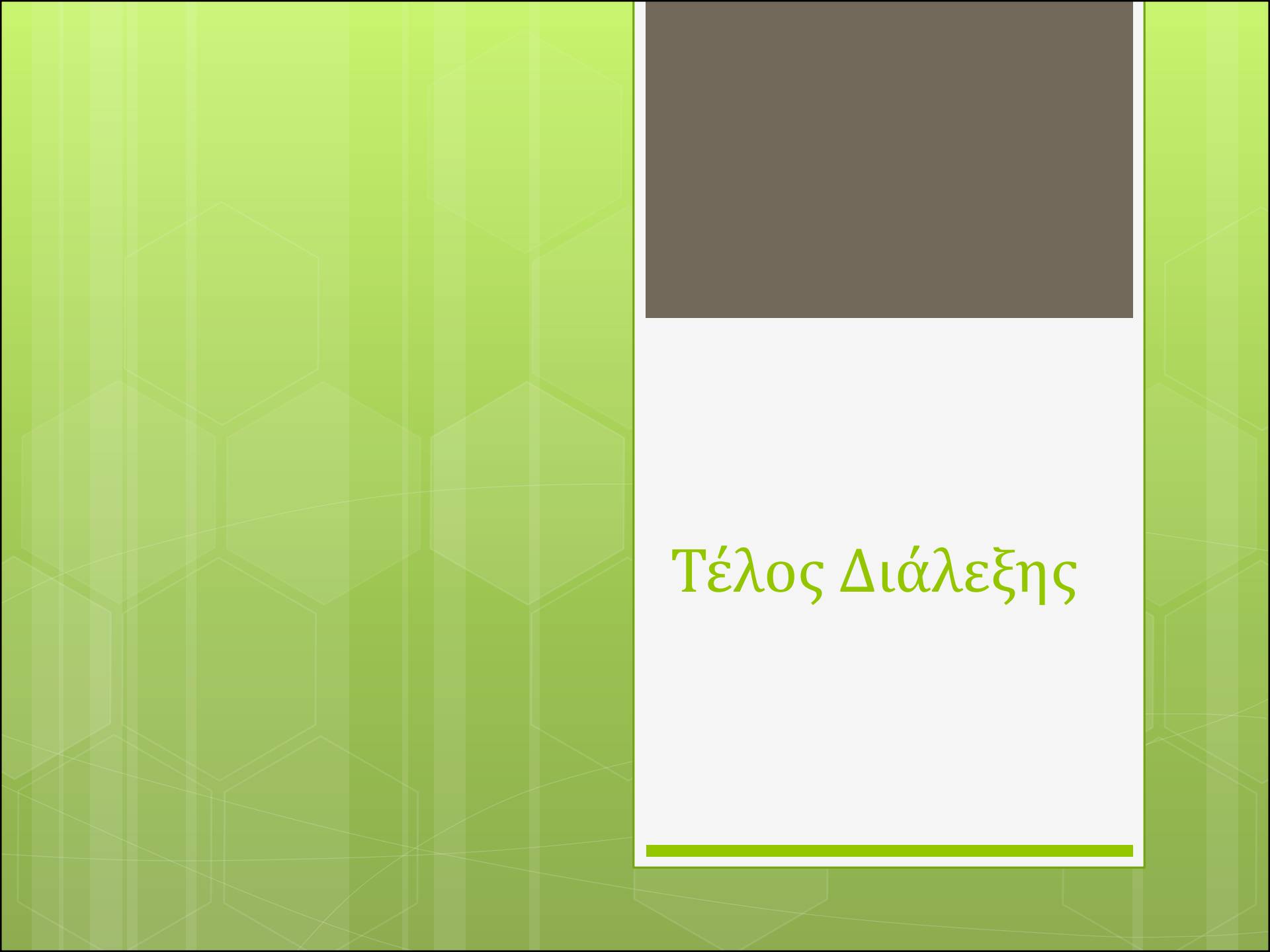
Υπολογίστε έτσι τις συνιστώσες
από κάθε τμήμα του δακτυλίου.

Άρα:

$$\begin{aligned} E_x &= \int dE_x = \int k_e \frac{dq \cdot x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= k_e \frac{x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \int dq = k_e \frac{Qx}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

Το $\int dq$ υπολογίστηκε άμεσα καθώς αποτελεί "άθροισμα" όλων των σημειακών φορτίων dq του δακτυλίου.





Τέλος Διάλεξης