



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθωση

Στάσιμα Κύματα



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Στάσιμα Κύματα

Στάσιμα Κύματα (επανάληψη...)

● Στάσιμα κύματα

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

- Ως τώρα βλέπαμε ηχητικά κύματα που συνέβαλαν σε κάποιο σημείο μπροστά τους
- Τι θα γίνει αν τα βάλουμε αντικρουστά;
 - Ίδια συχνότητα, μήκος κύματος, πλάτος
 - Αντίθετη ταχύτητα
- $y = y_1 + y_2$
 $= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$
 $= (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$
- Η παραπάνω σχέση ορίζει ένα **στάσιμο κύμα**
 - Γενικότερα, **στάσιμη** λέγεται μια ταλάντωση με **στάσιμο περίγραμμα που αποτελείται από την υπέρθεση δυο όμοιων κυμάτων που ταξιδεύουν προς αντίθετες κατευθύνσεις**

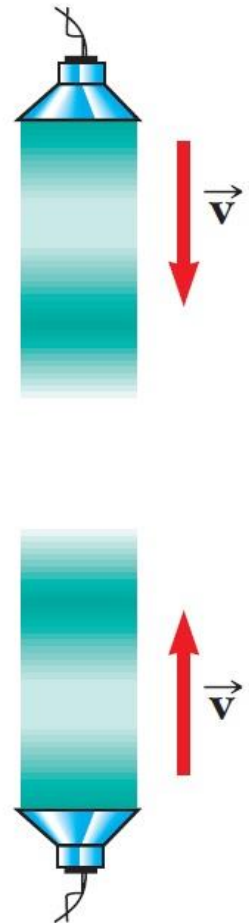


Στάσιμα Κύματα (επανάληψη...)

- **Στάσιμα κύματα**

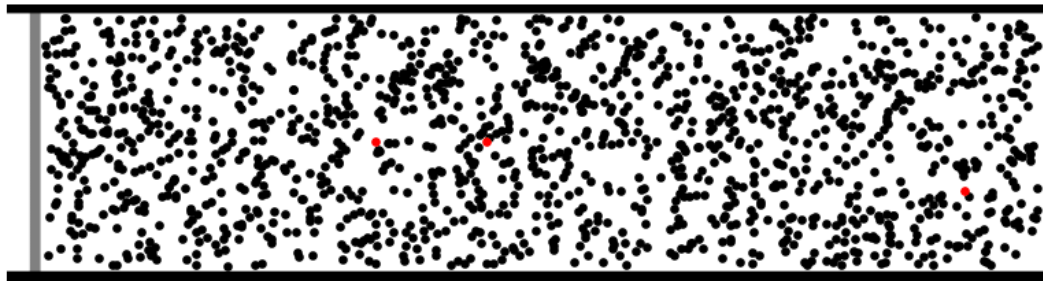
$$y = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Παρατηρήστε ότι δεν εξαρτάται από την έκφραση $kx - \omega t$
- Άρα **δεν** είναι οδεύον κύμα
- Δεν υπάρχει η έννοια της διάδοσης της κίνησης σε ένα στάσιμο κύμα



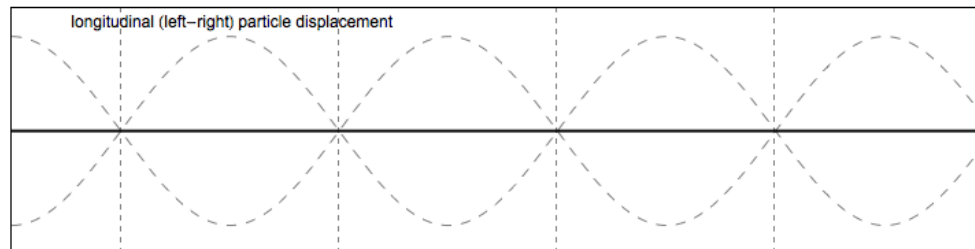
Στάσιμα Κύματα (επανάληψη...)

◉ Στάσιμα κύματα

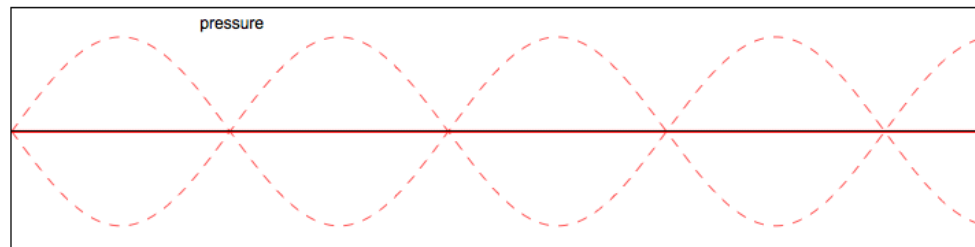


©2012, Dan Russell

Μετατόπιση



Πίεση



Στάσιμα Κύματα (επανάληψη...)

- **Στάσιμα κύματα**

- Ας συγκρίνουμε:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

και

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Τι παρατηρείτε;

- Η δεύτερη περιγράφει μια ειδική μορφή της πρώτης

- $\varphi = 0$

- Κάθε στοιχείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

- Το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης, $2A \sin(kx)$, ενός στοιχείου εξαρτάται από τη **θέση** του στοιχείου, x , στο μέσο

Στάσιμα Κύματα (επανάληψη...)

- **Στάσιμα κύματα**

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Πότε μηδενίζεται το πλάτος;

- $kx = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **δεσμοί**

- Πότε μεγιστοποιείται το πλάτος;

- $kx = n\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2n+1)\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **κοιλίες (ή αντιδεσμοί)**

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα:

- Δυο κύματα τα οποία διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, δημιουργούν ένα στάσιμο κύμα. Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1 = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2 = 4 \sin(3x + 2t)$$

με x, y να μετρώνται σε εκατοστά και ο χρόνος σε δευτερόλεπτα.

- Α) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.
- Β) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.

Στάσιμα Κύματα

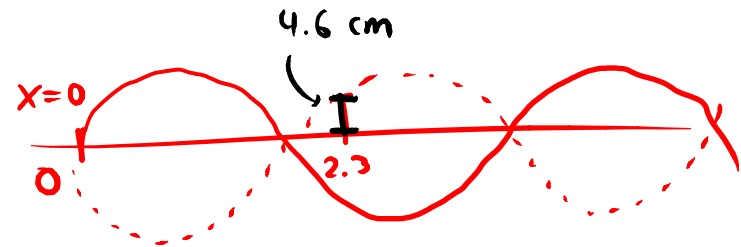
Παράδειγμα – Λύση:

- Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1 = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2 = 4 \sin(3x + 2t)$$

- A) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.
- B) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.



$$\begin{aligned} \text{A) Το κύμα } y(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) = 4 \sin(3x - 2t) + 4 \sin(3x + 2t) \\ &= \underbrace{8 \sin(3x)}_{A(x)} \cos(2t). \text{ Για } x = 2.3, A(2.3) = 8 \sin(3 \cdot 2.3) \end{aligned}$$

$$= 8 \sin(6.9) = 4.6 \text{ cm}$$

$$\text{B) Δεσφοί : } x_d = n \frac{\lambda}{2}, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{Αντιδεσφοί : } x_{ad} = \frac{(2n+1)}{4} \lambda, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3}$$

$$x_d = n \frac{2\pi}{6} = n \frac{\pi}{3}, n = 0, 1, \dots$$

$$x_{ad} = \frac{(2n+1)}{4} \lambda = \frac{(2n+1)\pi}{6}, n = 0, 1, 2, \dots$$

Στάσιμα Κύματα

- **Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες**

- Θεωρήστε το νήμα της εικόνας

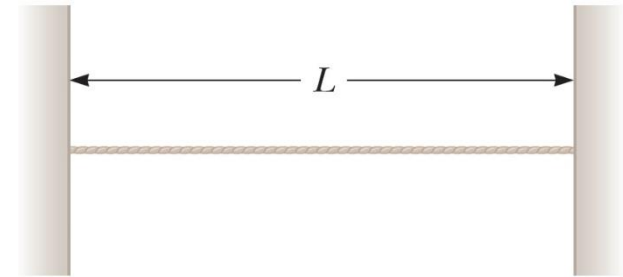
- Χορδή κιθάρας, πιάνου

- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!

- Αν διεγείρουμε το νήμα στο μέσο του, δυο ημιτονοειδή κύματα θα ταξιδέψουν προς αντίθετες κατευθύνσεις

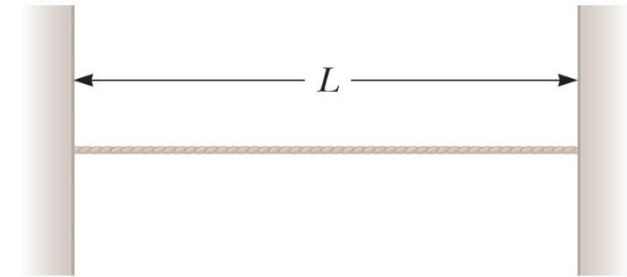
- Όταν φτάσουν στα άκρα του νήματος, θα ανακλαστούν με ίδιο πλάτος και συχνότητα

- Ξέρετε ότι αυτές είναι οι συνθήκες για δημιουργία ενός στάσιμου κύματος!



Στάσιμα Κύματα

• Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

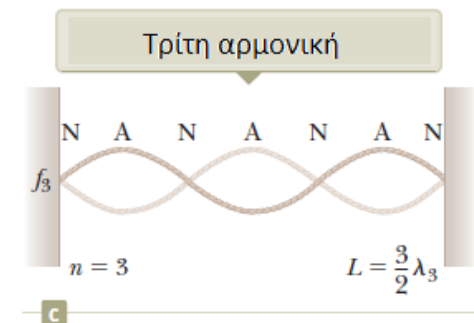
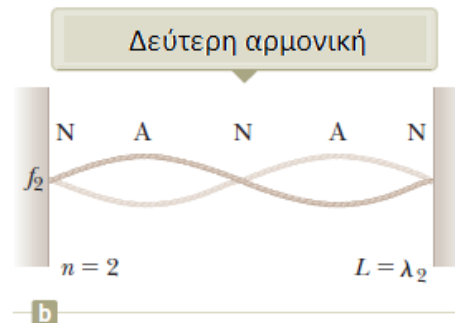
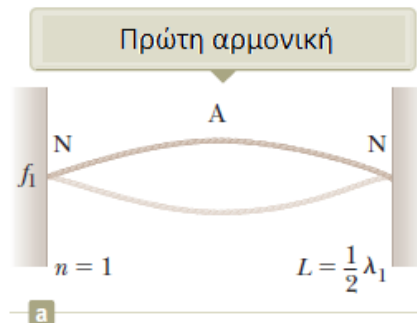


- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!
 - Άρα το μήκος κύματος είναι προκαθορισμένο
 - $2A \sin kL = 0 \Rightarrow kL = \frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$
 - Όπως και η συχνότητά του
- Η οριακή συνθήκη προκαλεί ένα συγκεκριμένο αριθμό διακριτών στάσιμων κυμάτων στο νήμα, που λέγονται **κανονικοί τρόποι** ή **ιδιομορφές (modes)**
 - Καθεμία έχει τη δική της συχνότητα, η οποία υπολογίζεται εύκολα
- Το φαινόμενο όπου μόνο συγκεκριμένες συχνότητες ταλάντωσης οδηγούν σε στάσιμο κύμα λέγεται **κβαντισμός**

Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Κανονικός τρόπος (mode) n
- Περιγράφεται ως η ταλάντωση που έχει οριακές συνθήκες στα άκρα της (δεσμοί) και κάθε δεσμός απέχει μισό μήκος κύματος από τον επόμενο/προηγούμενο αντιδεσμό



- Μήκη κύματος

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, n \in \mathbb{N}$$

- Φυσικές συχνότητες

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L} = n f_1, n \in \mathbb{N}$$

- Για νήμα τάσης T και γραμμικής πυκνότητας μ ,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}, n \in \mathbb{N}$$

Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

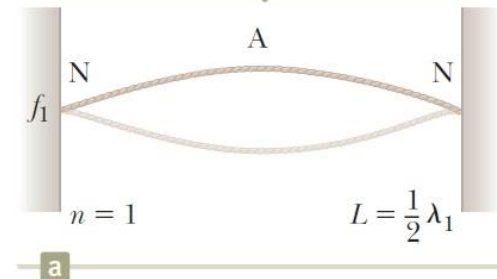
- Κανονικές μορφές (modes) n

- Για $n = 1$, η συχνότητα αυτή λέγεται **θεμελιώδης συχνότητα**

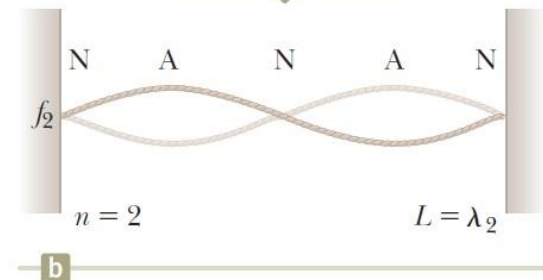
- Οι υπόλοιπες είναι ακέραιες πολλαπλάσιες αυτής

- Συχνότητες κανονικών τρόπων που παρουσιάζουν αυτήν την ακέραια πολλαπλάσια σχέση δημιουργούν **αρμονικές σειρές** και οι τρόποι αυτοί λέγονται **αρμονικές**

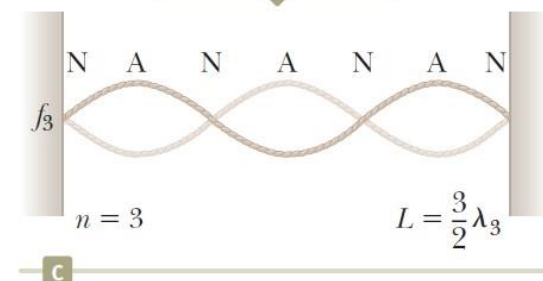
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



Δεύτερη αρμονική



Τρίτη αρμονική

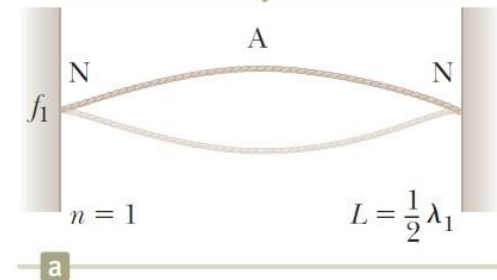


Στάσιμα Κύματα

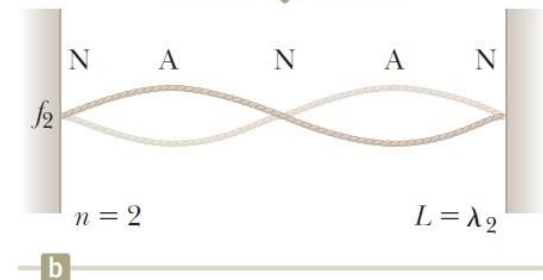
• Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Για να παρουσιαστεί μια μόνο αρμονική, πρέπει να διεγείρουμε το νήμα ώστε να πάρει το σχήμα της επιθυμητής αρμονικής
 - Αφού το διεγείρουμε, το νήμα θα ταλαντωθεί στην αντίστοιχη συχνότητα
 - Δύσκολο να επιτευχθεί για περισσότερες από μια αρμονικές
- Αν διεγείρουμε το νήμα με τυχαίο τρόπο, μόνο κύματα που ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες θα «επιζήσουν» στο νήμα
 - Αυτά είναι οι αρμονικές 😊

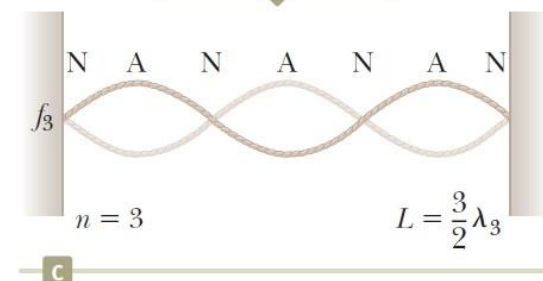
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



Δεύτερη αρμονική



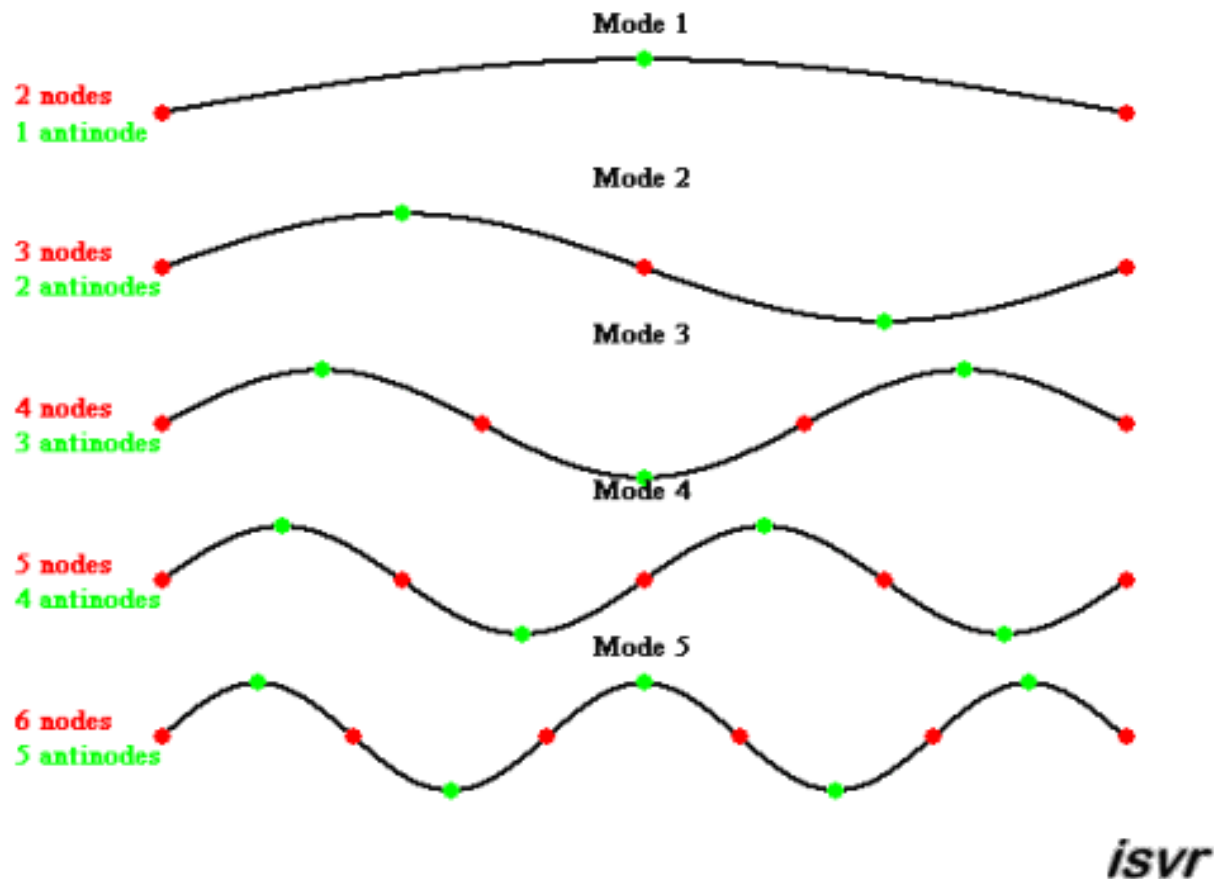
Τρίτη αρμονική



Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες
- Κανονικές μορφές (modes) n

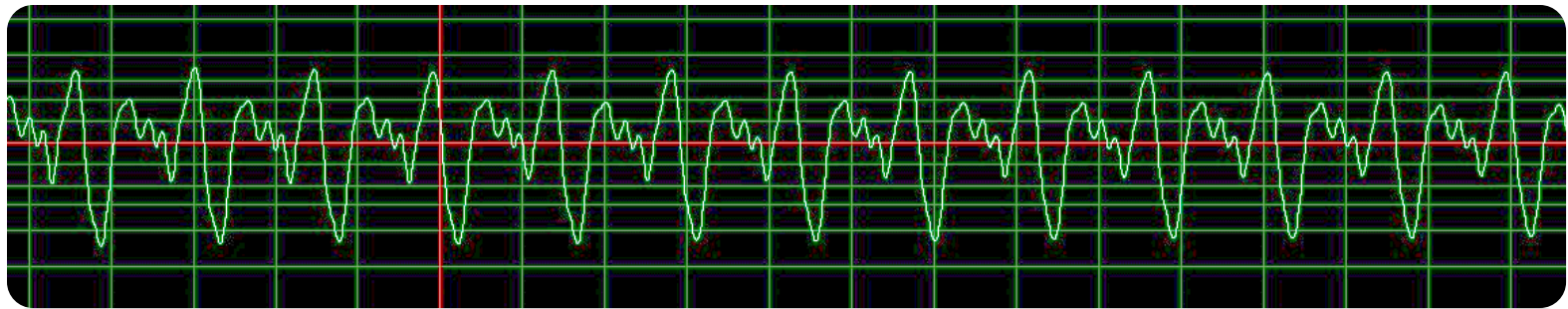
node = δεσμός
antinode = ανυψωτός



Στάσιμα Κύματα

- Μη-ημιτονοειδή κύματα

- Πολλά κύματα δεν είναι ημιτονοειδή
- Αν όμως είναι περιοδικά, τότε μπορούν να αναπαρασταθούν ως άθροισμα ημιτόνων και συνημιτόνων
- Παίξιμο μιας νότας στην κιθάρα



- Το άθροισμα αυτό βρίσκεται μέσω μιας τεχνικής που ονομάζεται **Θεώρημα Fourier**
- Το αντίστοιχο άθροισμα ονομάζεται **Σειρά Fourier**

Στάσιμα Κύματα

• Θεώρημα Fourier - Σειρά Fourier

- Έστω μια περιοδική συνάρτηση με περίοδο T
- Η συνάρτηση αυτή μπορεί να γραφεί ως

$$x(t) = \frac{B_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega_0 t)$$

με

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

Στάσιμα Κύματα

- **Θεώρημα Fourier - Σειρά Fourier**

- Το θεώρημα Fourier απαντά στην ερώτηση:

- «Πόσα και ποια ημίτονα χρειαζομαι (δηλ. με ποια πλάτη, συχνότητες, και φάσεις) να προσθέσω μεταξύ τους για να παράξω ένα δεδομένο περιοδικό κύμα?»

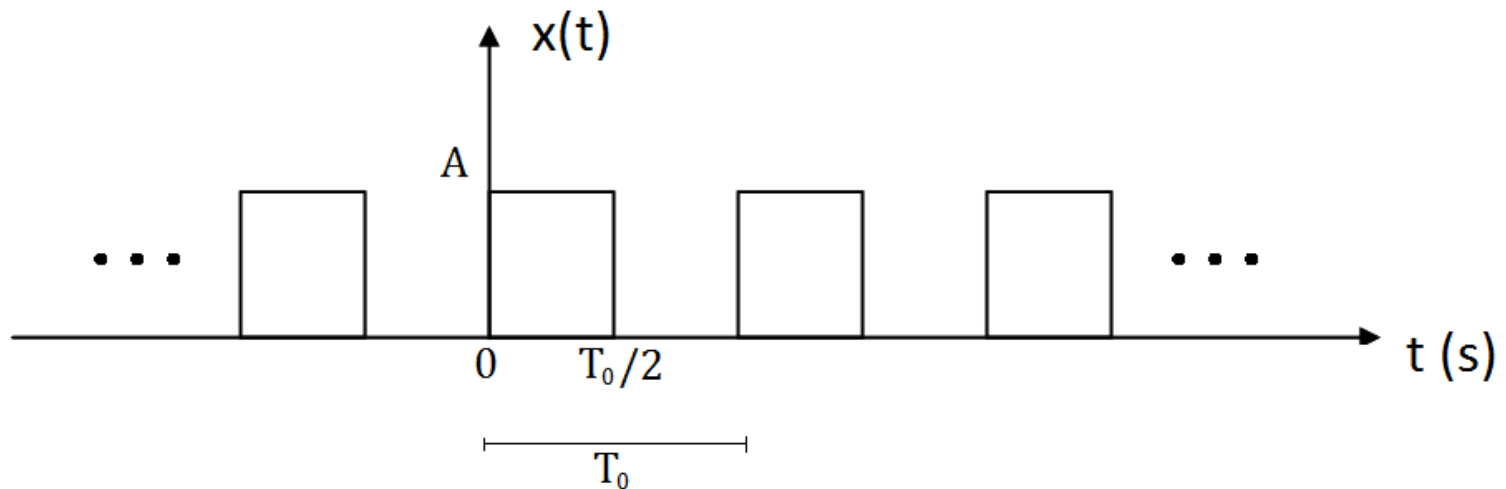
- Εναλλακτικά:

- «Ποιες συχνότητες υπάρχουν μέσα σε ένα δεδομένο περιοδικό κύμα, και πόσο ισχυρή είναι η καθεμιά τους?»

Στάσιμα Κύματα

- Παράδειγμα:

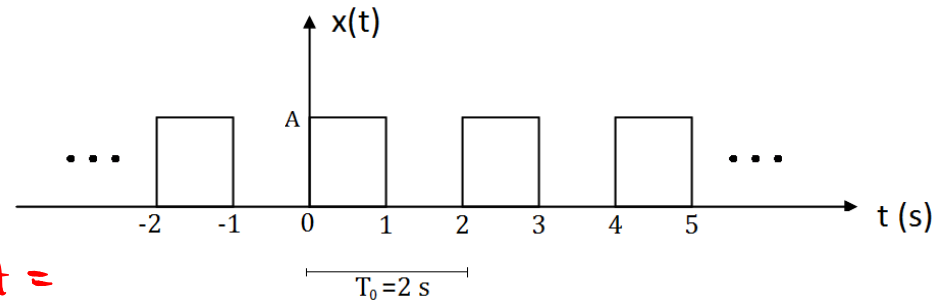
- Έστω η περιοδική συνάρτηση του σχήματος.



- Μπορείτε να βρείτε ποια ημίτονα και συνημίτονα πρέπει να προσθέσουμε για να τη συνθέσουμε;

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα - Λύση:



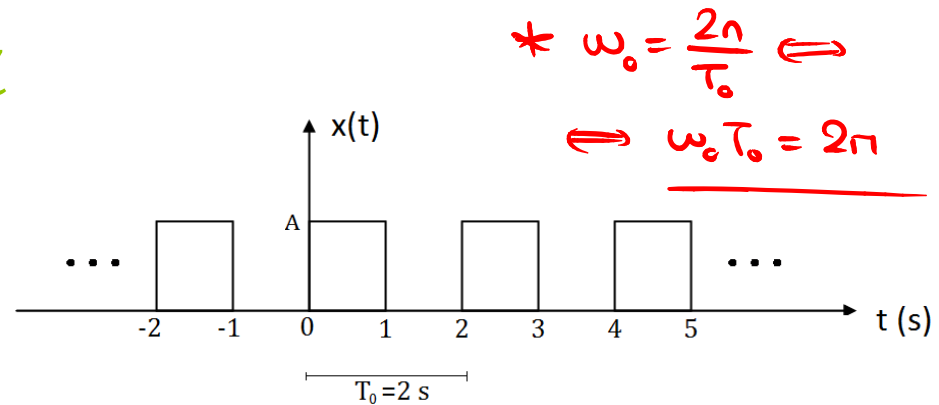
$$\begin{aligned} \text{Αρχικά, } \beta_0 &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) dt = \\ &= \frac{2}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} A dt = \frac{2A}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} dt = \frac{2A}{T_0} t \Big|_0^{\frac{T_0}{2}} = \frac{2A}{T_0} \frac{T_0}{2} = A, \end{aligned}$$

$$\text{άρα } \frac{\beta_0}{2} = \frac{A}{2}. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Επίσης, } A_n &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} A \sin(n\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{2A}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{2A}{T_0} \left(-\frac{1}{n\omega_0} \right) (\cos(n\omega_0 t)) \Big|_0^{\frac{T_0}{2}} = \end{aligned}$$

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα - Λύση:



$$= -\frac{2A}{n\omega_0 T_0} \left(\cos(n\omega_0 \frac{T_0}{2}) - \cos 0 \right) \stackrel{*}{=} -\frac{2A}{2\pi n} \left(\cos(n \frac{2\pi}{2}) - 1 \right) =$$

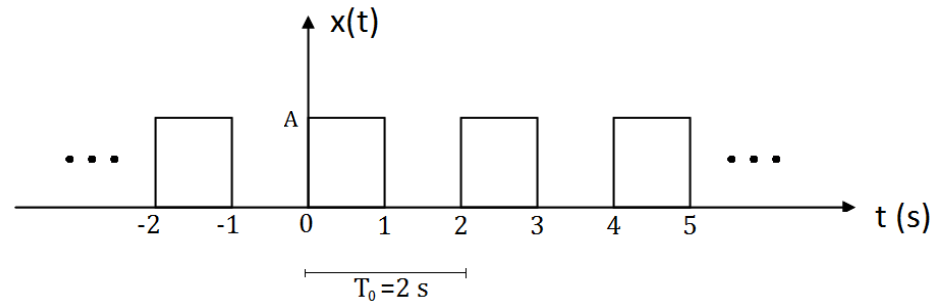
$$= \frac{A}{\pi n} (1 - \cos(\pi n)). \text{ Όμως } \cos(\pi n) = (-1)^n, \forall n \in \mathbb{N}. \text{ Άρα}$$

$$A_n = \frac{A}{\pi n} (1 - (-1)^n) = \begin{cases} \frac{2A}{\pi n}, & n \text{ περιττός} \\ 0, & n \text{ άρτιος} \end{cases}$$

Στάσιμα Κύματα

• Παράδειγμα - Λύση:

$$\ast \underline{\omega_0 T_0 = 2\pi}$$



$$\text{Τέλος, } B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt =$$

$$= \frac{2}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} A \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{2A}{T_0} \left(\frac{1}{n\omega_0} \right) \sin(n\omega_0 t) \Big|_0^{\frac{T_0}{2}} \stackrel{*}{=}$$

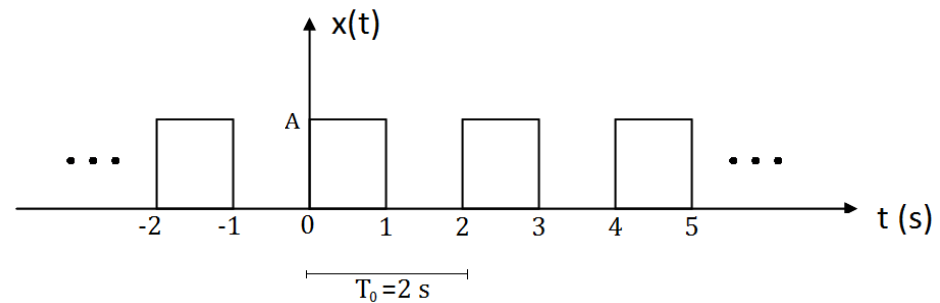
$$\stackrel{*}{=} \frac{2A}{2\pi n} \left(\sin\left(n \frac{T_0}{2} \omega_0\right) - \sin 0 \right) = \frac{A}{\pi n} \left(\sin\left(\frac{2\pi n}{2}\right) - 0 \right) =$$

$$= \frac{A}{\pi n} \left(\sin(\pi n) \right) = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Στάσιμα Κύματα

● Παράδειγμα - Λύση:

Άρα τριγωνών,



$$x(t) = \frac{A}{2} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ περιττός}}}^{+\infty} \frac{2A}{n\pi} \sin(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{+\infty} 0 \cdot \cos(n\omega_0 t) =$$

$$= \frac{A}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2A}{\pi(2n-1)} \sin((2n-1)\omega_0 t).$$

Οπότε το $x(t)$ αποτελείται από άθροισμα ημιτόνων πλάτους

$$A_n = \frac{2A}{\pi(2n-1)} \text{ και συχνότητες } (2n-1)\omega_0.$$

Στάσιμα Κύματα

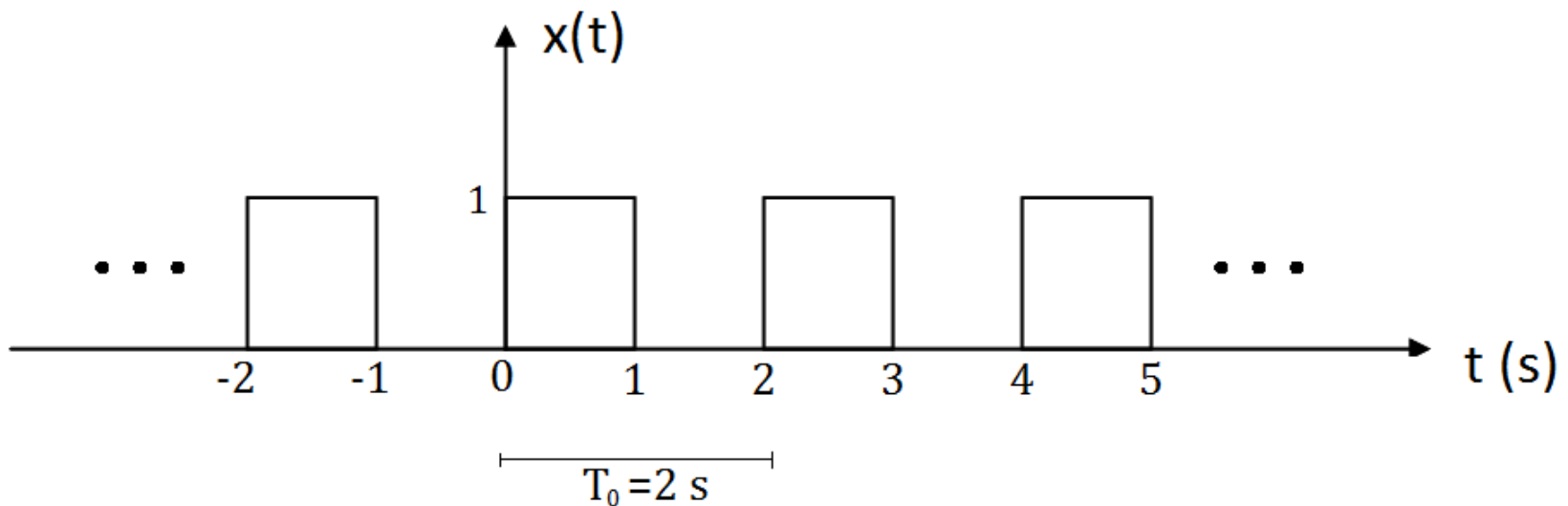
- **Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Ανάλυση**

- Ας βάλουμε αριθμητικά δεδομένα κι ας γράψουμε ένα πρόγραμμα που θα φτιάξει αυτά τα ημίτονα για εμάς

- $T_0 = 2 \text{ s}$

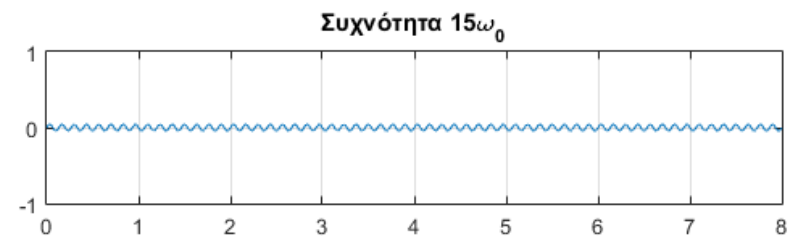
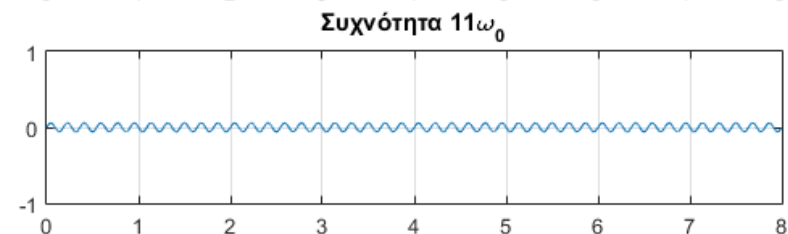
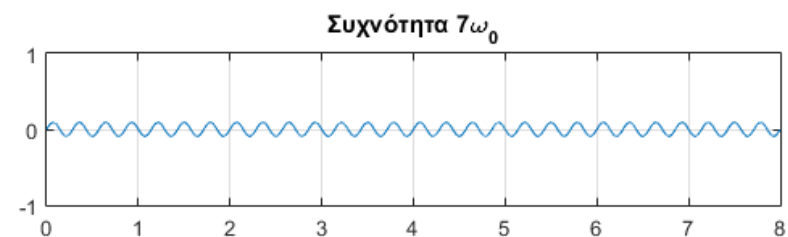
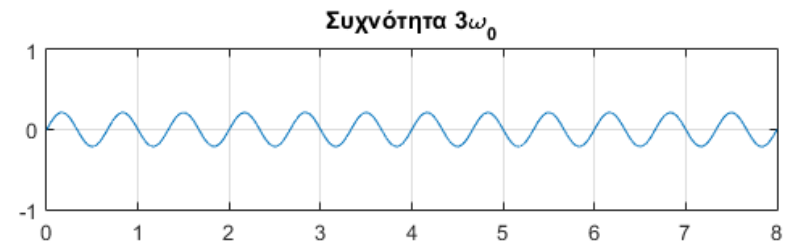
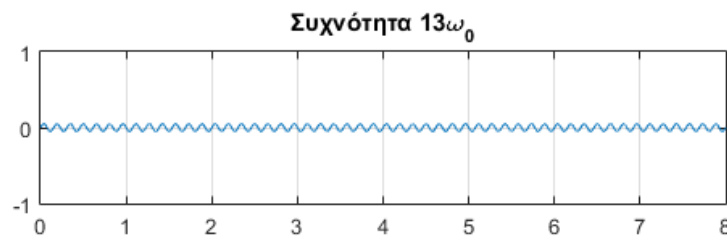
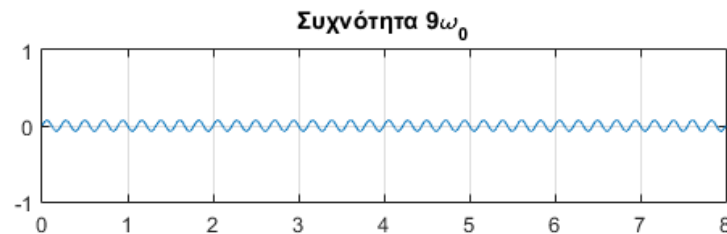
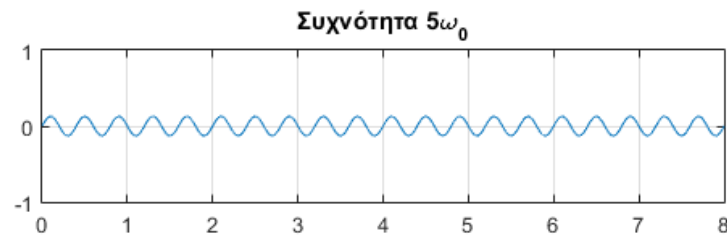
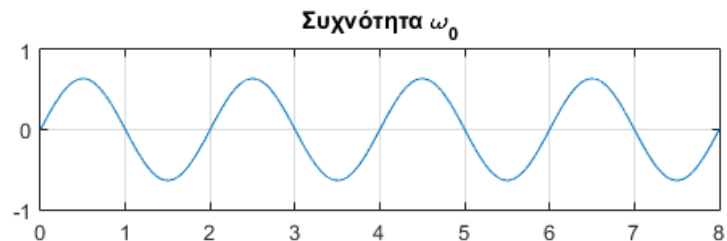
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \pi$

- $A = 1$



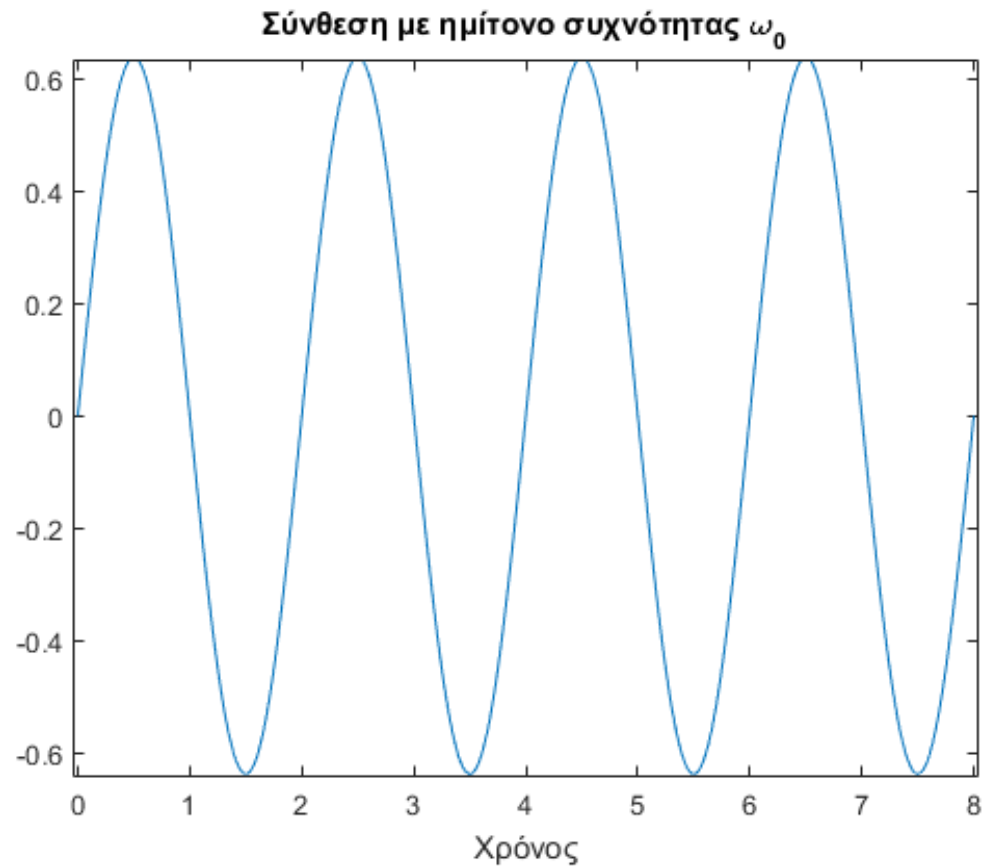
Στάσιμα Κύματα

● Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Ανάλυση



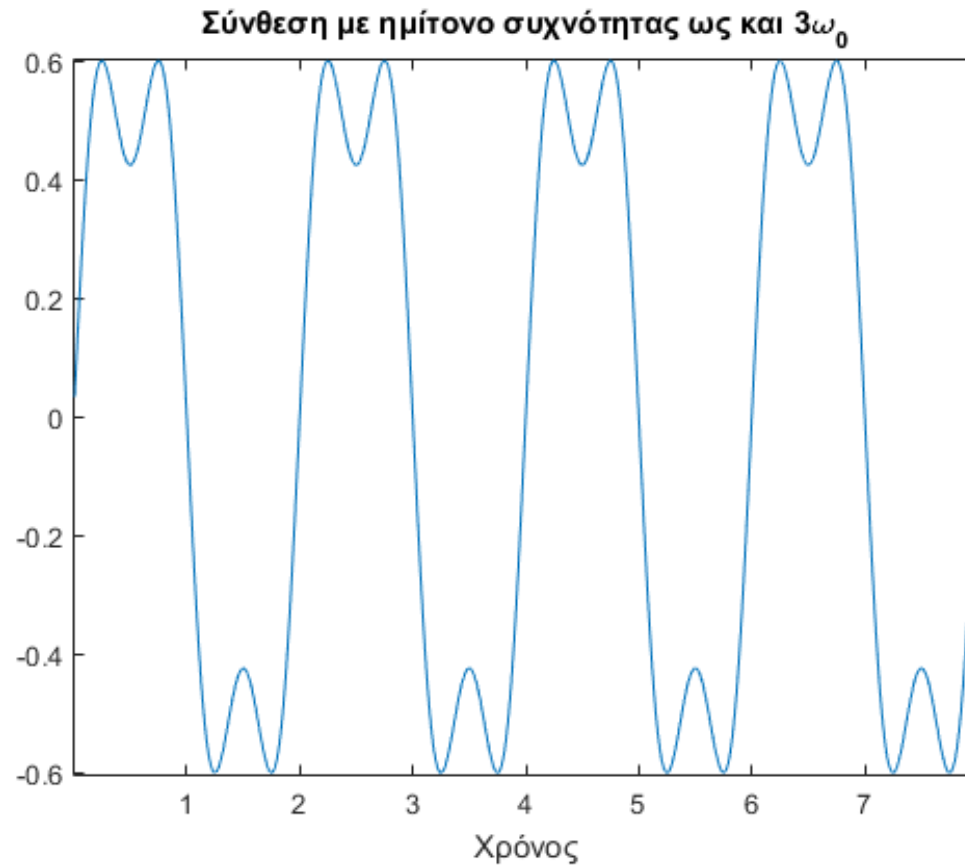
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



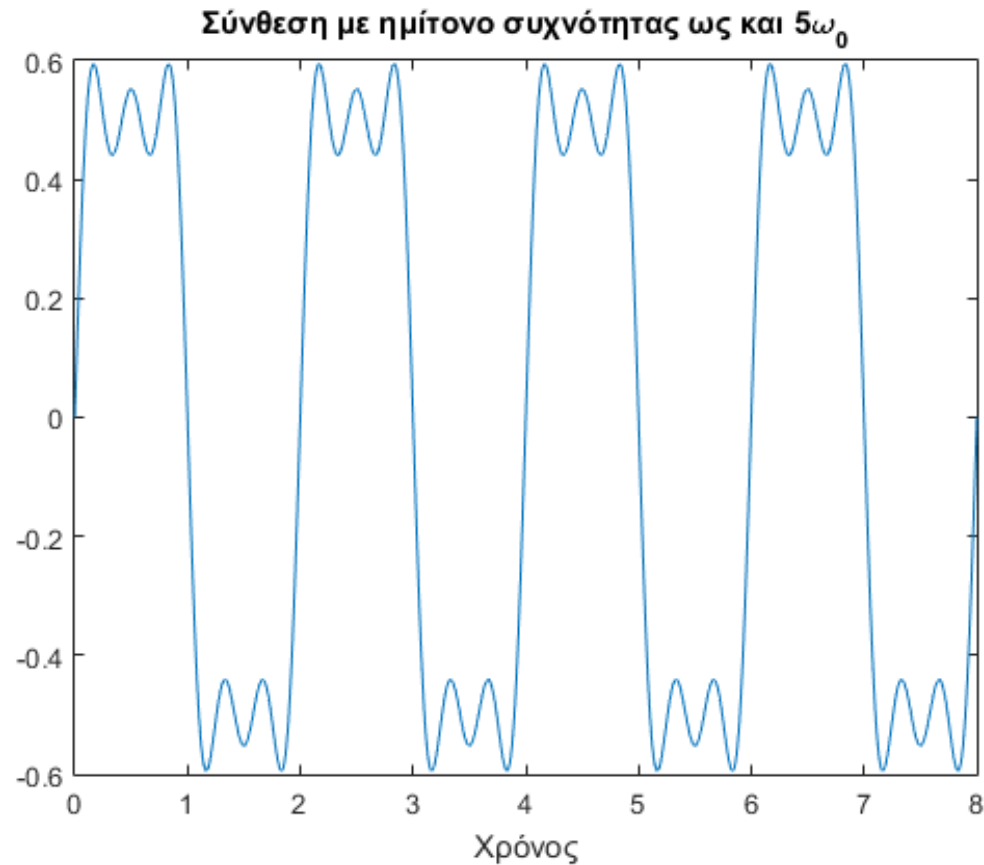
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



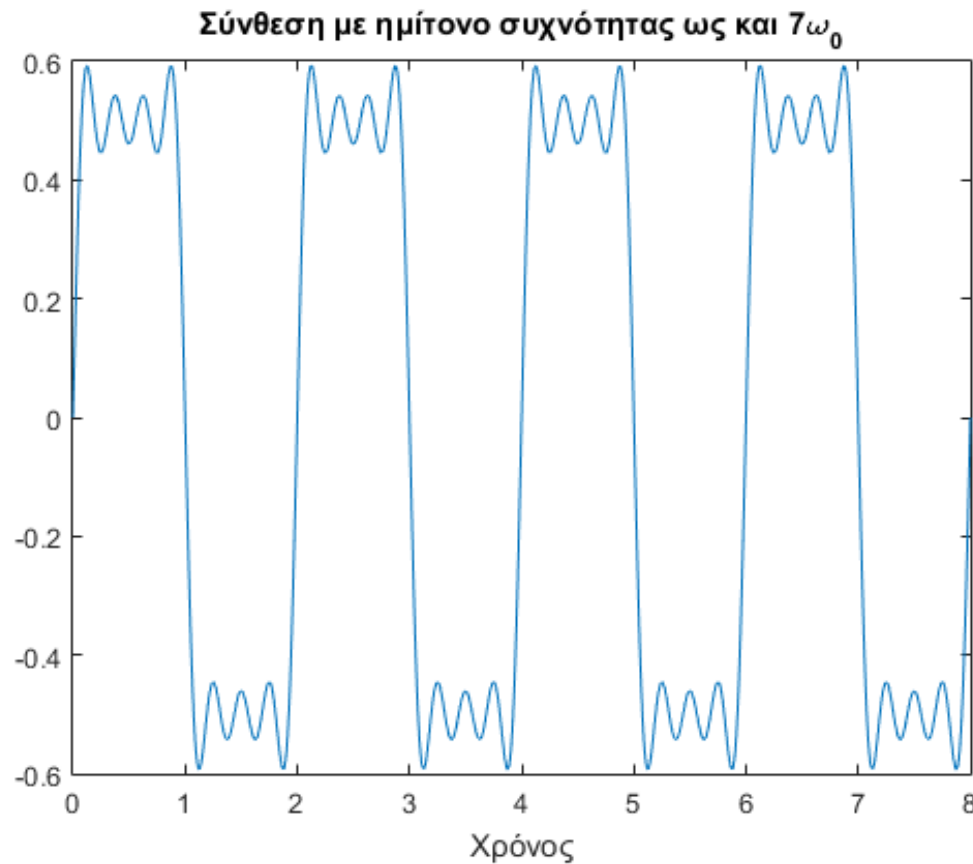
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



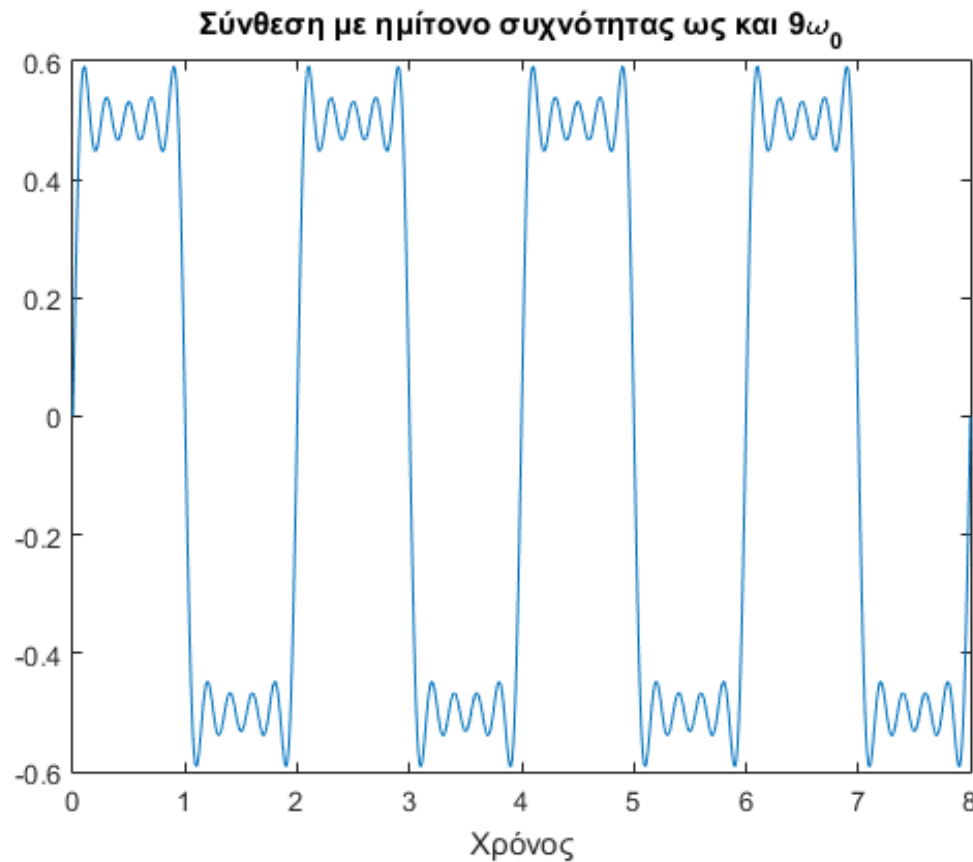
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



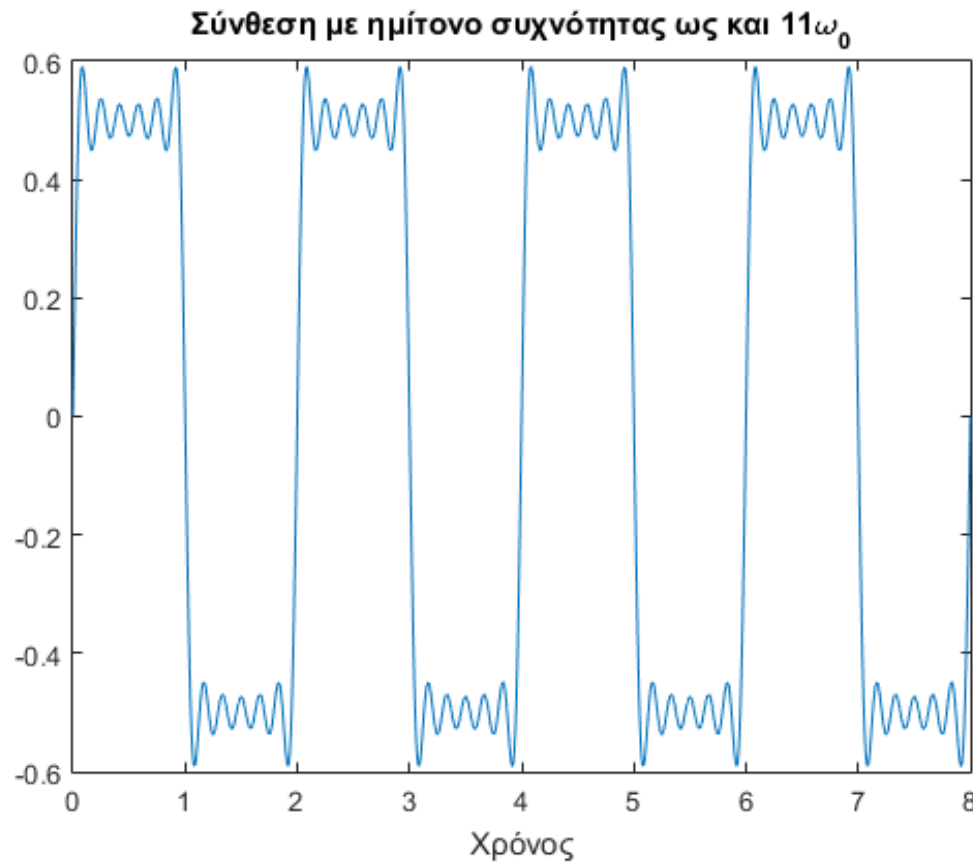
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



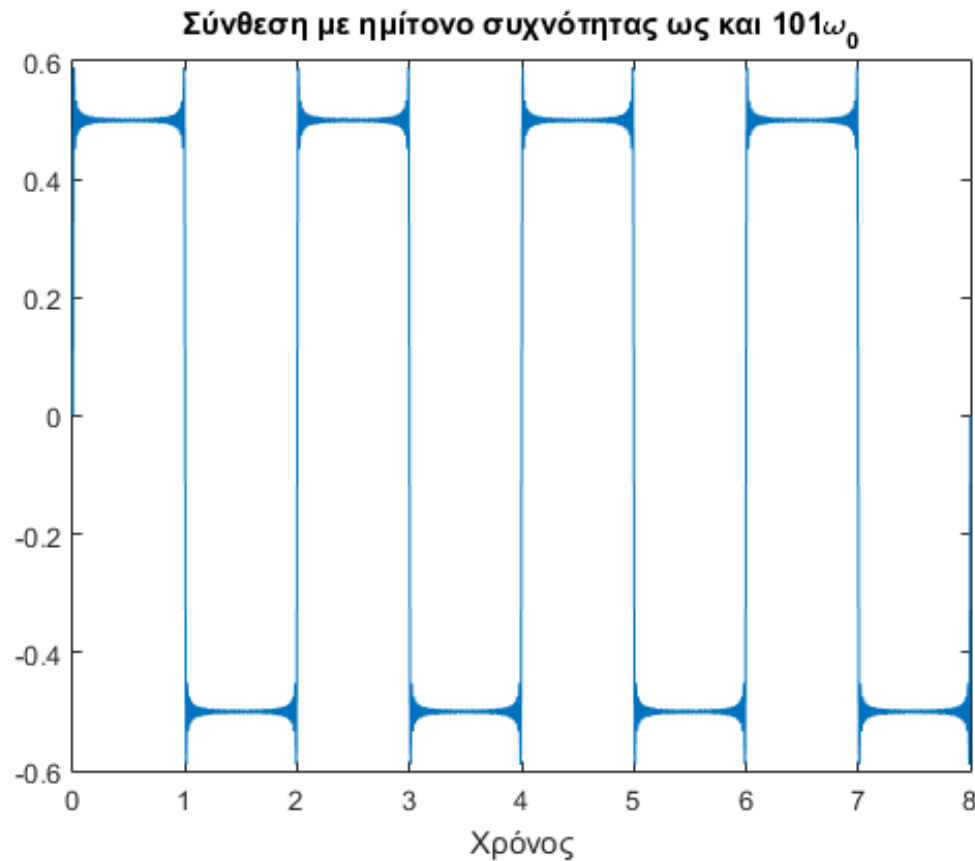
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



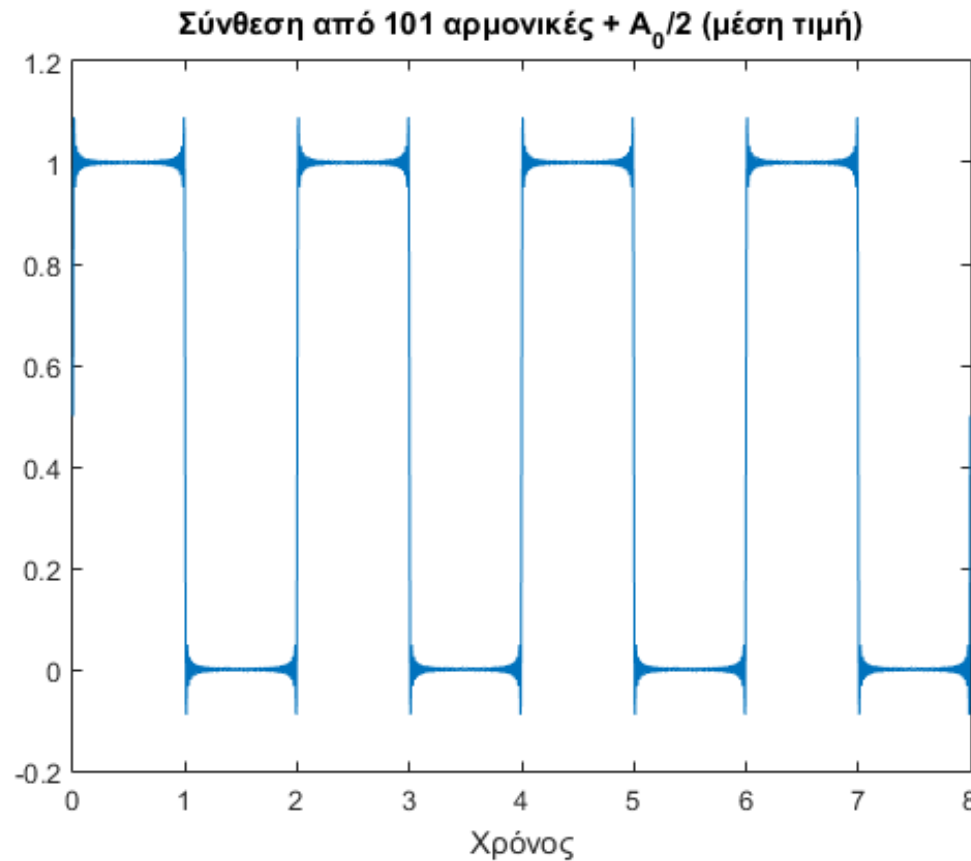
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



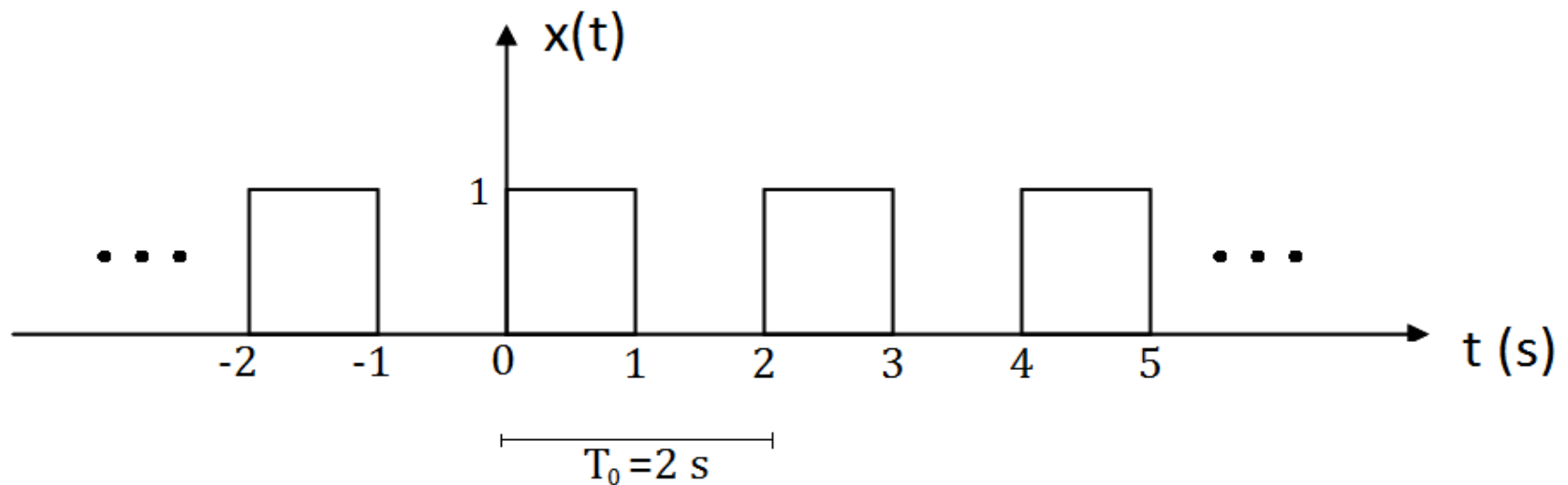
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση



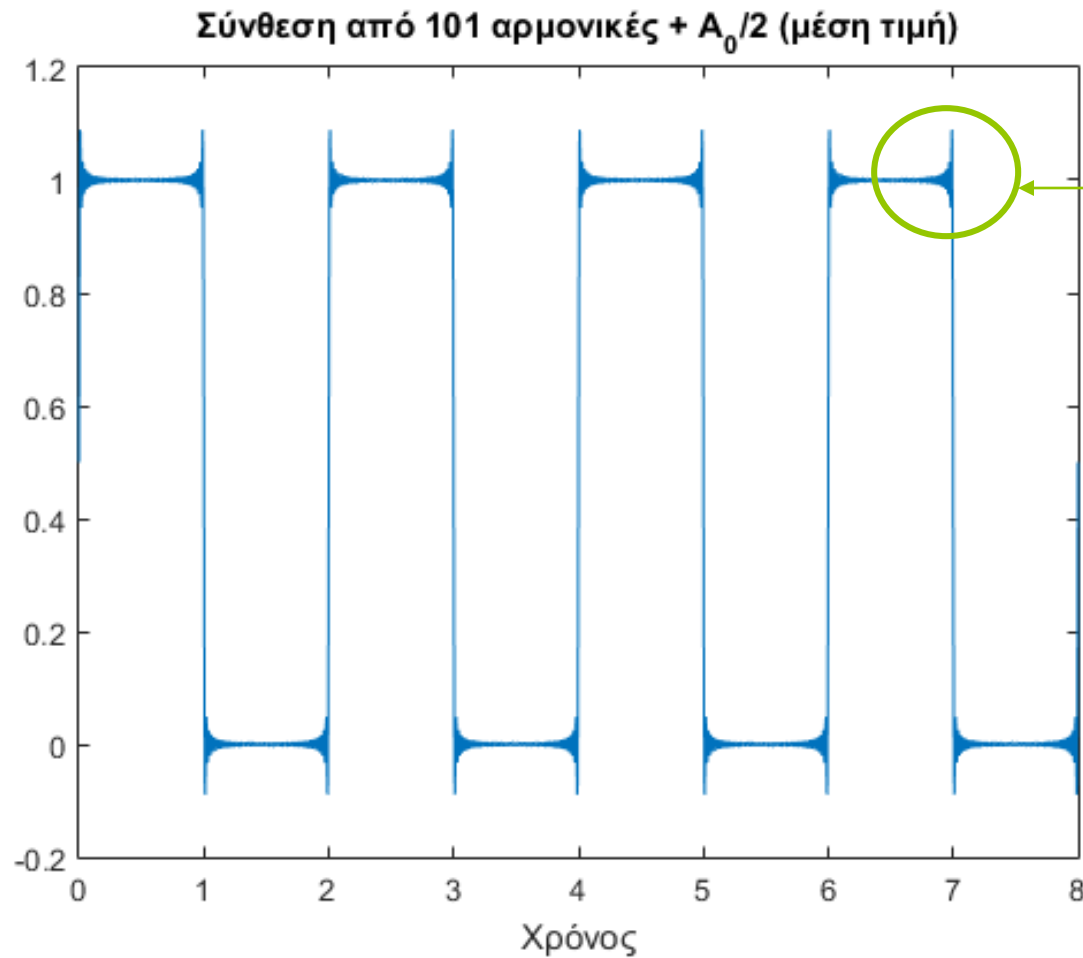
Στάσιμα Κύματα

- Οπτικοποίηση σειράς Fourier – Σύνθεση – Σύγκριση



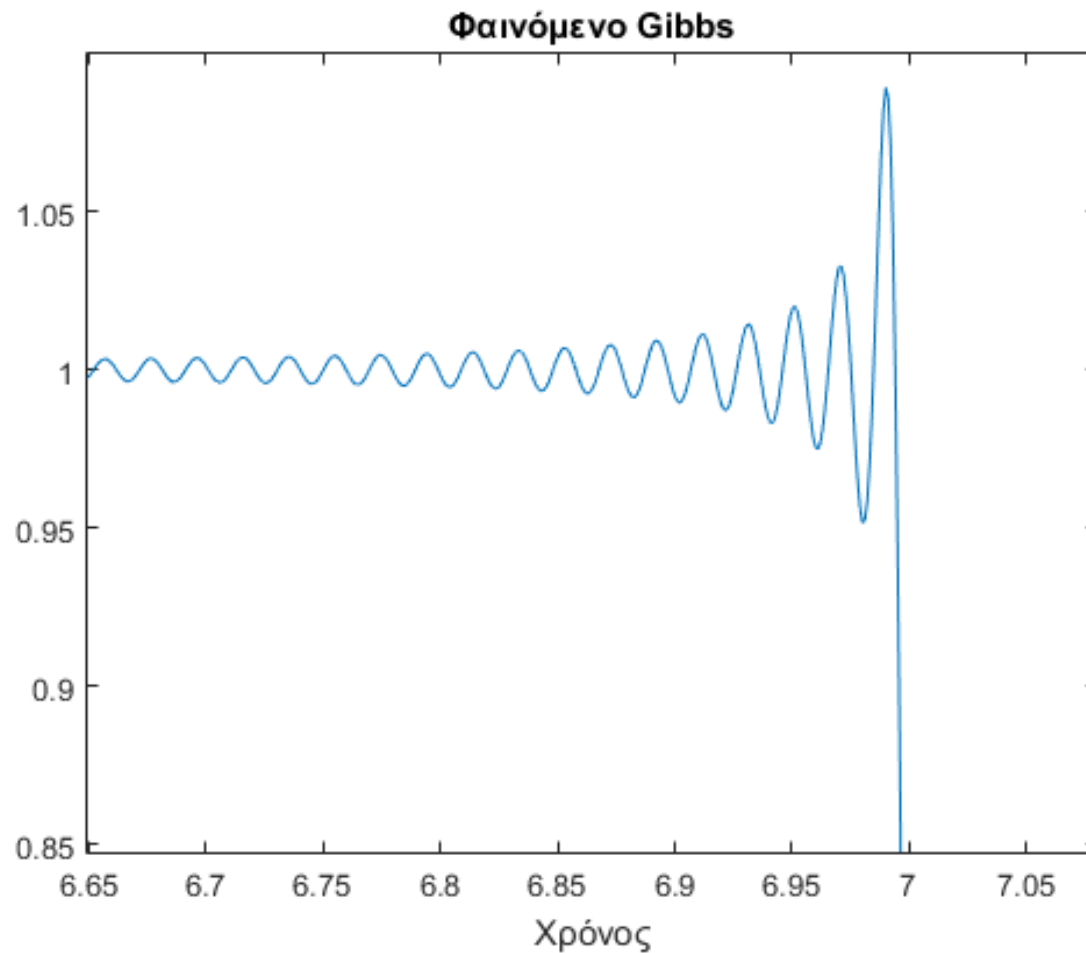
Στάσιμα Κύματα

Φαινόμενο Gibbs



Στάσιμα Κύματα

Φαινόμενο Gibbs



Στάσιμα Κύματα

● Φαινόμενο Gibbs

- Ανακαλύφθηκε το 1848 από τον H. Wilbraham
 - ... και ξανά, το 1899 από τον J. Gibbs
- Περιγράφει το πώς συμπεριφέρεται μια σειρά Fourier στα σημεία ασυνέχειας
- Προκύπτει από το ότι δεν μπορεί να αναπαρασταθεί μια ασυνέχεια από ένα άθροισμα συνεχών συναρτήσεων
- Το φαινόμενο είχε παρατηρηθεί και από φυσικούς, αλλά θεωρήθηκε ως σφάλμα λόγω κακών συσκευών μετρήσεων...
- Θα επισκεφτούμε ξανά το θέμα αυτό σε άλλο μάθημα...



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρομαγνητισμός

- Μελέτη των φαινομένων που σχετίζονται με τον **ηλεκτρισμό** και το **μαγνητισμό**
- Νόμοι του Ηλεκτρομαγνητισμού
 - Πανταχού παρόντες!
 - Smartphones, τηλεοράσεις, ηλεκτροκινητήρες, Η/Υ, επιταχυντές σωματιδίων, κ.α.
- Ηλεκτρικός → ήλεκτρο → κεχριμπάρι
- Μαγνητικός → Μαγνησία → περιοχή που βρέθηκε για πρώτη φορά ο μαγνητίτης
- Επιστήμονες: Oersted, Faraday, Henry, **Maxwell**
 - **James Clerk Maxwell = Isaac Newton του ηλ/σμου**



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία



Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρομαγνητισμός
Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρικά Πεδία

- Όλοι έχετε “δει” ηλεκτρικά πεδία γύρω σας
 - Τρίψτε ένα μπαλόνι στα μαλλιά σας και θα δείτε ότι έλκει κομματάκια χαρτιού
- Μια τέτοια συμπεριφορά της ύλης αναφέρεται ως **ηλεκτρική φόρτιση**
- Απλά πειράματα έδειξαν ότι υπάρχουν δυο είδη ηλεκτρικής φόρτισης
 - Θετική και αρνητική
 - Τα ηλεκτρόνια έχουν αρνητική φόρτιση
 - Τα πρωτόνια έχουν θετική φόρτιση
- **Φορτία ίδιου προσήμου απωθούνται**
- **Φορτία αντίθετου προσήμου έλκονται**

Ηλεκτρικά Πεδία

- ◉ Διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου
 - ◉ ...σε απομονωμένο σύστημα
 - ◉ Μεταφορά φορτίου από ένα αντικείμενο σε ένα άλλο
 - ◉ Το ένα φορτίζεται θετικά, το άλλο αρνητικά
 - ◉ Ποιος είναι όμως ο φορέας του φορτίου;
 - ◉ Ξέρουμε πλέον ότι τα **ηλεκτρόνια** είναι φορείς φορτίου
 - ◉ Ηλεκτρόνια μεταφέρονται από ένα υλικό σε ένα άλλο, δημιουργώντας θετικό ή αρνητικό φορτίο
- ◉ Το 1909, ο Milikan ανακάλυψε ότι το ηλεκτρικό φορτίο q συμβαίνει στη φύση σε ακέραια πολλαπλάσια ενός στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου e : $q = Ne$, $N \in \mathbb{Z}$
 - ◉ Λέμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο είναι **κβαντισμένο**
 - ◉ Ηλεκτρόνιο: φορτίο $-e$
 - ◉ Πρωτόνιο: φορτίο $+e$

Ηλεκτρικά Πεδία

◉ *Κατηγοριοποίηση υλικών*

- ◉ **Αγωγοί:** υλικά όπου κάποια ηλεκτρόνια είναι ελεύθερα και δεν είναι δεσμευμένα σε άτομα, και μπορούν να κινηθούν σχετικά ελεύθερα στο υλικό
 - ◉ Όταν φορτιστούν, το φορτίο κατανέμεται σε όλη την επιφάνεια του υλικού
- ◉ **Μονωτές:** υλικά που όλα τα ηλεκτρόνιά τους είναι δεσμευμένα σε άτομα και δεν μπορούν να κινηθούν ελεύθερα
 - ◉ Όταν φορτιστούν, το φορτίο κατανέμεται σε μια συγκεκριμένη περιοχή
- ◉ **Ημιαγωγοί:** με προσθήκη συγκεκριμένης ποσότητας ατόμων στο υλικό, εναλλάσσονται από αγωγοί σε μονωτές

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ο νόμος του Coulomb**

- Ο Charles Coulomb μέτρησε το μέτρο των ηλεκτρικών δυνάμεων ανάμεσα σε φορτισμένα σωματίδια
- Από τα πειράματά του προέκυψε ότι **η ηλεκτρική δύναμη ανάμεσα σε δυο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια q_1, q_2 (μηδενικού μεγέθους) που απέχουν απόσταση r μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση**

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

- όπου k_e είναι η σταθερά του Coulomb

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Ο νόμος του Coulomb**

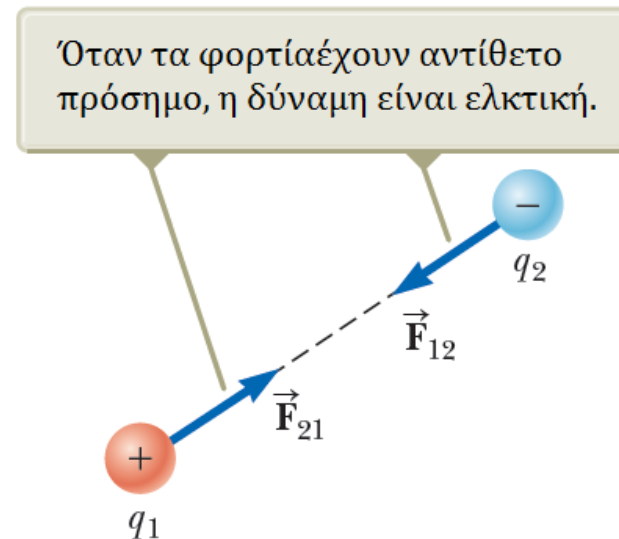
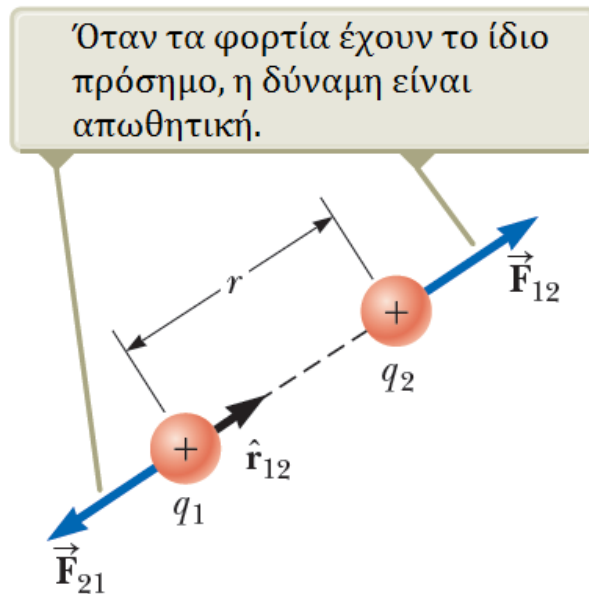
- Πειράματα έδειξαν ότι η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική
- Μονάδα μέτρησης στο S.I. : Newton (N)
- Σταθερά k_e
 - $k_e = 8.987 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$
 - Επίσης, γράφεται ως $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
 - όπου $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$, και λέγεται **διηλεκτρική σταθερά του κενού**
- Το μικρότερο ελεύθερο φορτίο που έχει βρεθεί στη φύση είναι $e = 1.602 \times 10^{-19} C$
 - C = Coulomb: μη θεμελιώδης μονάδα μέτρησης
 - Εξαρτάται από άλλες μονάδες που θα δούμε στη συνέχεια

Ηλεκτρικά Πεδία

- Ο νόμος του *Coulomb* – Διανυσματική μορφή

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12}$$

- με $\vec{r}_{12}$ το μοναδιαίο διάνυσμα από το φορτίο 1 στο φορτίο 2



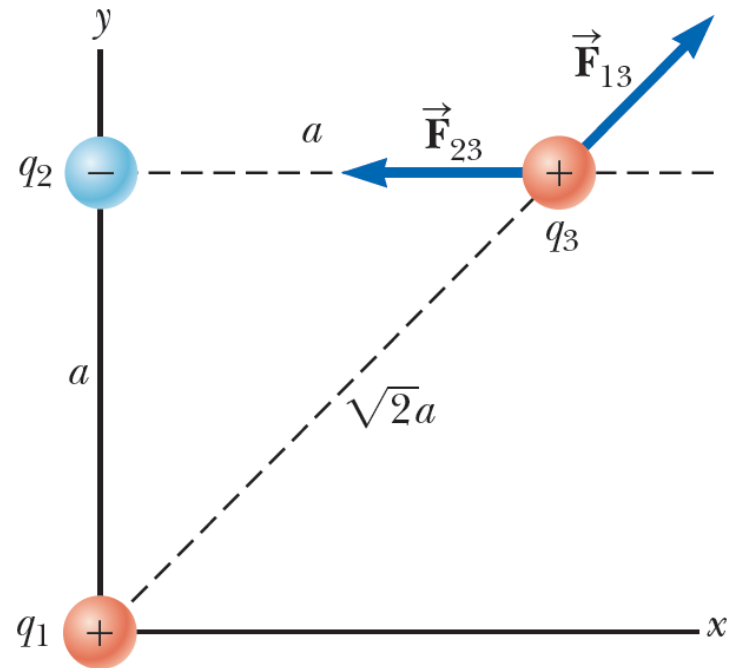
Ηλεκτρικά Πεδία

● Παράδειγμα:

- Τρία σημειακά φορτία βρίσκονται στις γωνίες ενός ισοσκελούς ορθογωνίου τριγώνου όπως στο σχήμα.

Δίδεται ότι $q_1 = q_3 = 5 \mu\text{C}$,
 $q_2 = -2 \mu\text{C}$ και $a = 0.1 \text{ m}$.

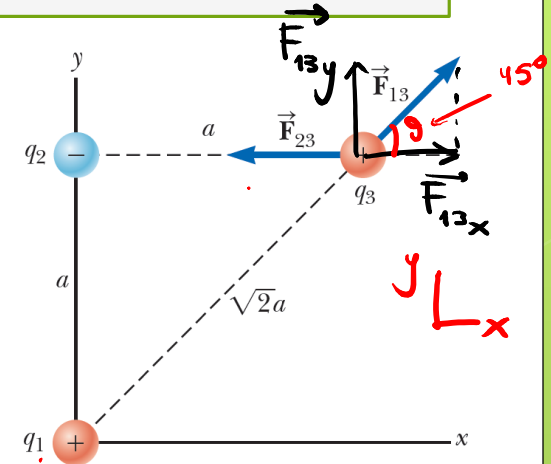
Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο q_3 .



Ηλεκτρικά Πεδία

Παράδειγμα - Λύση:

- Δίδεται ότι $q_1 = q_3 = 5 \mu\text{C}$,
 $q_2 = -2 \mu\text{C}$ και $a = 0.1 \text{ m}$.
Βρείτε τη συνισταμένη ηλεκτρική
δύναμη στο q_3 .



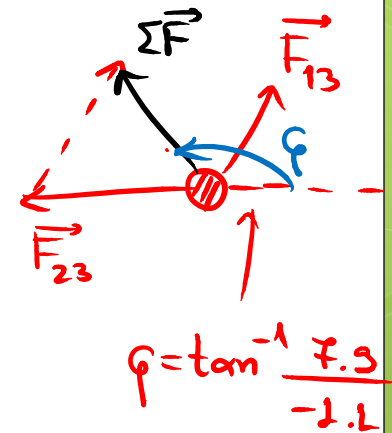
Είναι $F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = k_e \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(0.1)^2} \simeq 9 \text{ N}$

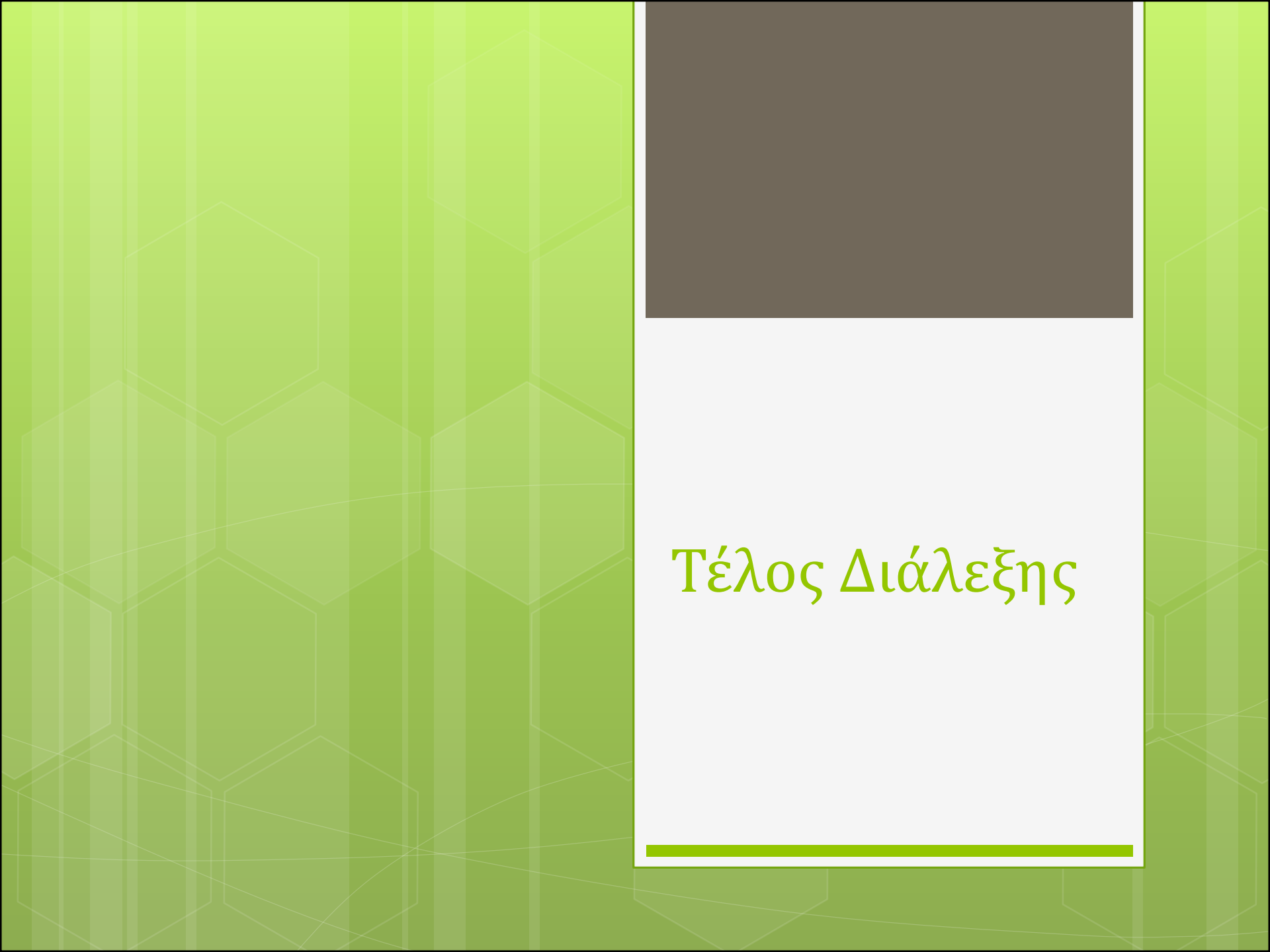
$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = k_e \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2} \cdot 0.1)^2} \simeq 11.2 \text{ N}$$

Είναι $F_{13x} = F_{13} \cdot \cos 45^\circ = 11.2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 7.9 \text{ N}$

$$F_{13y} = F_{13} \cdot \sin 45^\circ = 11.2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 7.9 \text{ N}$$

Οπότε $\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= F_{13x} - F_{23} = 7.9 - 9 = -1.1 \text{ N} \\ \Sigma F_y &= F_{13y} = 7.9 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = -1.1 \vec{i} + 7.9 \vec{j}$





Τέλος Διάλεξης