



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος – Επανάληψη...

- Το **έργο** W που παράγεται σε σύστημα από εξωτερική δύναμη που ασκείται σε αυτό ορίζεται ως

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

- Έργο $\rightarrow$ Πιθανή αλλαγή στο μέτρο ταχύτητας συστήματος
- Κινητική ενέργεια συστήματος

$$K = \frac{1}{2} m u^2$$

- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου

- Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο W_{ext} και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά το μέτρο της ταχύτητάς του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος:

$$K_f = K_i + W_{\text{ext}}$$

Ενέργεια Συστήματος – Επανάληψη...

- Έργο δύναμης ελατηρίου:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2 = -W_{ext}$$

- Έργο βαρυτικής δύναμης (κίνηση προς επάνω):

$$\begin{aligned} W_g &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} \\ &= mgy_i - mgy_f = -W_{ext} \end{aligned}$$

Ενέργεια Συστήματος – Επανάληψη...

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια συστήματος δυο σωμάτων

$$U_g = mgy$$

- Ελαστική Δυναμική ενέργεια συστήματος ελατηρίου-σώματος

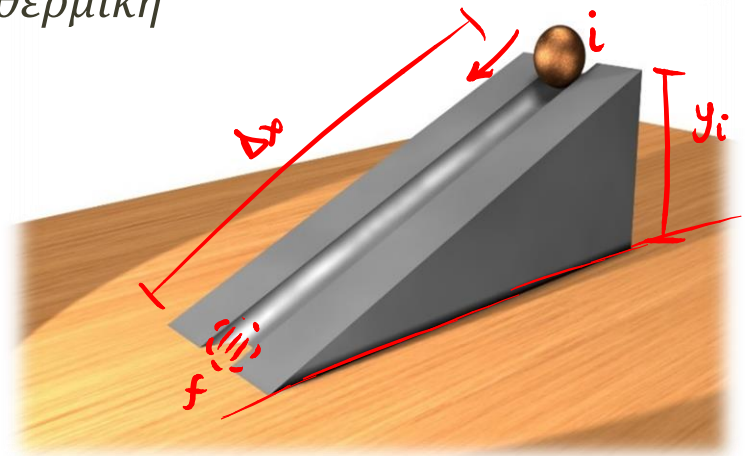
$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

- Εσωτερική ή θερμική ενέργεια E_{int} μεταξύ συστήματος επιφανειών

$$\Delta E_{int} = -W_{\tau\rho\rho\beta\eta\varsigma} = f_k \Delta x$$

Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρήστε το διπλανό σύστημα: μπάλα + επικλινές + έδαφος
Η απόσταση που μια μπάλα ολισθαίνει σε μια επικλινή επιφάνεια με τριβές, έχει μεγάλη σημασία για το **πόση** δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική/θερμική
- Μεγαλύτερη απόσταση, μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική λόγω του έργου της δύναμης τριβής
- Υπάρχει εξάρτηση από το «μονοπάτι»
- Αντίθετα, το έργο της δύναμης της βαρύτητας δεν εξαρτάται από το «μονοπάτι» που ακολουθεί το σώμα!



$$W_g = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mgy_i$$

$$W_{\text{τριβης}} = -f_k \Delta x$$

Ενέργεια Συστήματος

- Αυτή η εξάρτηση από τη διαδρομή («μονοπάτι») που ακολουθεί το σώμα ορίζει δυο κατηγορίες δυνάμεων:
 - **Συντηρητικές (*conservative*)**
 - Ανεξάρτητη από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη βαρύτητας
 - **Μη συντηρητικές (*nonconservative*)**
 - Εξάρτηση από τη διαδρομή, π.χ. δύναμη τριβής ολίσθησης
- **Συντηρητικές δυνάμεις - Ιδιότητες:**
 1. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται ανάμεσα σε οποιαδήποτε δυο σημεία είναι ανεξάρτητο της διαδρομής ανάμεσα σε αυτά.
 2. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

Ενέργεια Συστήματος

- Μια δύναμη λέγεται **μη συντηρητική** αν δεν ικανοποιεί τις ιδιότητες 1 και 2 που είδαμε πριν
 - Παράδειγμα: τριβή ολίσθησης
- Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το σώμα
- Ορίζουμε το άθροισμα της κινητικής K και της δυναμικής ενέργειας U ενός συστήματος ως τη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος:

$$E_{mech} = K + U$$

Ενέργεια Συστήματος

- Οι μη συντηρητικές δυνάμεις που δρουν σε ένα σύστημα **αλλάζουν** τη μηχανική ενέργεια του συστήματος! Αντίθετα, οι συντηρητικές τη διατηρούν!

Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ

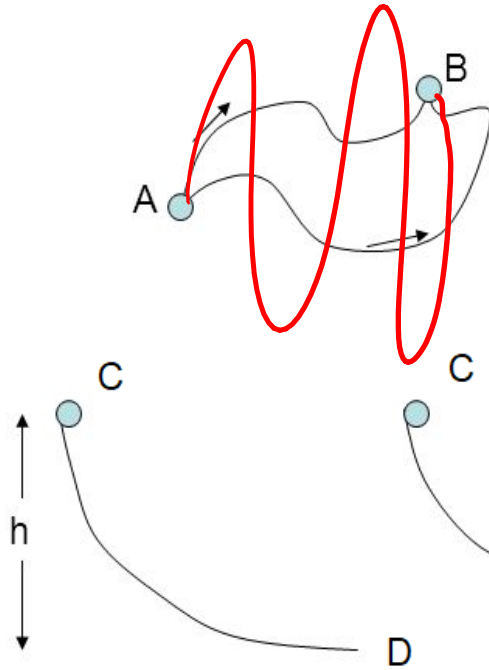
$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

μόνο αν στο σύστημα δρουν αποκλειστικά συντηρητικές δυνάμεις!

- Ας επιστρέψουμε λοιπόν στη μελέτη συντηρητικών δυνάμεων...

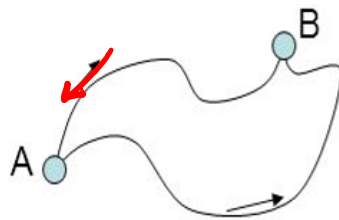
Ενέργεια Συστήματος

Συντηρητικές δυνάμεις - Ιδιότητες:



Το έργο που παράγεται στη διαδρομή από το A στο B είναι το ίδιο για κάθε μια από τις διαδρομές.

Όμοια και για τις διαδρομές από το C στο D.



Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης από το A στο B και ξανά μετά στο A είναι μηδέν (κλειστή διαδρομή)

Ενέργεια Συστήματος

- Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων

- Δύναμη Βαρύτητας $\vec{F}_g$

- $W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mgy_i - mgy_f$
- Εξάρτηση μόνο από τα y_i, y_f
- $W_g = 0$, σε κλειστή διαδρομή ($y_i = y_f$)

- Δύναμη ελατηρίου $\vec{F}_s$

- $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$
- Εξάρτηση μόνο από τα x_i, x_f
- $W_s = 0$, σε κλειστή διαδρομή ($x_i = x_f$)

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω ένα πολυμελές σύστημα που αλλάζει από μια διάταξη των μελών του σε μια άλλη λόγω έργου μιας **εσωτερικής συντηρητικής δύναμης**
 - Ένα σώμα από τα μέλη του κινείται από μια θέση i σε μια θέση f
 - Μεταβλήθηκε (αυξήθηκε) η κινητική του ενέργεια
 - Πρέπει ισόποσα να μεταβληθεί (μειωθεί) η δυναμική του ενέργεια
 - ...λόγω Α.Δ.Μ.Ε!
- Το έργο W_{int} που παράγεται από μια **εσωτερική συντηρητική δύναμη σε ένα σώμα που είναι μέλος ενός συστήματος** ισούται με την αρχική τιμή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος μείον την τελική τιμή της:

$$W_{int} = \Delta K = -\Delta U = U_i - U_f$$

- **Προσοχή!** Το έργο αυτό παράγεται από μια δύναμη ενός σώματος του συστήματος σε ένα άλλο μέλος του συστήματος!

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω λοιπόν ένα σύστημα από σώματα στο οποίο δρα μια **εσωτερική συντηρητική δύναμη** F
- Έστω ότι αυτή η δύναμη προκαλεί αλλαγή της διάταξης του συστήματος λόγω της κίνησης ενός από τα σώματα επάνω στο $x'x$ άξονα
 - Έστω ότι η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα
- Το έργο της δύναμης αυτής θα είναι (ορισμός):

$$W_{int} = F\Delta x \cos \theta = F_x \Delta x = -\Delta U$$

Ενέργεια Συστήματος

- Εναλλακτικά,

$$\Delta U = -W_{int} = -F_x \Delta x$$

- Άρα η ΔU είναι αρνητική όταν η $\vec{F}_x$ και η μετατόπιση $\vec{\Delta x}$ είναι προς την **ίδια** κατεύθυνση
 - $F_x \Delta x > 0 \Rightarrow -F_x \Delta x = \Delta U < 0$
- Αντίστοιχα, θα είναι θετική όταν η $\vec{F}_x$ και η μετατόπιση $\vec{\Delta x}$ είναι προς **αντίθετες** κατευθύνσεις
 - $F_x \Delta x < 0 \Rightarrow -F_x \Delta x = \Delta U > 0$
- Όταν ένα σώμα χαμηλώνει σε ένα βαρυτικό πεδίο
 - Σύστημα Γη-σώμα: εσωτερική δύναμη == δύναμη βαρύτητας
- Όταν ένα ελατήριο σπρώχνει ένα σώμα προς τη θέση ισορροπίας του
 - Σύστημα ελατήριο-σώμα: εσωτ. δύναμη == δύναμη ελατηρίου

Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρώντας ότι η μετατόπιση του σώματος Δx είναι απειροστά μικρή, μπορούμε να πούμε ότι και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ΔU είναι απειροστά μικρή

$$dU = -F_x dx$$

- Έτσι

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow U(x) = -\int F_x dx + U_i$$

- Η συνάρτηση $U(x)$ λέγεται **συνάρτηση δυναμικής ενέργειας**
- Η θέση όπου $F_x = 0$ λέγεται **θέση ισορροπίας**

Ενέργεια Συστήματος

• Ευσταθής ισορροπία (stable equilibrium)

- Ένα σύστημα λέγεται ευσταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας του
 - Παραδείγματα:
 - Σύστημα σώματος-ελατηρίου
 - Σύστημα μπίλιας-κυρτού μώλ-Γης

• Ασταθής ισορροπία (unstable equilibrium)

- Ένα σύστημα λέγεται ασταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που απομακρύνει περισσότερο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του
 - Παραδείγματα:
 - Σύστημα μολυβιού-Γης που ισορροπεί στη μύτη του επάνω σε μια επιφάνεια
 - Σύστημα μπάλας-Γης στην κορυφή ενός λόφου

• Ουδέτερη ισορροπία (neutral equilibrium)

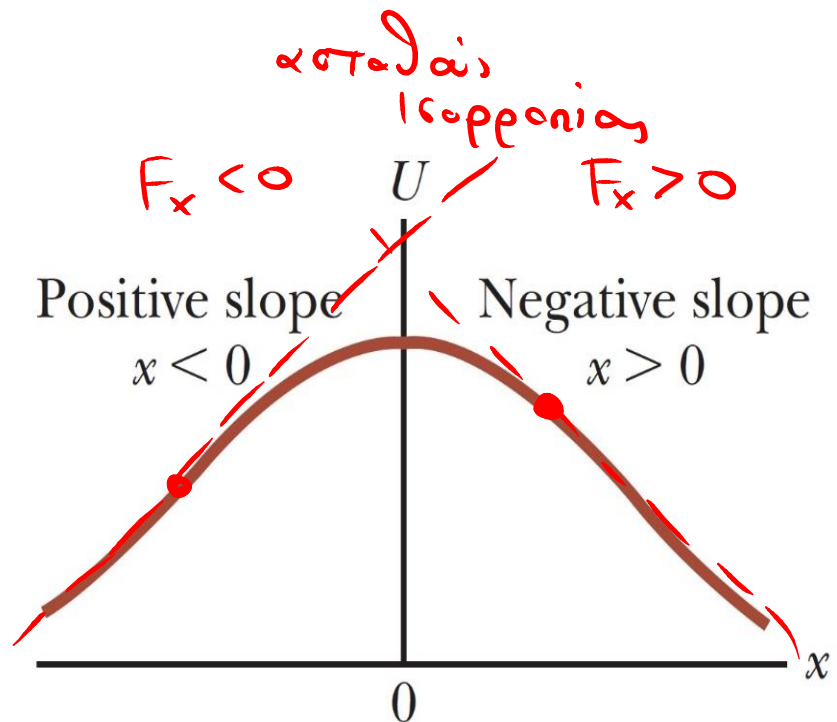
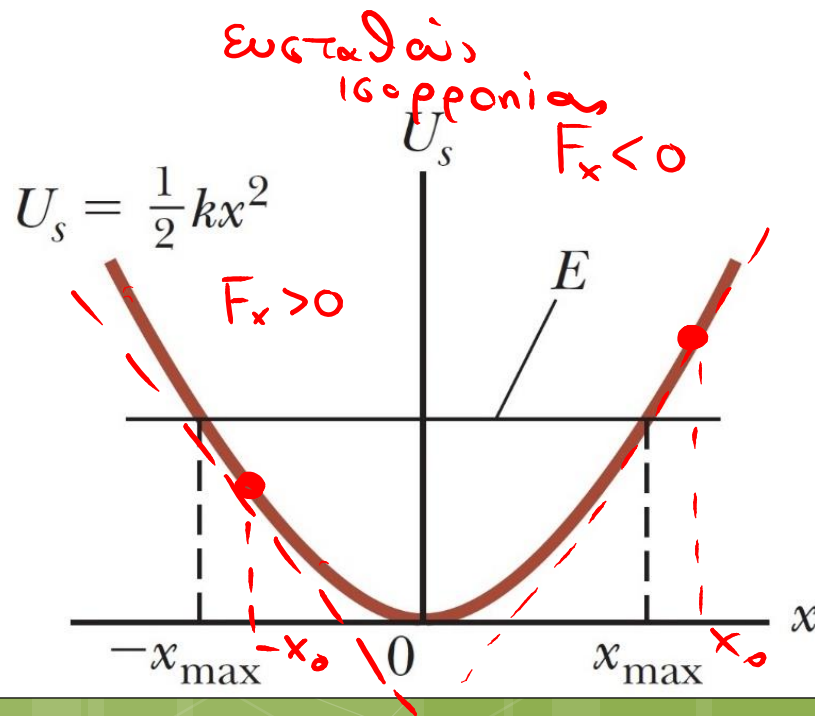
- Ένα σύστημα λέγεται ουδέτερης ισορροπίας αν η θέση ισορροπίας του δεν εξαρτάται από μετατοπίσεις από την αρχική του θέση, δηλ. όταν παραμένει στη νέα του θέση μετά από κάποια μετατόπιση χωρίς να επιστρέφει πίσω στην αρχική του θέση
 - Παράδειγμα:
 - Σύστημα μπάλας-οριζόντιου εδάφους
 - Σύστημα βιβλίου πλευρικά τοποθετημένου-οριζόντιου εδάφους

Ενέργεια Συστήματος

$$F_x = - \frac{dU}{dx}$$

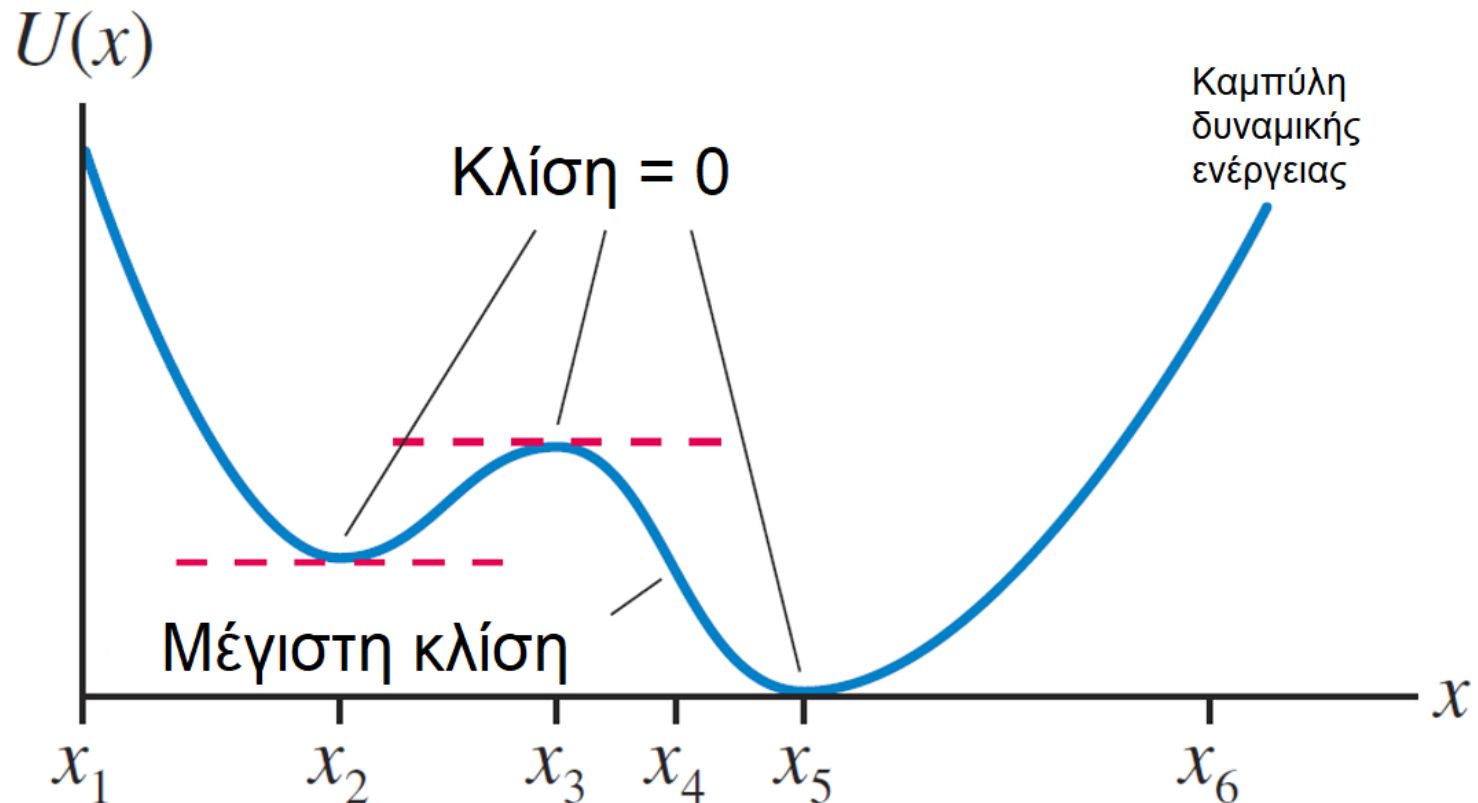
- Η κλίση $\frac{dU}{dx}$ μας πληροφορεί για την ευστάθεια ή αστάθεια ενός συστήματος

- Παραδείγματα:



Ενέργεια Συστήματος

- Ένα πραγματικό σύστημα μπορεί να έχει **περιοχές** ευσταθούς, ασταθούς, και ουδέτερης ισορροπίας

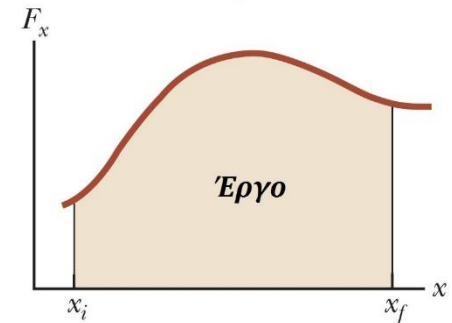


Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- Το έργο W που παράγεται σε σύστημα από δύναμη που ασκείται σε αυτό ορίζεται ως

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

- Έργο δύναμης μεταβ/νου μέτρου σε ευθεία γραμμή



- Έργο δύναμης ελατηρίου:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου

- Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο W_{ext} και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά το μέτρο της ταχύτητάς του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος:

$$K_f = K_i + W_{\text{ext}}$$

Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

$$U_g = mgy$$

- Ελαστική Δυναμική ενέργεια

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

- Εσωτερική ή θερμική ενέργεια

$$\Delta E_{int} = f_k \Delta x$$

- Συντηρητικές δυνάμεις:

1. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.
2. Το έργο που παράγεται σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

- Το έργο W_{int} που παράγεται από μια **συντηρητική δύναμη** σε ένα σώμα που είναι μέλος ενός συστήματος:

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U$$

Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- *Συνάρτηση δυναμικής ενέργειας:*

$$U(x) = - \int F_x dx + U_i, \quad F_x = - \frac{dU}{dx}$$

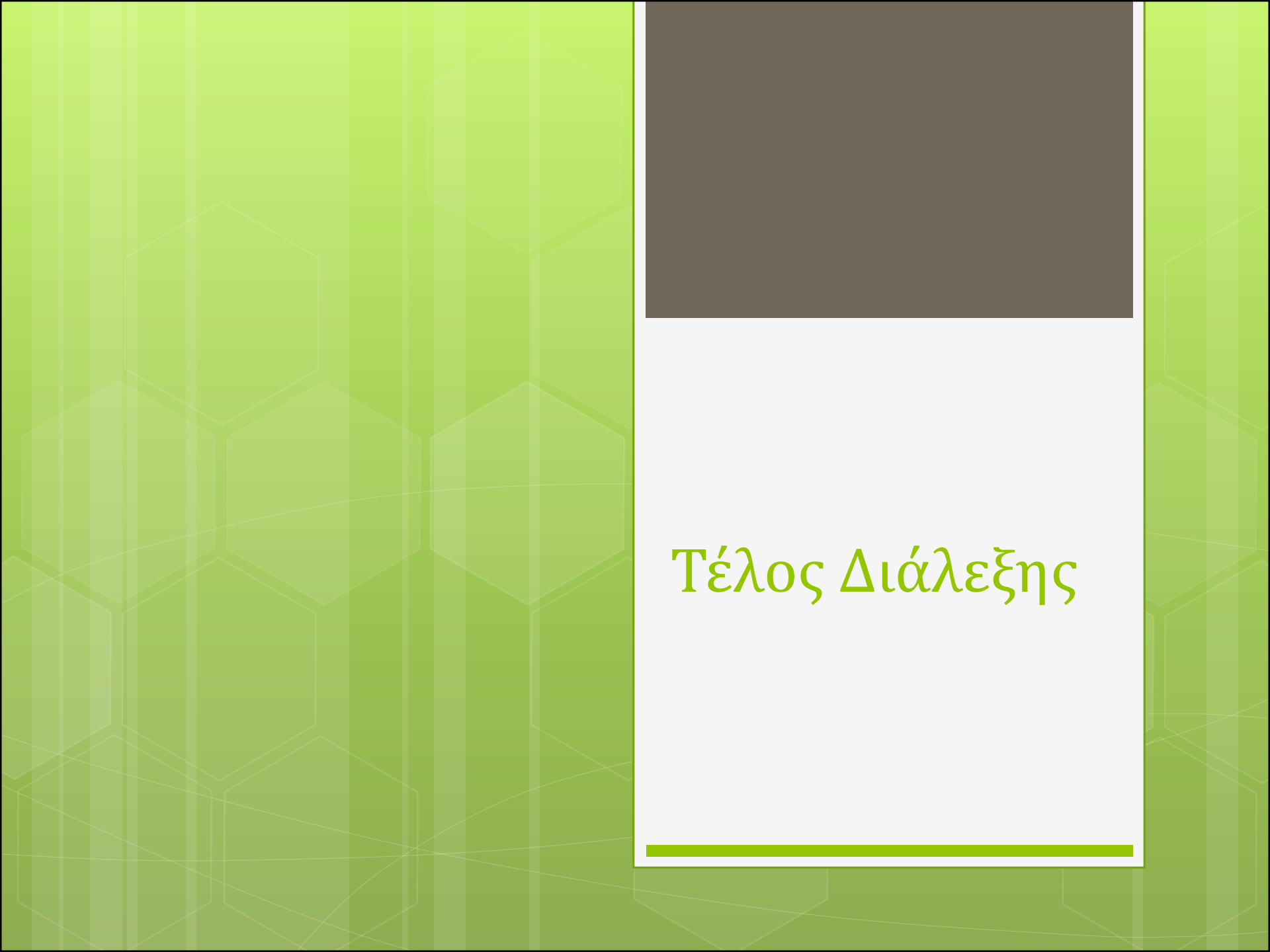
- Άθροισμα της κινητικής K και της δυναμικής ενέργειας U ενός συστήματος = **μηχανική ενέργεια** του συστήματος:

$$E_{mech} = K + U$$

- **Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ**

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

μόνο αν στο σύστημα δρουν συντηρητικές δυνάμεις!



Τέλος Διάλεξης