



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

- Με όσα έχουμε δει ως τώρα
 - Θέση
 - Ταχύτητα
 - Επιτάχυνση
 - Δύναμη
- και με αρχές όπως ο 2^{ος} νόμος του Newton, μπορούμε να λύσουμε πολλά προβλήματα...
- Στην πράξη, πολλές φορές αντιμετωπίζουμε δυσκολίες...
- Χρειαζόμαστε μια διαφορετική προσέγγιση, που θα κάνει τα προβλήματα πιο απλά...

Ενέργεια Συστήματος

- Οι έννοιες που θα συζητήσουμε ίσως σας ξενίσουν...
- Κάποιες άλλες ίσως σας φανούν οικείες, αλλά στη Φυσική απαιτείται λίγο μεγαλύτερη ακρίβεια...
- Ας ξεκινήσουμε με την έννοια της **ενέργειας**.
 - Ιδέες που έχουμε από την καθημερινότητά μας για την ενέργεια
 - Βενζίνη + πετρέλαιο για μεταφορές και θέρμανση
 - Ηλεκτρισμός για φωτισμό και συσκευές
 - Φαγητό για κατανάλωση

Ενέργεια Συστήματος

- Θα μας απασχολήσουν τρία είδη ενέργειας:

- Κινητική, Δυναμική, και Θερμική

Kinetic energy K



Η κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια της κίνησης. Όλα τα κινούμενα αντικείμενα έχουν κινητική ενέργεια. Όσο μεγαλύτερη μάζα ή όσο πιο γρήγορα κινείται ένα αντικείμενο, τόσο μεγαλύτερη η κινητική του ενέργεια.

Potential energy U



Η δυναμική ενέργεια είναι αποθηκευμένη ενέργεια που σχετίζεται με τη θέση ενός αντικειμένου. Το τρενάκι της εικόνας έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια που εξαρτάται από τη θέση του (ύψος) πάνω από το έδαφος.

Thermal energy E_{th}



Η θερμική ενέργεια είναι το άθροισμα όλων των μικροσκοπικών κινητικών και δυναμικών ενεργειών των ατόμων και δεσμών που συνιστούν ένα σώμα. Ένα σώμα έχει μεγαλύτερη θερμική ενέργεια όταν είναι ζεστό παρά όταν είναι κρύο.

Ενέργεια Συστήματος

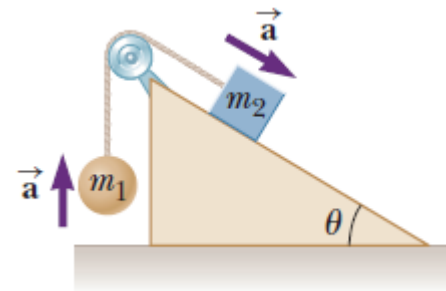
- Τα παραπάνω δεν αποτελούν ακριβή ορισμό της ενέργειας.
 - Γενικότερα, είναι δύσκολο να οριστεί με ακρίβεια
 - Είναι περισσότερο... «αφηρημένη» έννοια
 - Όμως κάθε διαδικασία στη φύση αφορά ενέργεια και μεταφορές/μετασχηματισμούς αυτής
- Ξεκινάμε τη συζήτηση θεωρώντας ένα νέο μοντέλο, το **σύστημα**
 - Αργότερα, θα μιλήσουμε για μοντέλα ανάλυσης ενός συστήματος
 - ...αντί ενός σώματος, που είχαμε ως τώρα
- Προς το παρόν, ας δούμε τι είναι ένα σύστημα και πώς σχετίζεται με την ενέργεια

Ενέργεια Συστήματος

- Όταν συζητάμε για ένα σύστημα, αγνοούμε τι συμβαίνει εκτός συστήματος
- Πρώτο βήμα είναι η **αναγνώριση** του συστήματος
- Συστήματα μπορεί να είναι:
 - Ένα απλό σώμα ή αντικείμενο
 - Πολλά σώματα ή αντικείμενα
 - Μια περιοχή του χώρου
 - Κάτι που αλλάζει σχήμα και μέγεθος

Ενέργεια Συστήματος

- Ανεξαρτήτως του συστήματος που επιλέγουμε πάντα υπάρχει το **όριο/σύνορο συστήματος**:
 - Μια φανταστική επιφάνεια που χωρίζει το σύστημα με το περιβάλλον του
 - Παράδειγμα:
 - Σύστημα == μπάλα
 - Επιφάνεια σπόγγου == σύνορο συστήματος
 - Η δύναμη (μέσω του χεριού) είναι μια επιρροή στο σύστημα από το περιβάλλον του, η οποία ασκείται επάνω στο σύνορο του συστήματος
 - Παράδειγμα:
 - Σύστημα == σώματα + σχοινί
 - Οι δυνάμεις από το σχοινί επάνω στα σώματα είναι εσωτερικές, και δεν ανήκουν στο περιβάλλον του



Ενέργεια Συστήματος

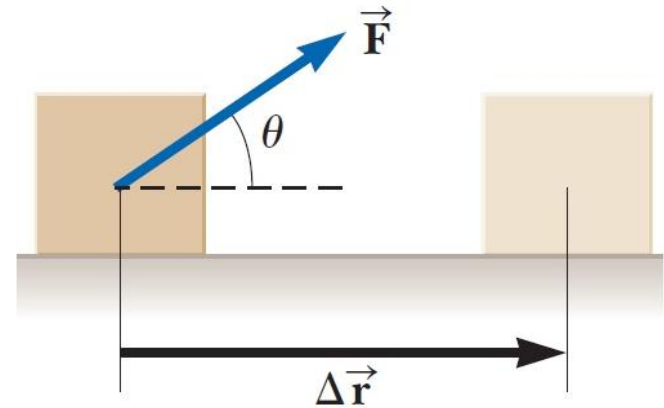


- Αναγνωρίζουμε το σύστημα: σπόγγος
- Ερώτημα: πόσο αποτελεσματικοί είμαστε με τη δύναμη που βάζουμε (όμοια σε μέτρο σε όλες τις περιπτώσεις) στο να κινήσουμε το σπόγγο;
- Σε ποια περίπτωση τα καταφέρνουμε καλύτερα;
 - Μέτρο δύναμης – Κατεύθυνση – Μετατόπιση

Ενέργεια Συστήματος

- Ας θεωρήσουμε ένα απλό παράδειγμα

- Ένα σώμα (σύστημα) που μετατοπίζεται σε ευθεία γραμμή από μια σταθερή δύναμη που του ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο



- Το **έργο W** που παράγεται στο σύστημα από τη δύναμη που ασκείται εξωτερικά στο σύστημα ορίζεται ως
 - το γινόμενο του μέτρου της σταθερής **δύναμης F** , του μέτρου της **μετατόπισης Δr** του σημείου εφαρμογής της δύναμης, και του **συνημιτόνου της γωνίας θ** ανάμεσα στα δυο προηγούμενα:

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

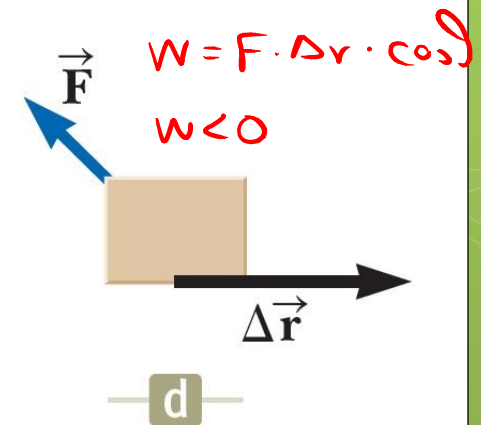
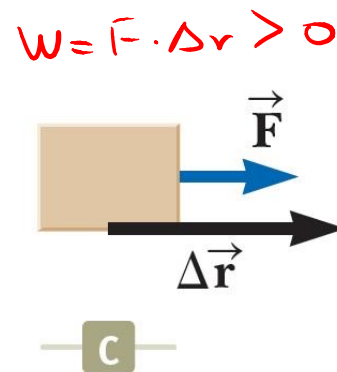
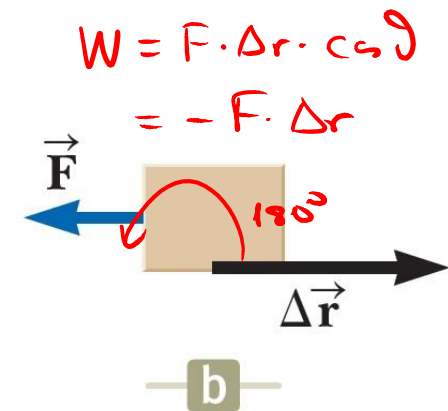
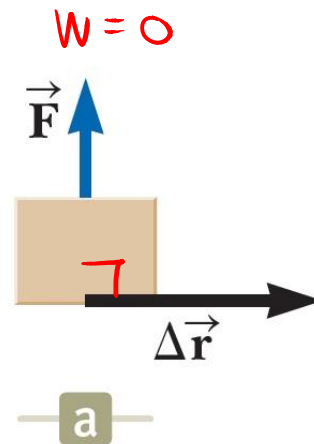
Ενέργεια Συστήματος

- Διακρίνετε τη διαφορά με την «κοινή» αίσθησή σας για το έργο;
- Κρατήστε μια βαριά μπάλα στο ύψος των ώμων για 2'
- Στο τέλος, θα έχετε κουραστεί και θα θεωρείτε ότι «παράξατε αρκετό έργο» επάνω στην μπάλα
- Η αλήθεια είναι ότι ο ορισμός που μόλις είδαμε θα σας πει ότι $W = 0!$
 - Γιατί απλά υποστηρίζατε την μπάλα, δεν τη μετακινήσατε
- Επίσης, δείτε ξανά την (c) εικόνα με το σπόγγο.

Ενέργεια Συστήματος

- **Quiz:** Κατατάξτε τις παρακάτω περιπτώσεις σε αύξουσα τιμή έργου

c
↑
a
↑
d
↑
b



Ενέργεια Συστήματος

- Μονάδα μέτρησης έργου

$$N \cdot m = J \text{ (Joule)}$$

- Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι

έργο == μεταφορά ενέργειας

- Αν W είναι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα, τότε
 - Έργο θετικό → Μεταφορά ενέργειας προς το σύστημα
 - Έργο αρνητικό → Μεταφορά ενέργειας από το σύστημα

Ενέργεια Συστήματος

- Η μαθηματική έκφραση

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

μοιάζει περίεργη...

- Προκύπτει από το μαθηματικό εργαλείο που λέγεται

εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

- Έστω δυο διανύσματα $\vec{A}, \vec{B}$. Το εσωτερικό τους γινόμενο είναι μια βαθμωτή ποσότητα (= αριθμός) που ισούται με

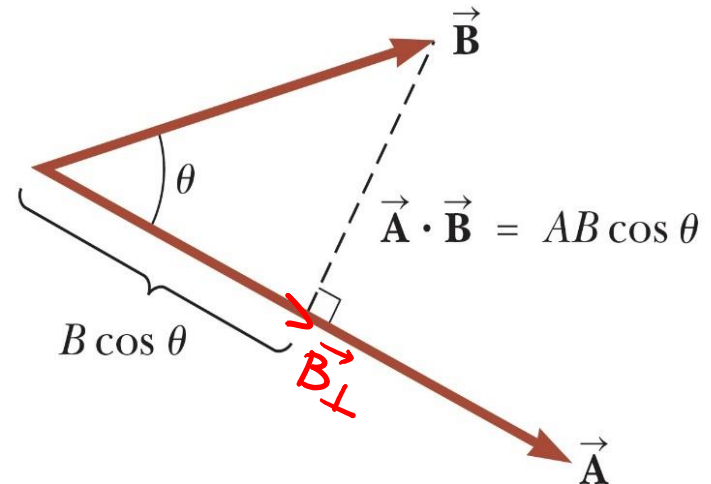
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta)$$

- Άρα το έργο W μπορεί να γραφεί ως $\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$!

Ενέργεια Συστήματος

- Ας πούμε λίγα για το εσωτερικό γινόμενο

- Προσέξτε ότι $B \cos(\theta)$ είναι το μέτρο της προβολής του $\vec{B}$ στο $\vec{A}$!



- Άρα το εσωτερικό γινόμενο ισούται με το μέτρο του $\vec{A}$ επί το μέτρο της προβολής του $\vec{B}$ στο $\vec{A}$!

Ενέργεια Συστήματος

- Αντιμεταθετικότητα

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

- Επιμεριστικότητα

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

- Ειδικές περιπτώσεις

- $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

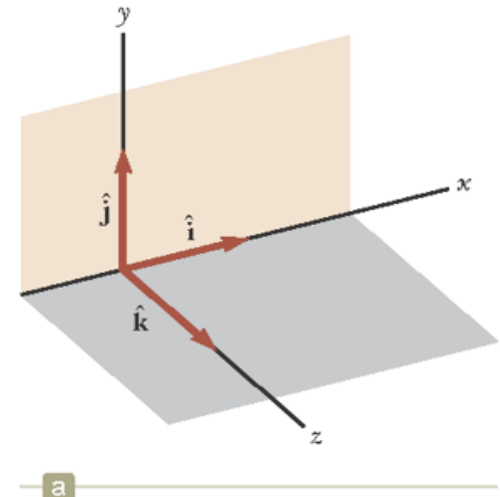
- $\vec{A} \uparrow\uparrow \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|$

- $\vec{A} \uparrow\downarrow \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = -|\vec{A}||\vec{B}|$

Ενέργεια Συστήματος

- Μοναδιαία διανύσματα $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$
 - Ορίζουν ένα 3Δ σύστημα συντεταγμένων
- Εύκολα αποδεικνύεται (do it! ☺) ότι

$$\begin{aligned}\hat{i} \cdot \hat{i} &= \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \\ \hat{i} \cdot \hat{j} &= \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0\end{aligned}$$



- Για $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$, $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$,
έχουμε

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα

- ◉ Έστω δυο διανύσματα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ τέτοια ώστε

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \text{ και } \vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j}.$$

A) Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο τους

B) Βρείτε τη γωνία θ μεταξύ τους

Ενέργεια Συστήματος

• Παράδειγμα

- Έστω δυο διανύσματα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ τέτοια ώστε

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \text{ και } \vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j}.$$

A) Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο τους

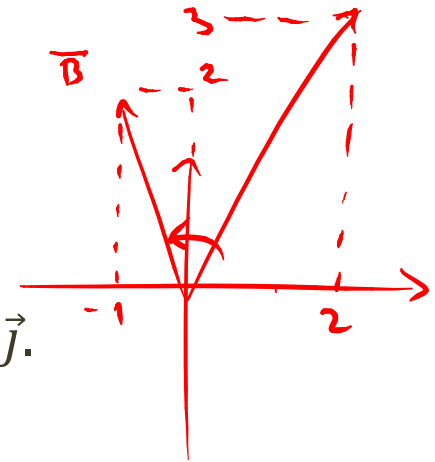
$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (-\vec{i} + 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} \cdot (-\vec{i}) + 4\vec{i} \cdot \vec{j} + 3\vec{j} \cdot (-\vec{i}) + 6\vec{j} \cdot \vec{j} \\ &= \underbrace{-2\vec{i} \cdot \vec{i}}_1 + \underbrace{4\vec{i} \cdot \vec{j}}_0 - \underbrace{3\vec{j} \cdot \vec{i}}_0 + \underbrace{6\vec{j} \cdot \vec{j}}_1 = -2 + 6 = 4\end{aligned}$$

Ενέργεια Συστήματος

● Παράδειγμα

- Έστω δυο διανύσματα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ τέτοια ώστε
 $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ και $\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

B) Βρείτε τη γωνία θ μεταξύ τους



$$\equiv \text{έραφε ότι } \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} =$$

$$= \frac{4}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{4}{\sqrt{65}} \right) \approx 60.3^\circ$$

Ενέργεια Συστήματος

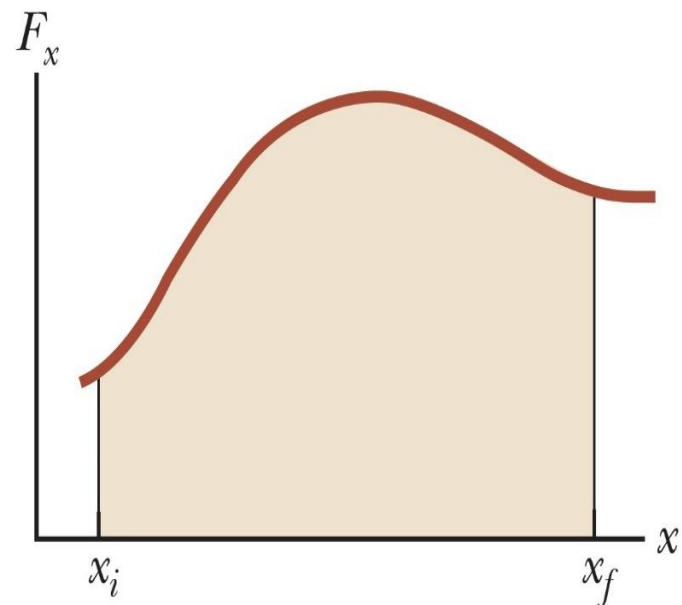
◉ Παράδειγμα

- ◉ Ένα σωματίδιο στο xy επίπεδο υπόκειται σε μετατόπιση $\Delta\vec{r} = 2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}$ m λόγω μιας σταθερής δύναμης $\vec{F} = 5.0\hat{i} + 2.0\hat{j}$ N που ασκείται στο σωματίδιο. Βρείτε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο.

Είναι
$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (5\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= 10\vec{i} \cdot \vec{i} + 4\vec{i} \cdot \vec{j} + 15\vec{j} \cdot \vec{i} + 6\vec{j} \cdot \vec{j} \\ &= 16 \text{ J} \end{aligned}$$

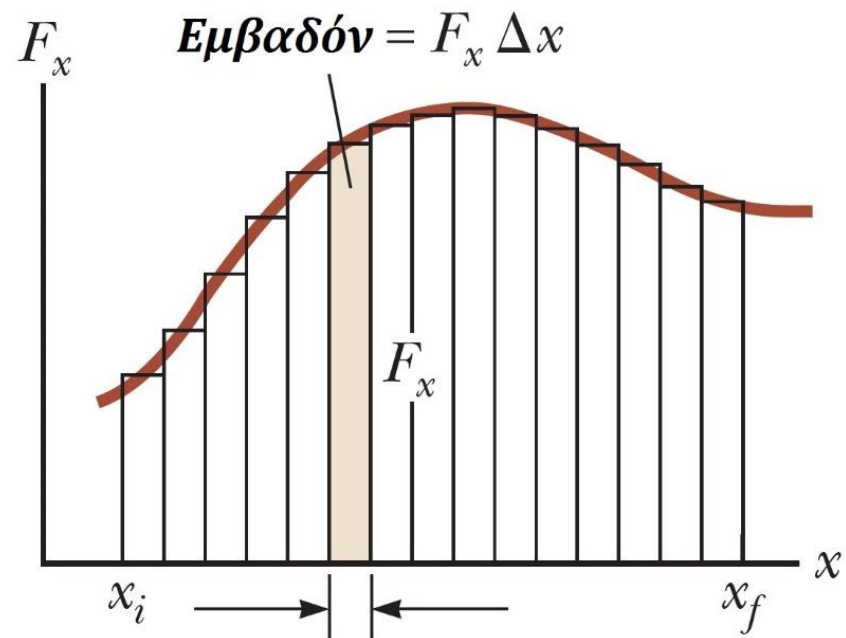
Ενέργεια Συστήματος

- Συζητάμε τόση ώρα για έργο υπό σταθερή δύναμη
 - Τι γίνεται όταν η δύναμη είναι μεταβαλλόμενη αλλά η κίνηση εξακολουθεί να είναι ευθύγραμμη;
 - Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που είδαμε!
- Παράδειγμα:
 - Η x -συνιστώσα της δύναμης μεταβάλλεται κατά την κίνηση



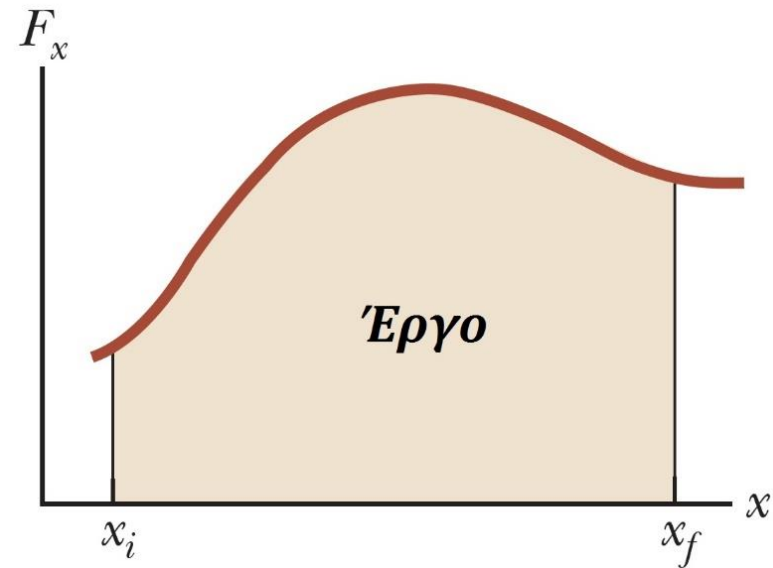
Ενέργεια Συστήματος

- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για απειροστά μικρά διαστήματα Δx) σταθερή!
- Παράδειγμα:
 - Χωρίζουμε το διάστημα σε μικρά διαστήματα Δx .
 - Σε κάθε τέτοιο διάστημα έχουμε έργο W_j , που ισούται με το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλογράμμου.



Ενέργεια Συστήματος

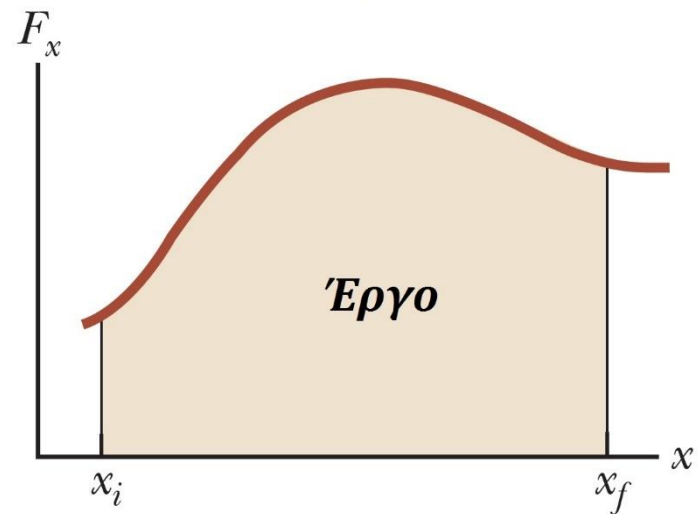
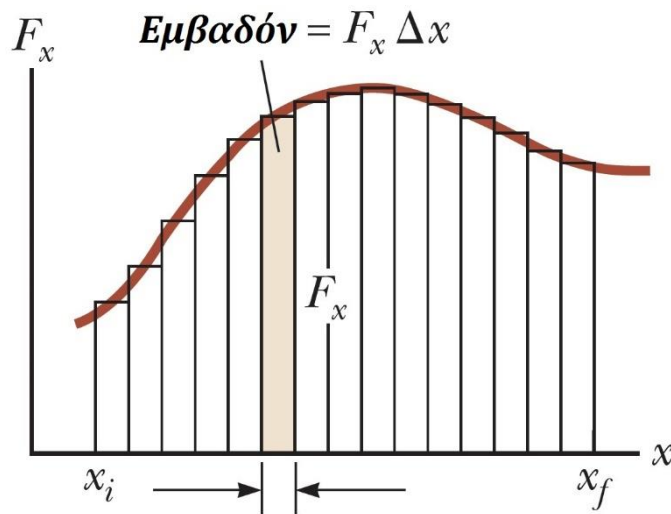
- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για απειροστά μικρά διαστήματα Δx) σταθερή!
- Παράδειγμα:
 - Το συνολικό έργο είναι $\sum_j W_j$
 - Όταν τα διαστήματα γίνονται απειροστά μικρά ($\Delta x \rightarrow 0$), τότε το συνολικό έργο ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη!



Ενέργεια Συστήματος

- Με μαθηματικά,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

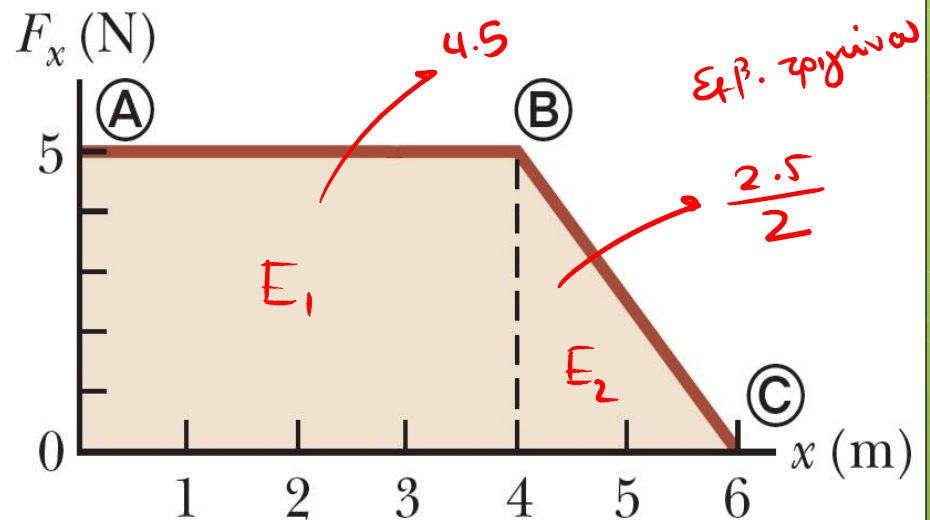


Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα

- ◉ Μια δύναμη ασκείται σε ένα σωματίδιο, η οποία μεταβάλλεται με την απόσταση, όπως στο Σχήμα. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο όταν αυτό κινείται από $x=0$ ως $x=6$ cm.

$$\begin{aligned} W_a &= E_1 + E_2 \\ &= 4.5 + \frac{2.5}{2} \\ &= 20 + 5 \\ &= 25 \text{ J} \end{aligned}$$



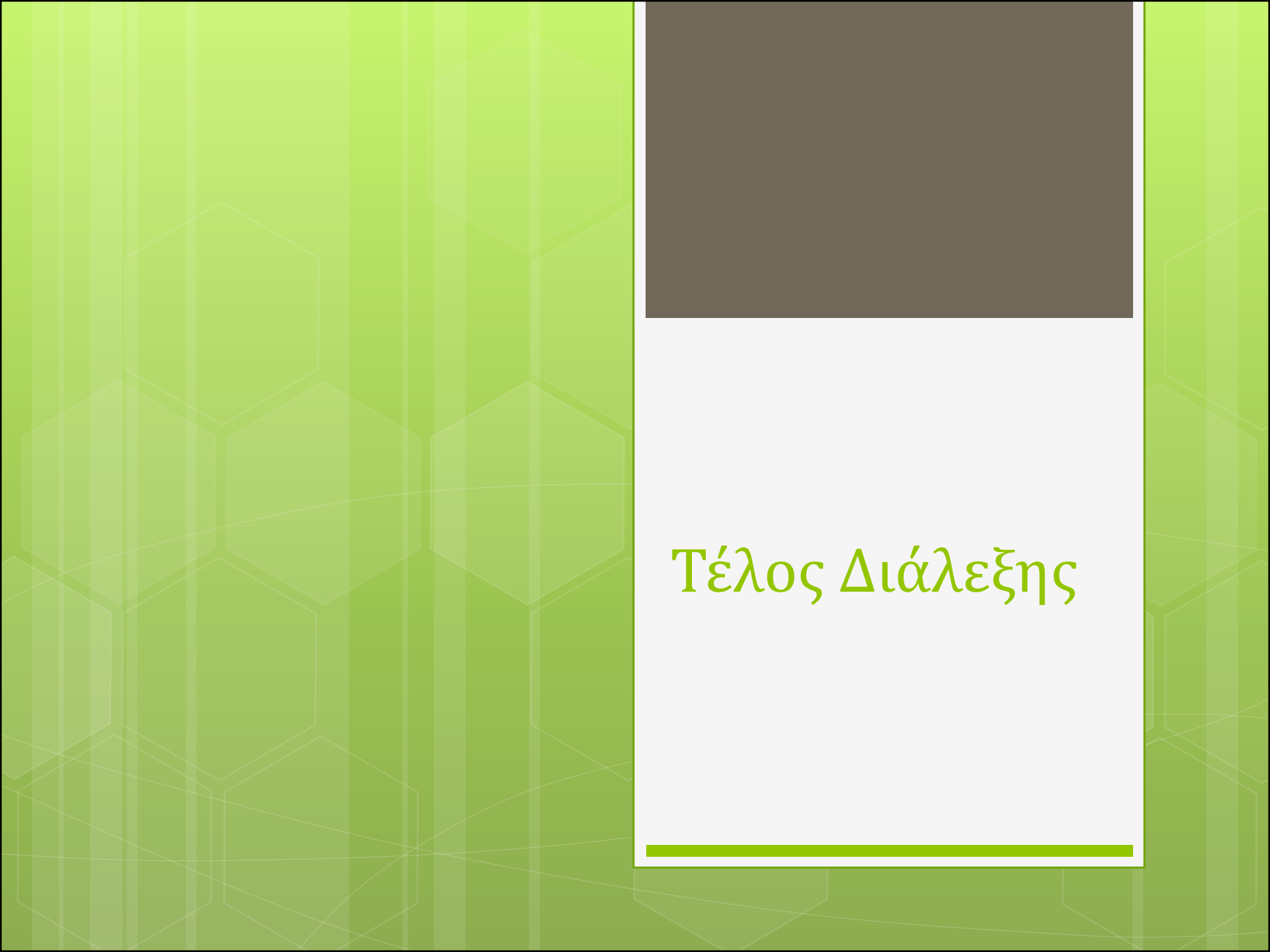
Ενέργεια Συστήματος

- Για τη γενική περίπτωση όπου η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μεταβλητή σε μέτρο ή/και κατεύθυνση, και η μετατόπιση δεν ακολουθεί ευθεία γραμμή, χρησιμοποιούμε το εσωτερικό γινόμενο:

$$W_{ολ,εξωτ.} = \sum W = \int \left(\sum \vec{F} \right) \cdot d\vec{r}$$

όπου το ολοκλήρωμα υπολογίζεται για ολόκληρο το μήκος της τροχιάς που ακολουθεί το σωματίδιο στο χώρο

- Δε θα μας απασχολήσει αυτή η περίπτωση



Τέλος Διάλεξης