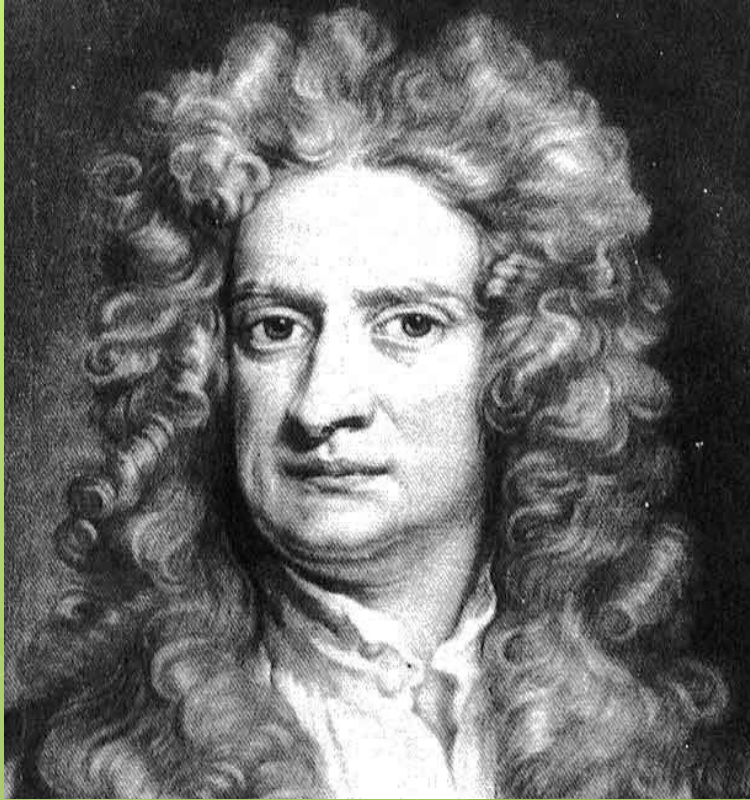


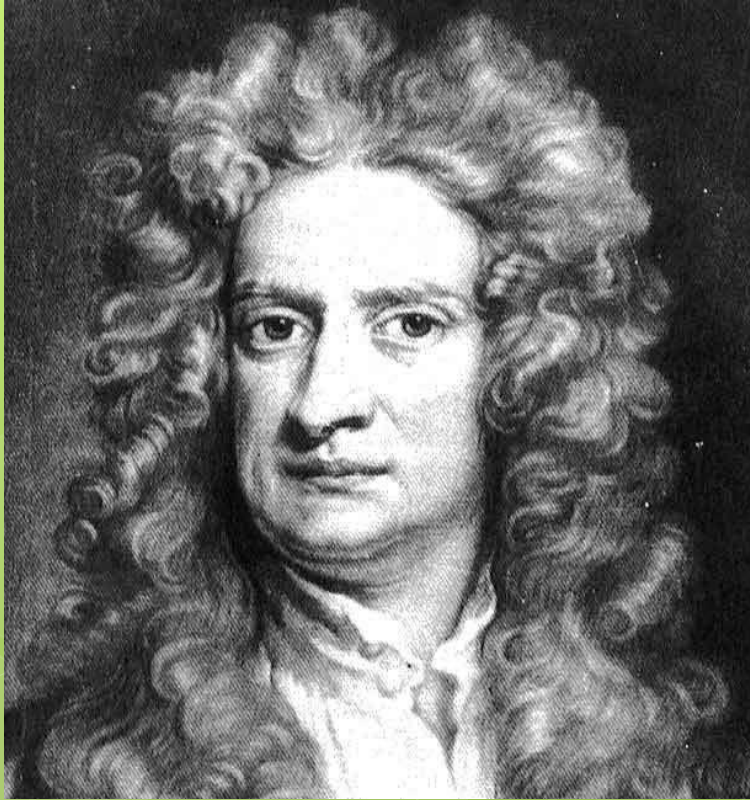


Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης

Επανάληψη...

- **Αδρανειακό σύστημα αναφοράς**

- Σύστημα όπου αν ένα σώμα δεν αλληλεπιδρά με άλλα, τότε έχει μηδενική επιτάχυνση

- **Δύναμη**

- Αίτιο που προκαλεί **μεταβολή** στην κινητική κατάσταση ενός αντικειμένου

- **Νόμοι Newton:**

- **1^{ος}:** Απουσία εξωτερικής δύναμης και παρουσία αδρανειακού συστήματος αναφοράς, ένα σώμα σε ηρεμία παραμένει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται ομαλά, διατηρεί αυτήν του την κίνηση.
- **2^{ος}:** Η επιτάχυνση ενός σώματος είναι ανάλογη της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του.
- **3^{ος}:** Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη που ασκείται στο πρώτο από το δεύτερο σώμα έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση με τη δύναμη που ασκείται από το δεύτερο στο πρώτο σώμα.

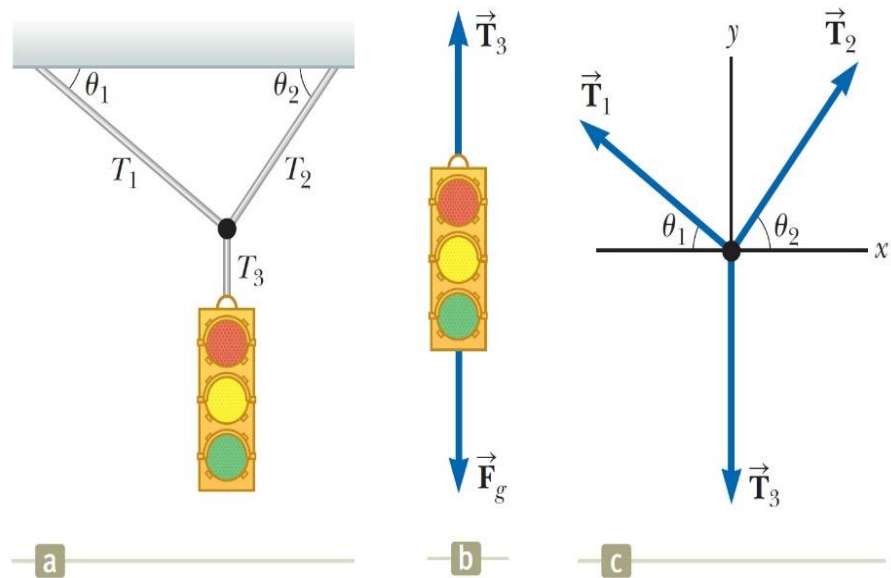
- **Ανάλυση σε συνιστώσες!!**

Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα

Ένα φανάρι με βάρος 122 N κρέμεται από ένα καλώδιο, που κρέμεται από άλλα δυο καλώδια, όπως στο Σχήμα.

Οι γωνίες θ_1 , θ_2 είναι ίσες με 37 και 53 μοίρες, αντίστοιχα. Τα πάνω καλώδια σπάνε αν δεχθούν δύναμη μεγαλύτερη από 100 N . Μπορεί να συμβεί αυτό;



Οι Νόμοι της Κίνησης

Παράδειγμα - Λύση

Δίνονται: $\cos(37) = 0.8$, $\sin(37) = 0.6$
 $\cos(53) = 0.6$, $\sin(53) = 0.8$

Το φανάρι ισορροπεί όταν το δέσουμε στο οχείνι, οπότε στη διάταξη Α):

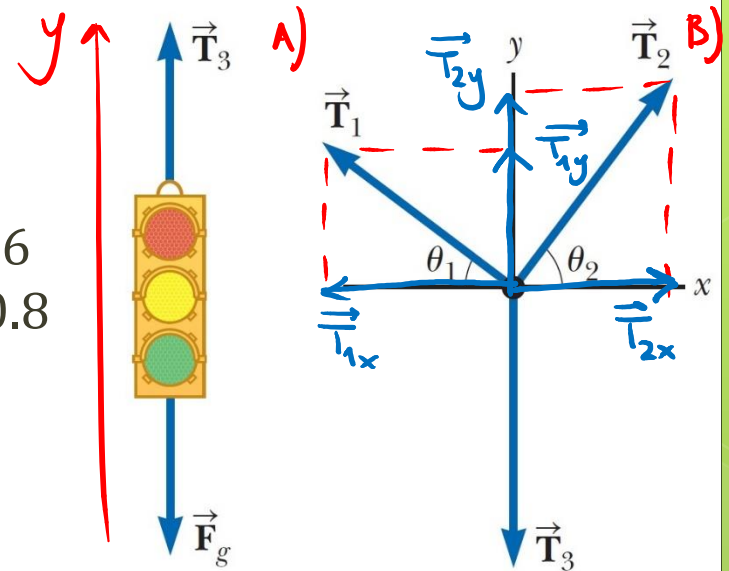
Στην άξονα y : $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_3 + \vec{F}_g = \vec{0}$

Άρα $T_3 - F_g = 0 \Rightarrow \boxed{T_3 = F_g = 122 \text{ N}} \quad (1)$

Στη διάταξη Β), έχουμε δυο άξονες, x, y . Αναλύοντας τις δυνάμεις σε συνιστώσες, έχουμε:

x -άξονα: $\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = \vec{0} \Rightarrow T_{2x} - T_{1x} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 \cdot \cos \theta_2 - T_1 \cdot \cos \theta_1 = 0 \Rightarrow T_2 \cdot \cos 53^\circ - T_1 \cdot \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow$



$$\cos \theta_2 = \frac{T_2}{T_{2x}}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

Παράδειγμα - Λύση

Δίνονται: $\cos(37) = 0.8, \sin(37) = 0.6$
 $\cos(53) = 0.6, \sin(53) = 0.8$

$$\Rightarrow T_2 \cdot 0.6 - T_1 \cdot 0.8 = 0 \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{3}{4} T_2} \quad (2)$$

$$\text{Στα } y\text{-άξονα: } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T}_{2y} + \vec{T}_{1y} + \vec{T}_3 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow T_{2y} + T_{1y} - T_3 = 0 \Rightarrow T_3 = T_{1y} + T_{2y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3 = T_1 \cdot \sin \theta_1 + T_2 \cdot \sin \theta_2 = T_1 \cdot \sin 37^\circ + T_2 \cdot \sin 53^\circ =$$

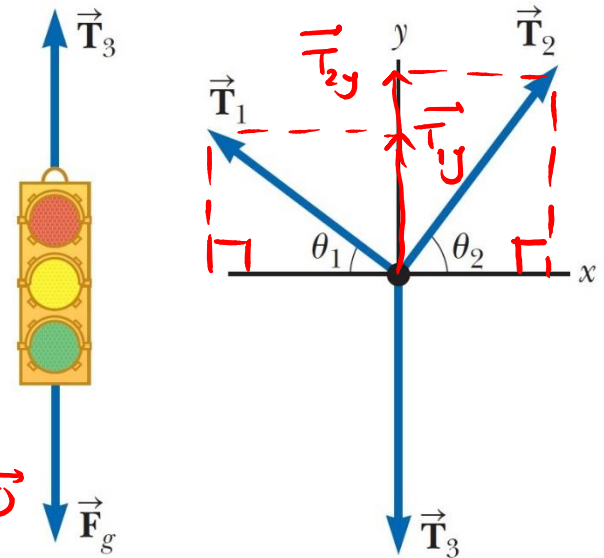
$$= T_1 \cdot 0.6 + T_2 \cdot 0.8 \Rightarrow \boxed{T_3 = 0.6 T_1 + 0.8 T_2 \stackrel{(1)}{=} 122 \text{ N}} \quad (3)$$

Δίνοντας τα εώστηα (2), (3), έχουμε ότι:

$$T_1 = 73.4 \text{ N} < 100 \text{ N}$$

$$T_2 = 97.4 \text{ N} < 100 \text{ N}$$

Άρα δεν θα σπάσουν τα σχοινιά.



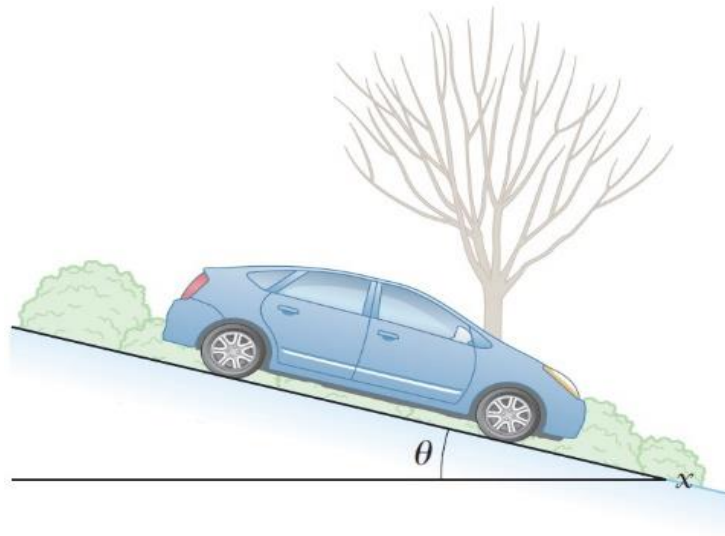
Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα

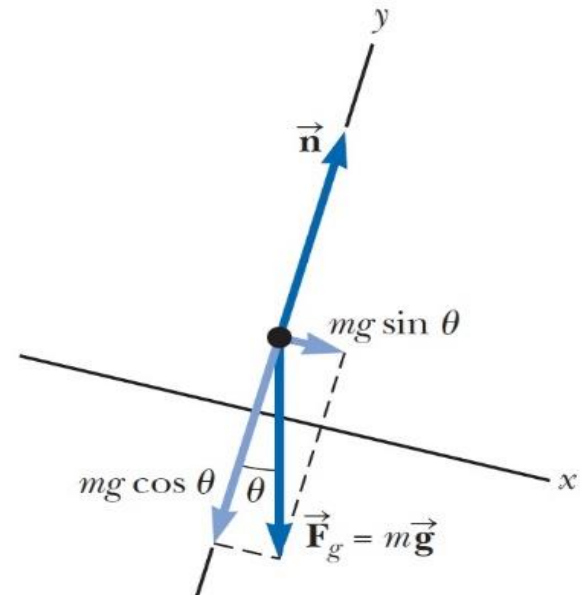
Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

A) Βρείτε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

B) Αν το αυτοκίνητο αφεθεί από την κορυφή του κεκλιμένου, που απέχει απόσταση d από το τέρμα του κεκλιμένου, πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτάσει στο τέρμα του κεκλιμένου, και ποια η ταχύτητά του όταν φτάνει εκεί;



a



b

Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα - Λύση

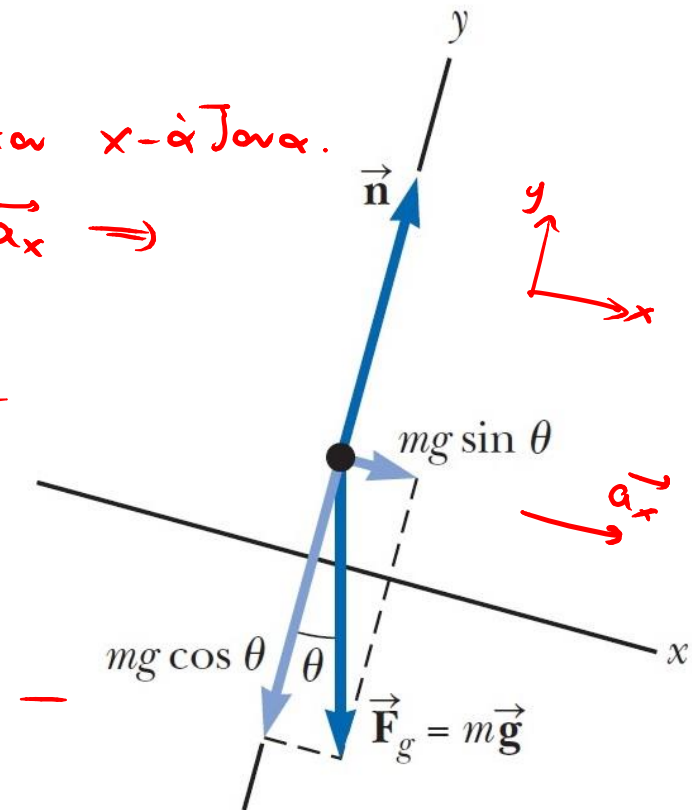
Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

A) Βρείτε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

Προφανώς, το όχημα επιταχύνεται στον x -άξονα.

$$\text{Άρα } \Sigma \vec{F}_x = m \vec{a}_x \Leftrightarrow m \vec{g} \cdot \sin \theta = m \vec{a}_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g \sin \theta = \cancel{m} a_x \Rightarrow \boxed{a_x = g \sin \theta}$$



Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα - Λύση

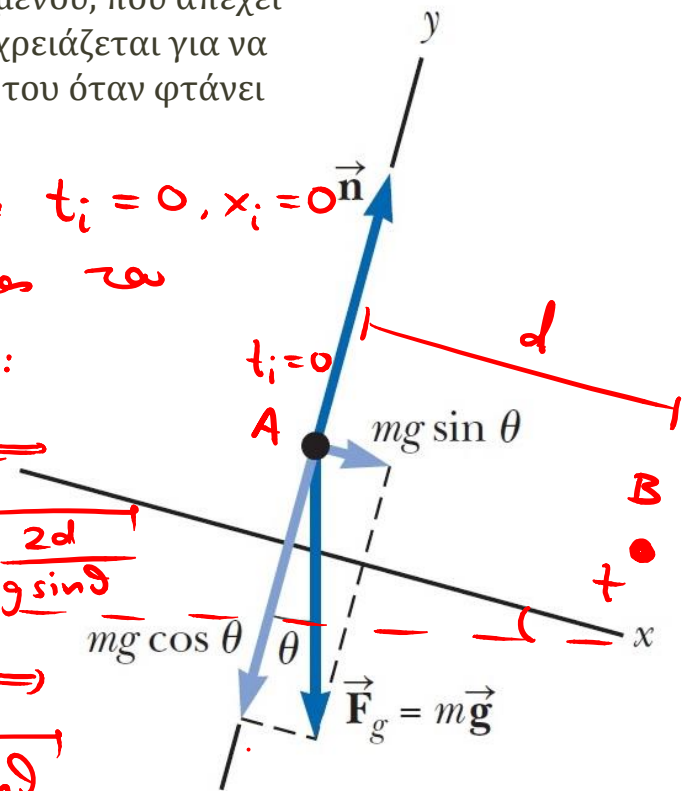
Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

B) Αν το αυτοκίνητο αφεθεί από την κορυφή του κεκλιμένου, που απέχει απόσταση d από το τέρμα του κεκλιμένου, πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτάσει στο τέρμα του κεκλιμένου, και ποια η ταχύτητά του όταν φτάνει εκεί;

Έστω A η κορυφή του κεκλιμένου και $t_i = 0, x_i = 0$ εκεί. Έστω B η θέση του τέρματος του κεκλιμένου και $x_f = d$ εκεί. Είναι:

$$\begin{aligned} x_f &= x_i + u_{x_i} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 = \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow d &= \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2d}{g \sin \theta} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} \end{aligned}$$

Επίσης, για την ταχύτητα: $u_f = u_i + a_x t \Rightarrow$
 $\Rightarrow u_f = 0 + g \sin \theta \cdot \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} \Rightarrow u_f = \sqrt{2dg \sin \theta}.$



Οι Νόμοι της Κίνησης

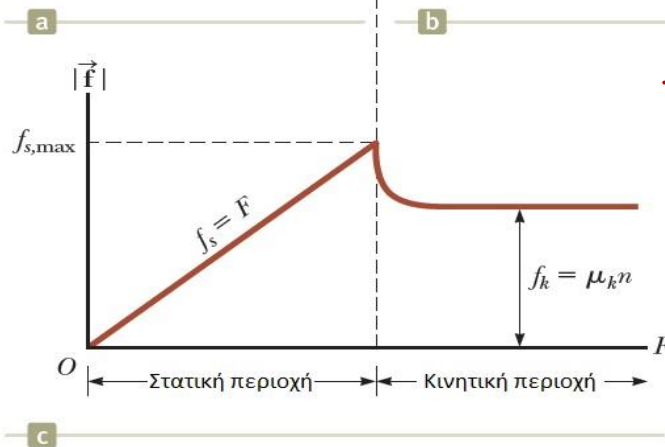
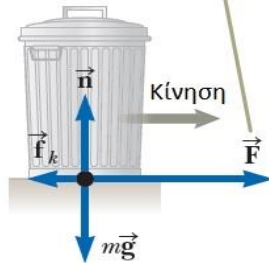
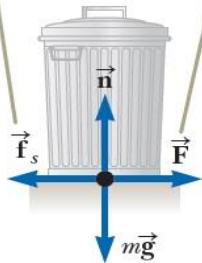
◉ Δυνάμεις Τριβής

- ◉ Ως τώρα, τις αγνοήσαμε
- ◉ Πολύ σημαντικές (είναι ο λόγος που περπατάμε, που τα αυτοκίνητα κινούνται, κλπ)
- ◉ Τριβή είναι η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός σώματος που εφάπτεται σε επιφάνεια
- ◉ Πολλά είδη τριβής
 - ◉ Στατική τριβή, τριβή ολίσθησης, τριβή ρευστών, κ.α.
- ◉ Στη Κίνηση Σωμάτων, μας ενδιαφέρουν κυρίως οι:
 - ◉ Στατική τριβή
 - ◉ Τριβή ολισθήσεως

Οι Νόμοι της Κίνησης

Για μια μικρή δύναμη που εφαρμόζεται στον κάδο, το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής ισούται με το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Όταν το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης υπερβεί το μέτρο της μέγιστης δύναμης της στατικής τριβής, ο κάδος απελευθερώνεται και επιταχύνεται προς τα δεξιά.



◉ Στατική Τριβή

- ◉ Δύναμη f_s που αντιστέκεται στην κίνηση και στη δύναμη που την προκαλεί

◉ Τριβή Ολίσθησης

- ◉ Δύναμη τριβής f_k για ένα αντικείμενο σε κίνηση

Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παρατηρήσεις

- Το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής f_s ανάμεσα σε δυο επιφάνειες σε επαφή μπορεί να πάρει τιμές

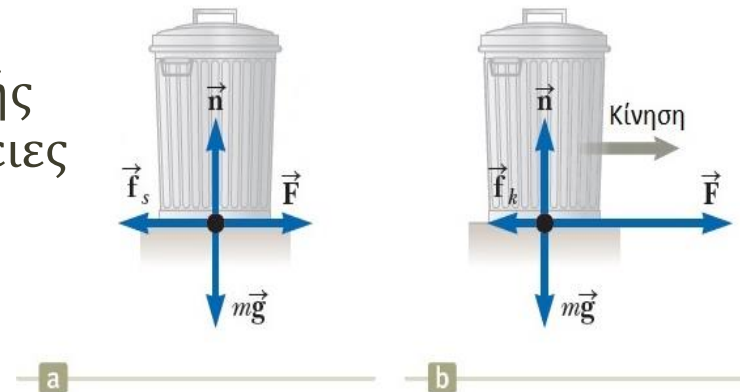
$$f_s \leq \mu_s n$$

όπου η σταθερά μ_s λέγεται **συντελεστής στατικής τριβής**, και n είναι το μέτρο της δύναμης που ασκείται από τη μια επιφάνεια στην άλλη.

- Το μέτρο της δύναμης της τριβής ολίσθησης ανάμεσα σε δυο επιφάνειες ισούται με

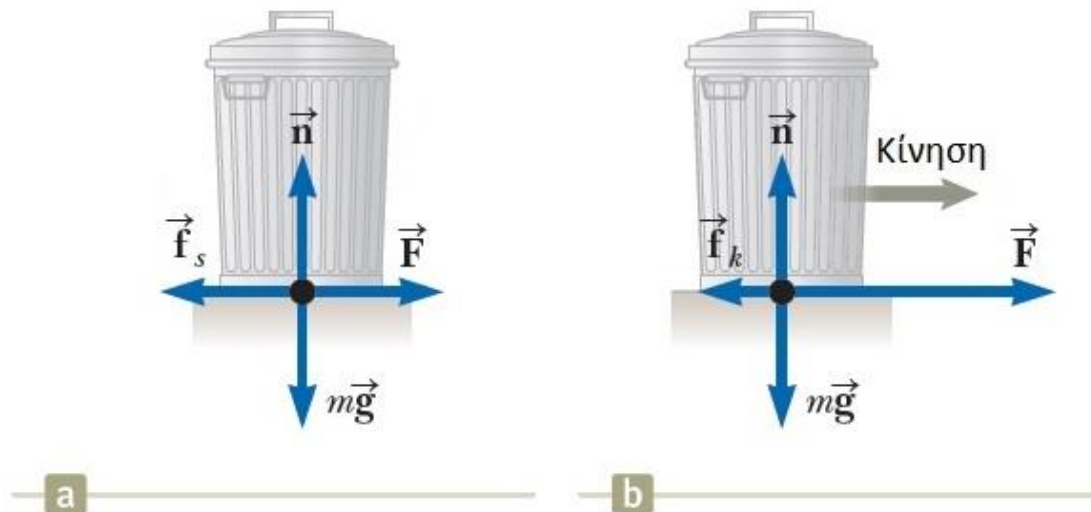
$$f_k = \mu_k n$$

όπου η σταθερά μ_k λέγεται **συντελεστής τριβής ολίσθησης**. Θα τη θεωρούμε σταθερή.



Οι Νόμοι της Κίνησης

- Οι τιμές των συντελεστών εξαρτώνται από το είδος της επιφάνειας.
- Η **διεύθυνση** της δύναμης τριβής είναι πάντα **παράλληλη με την επιφάνεια** στην οποία εφάπτεται το σώμα, και η **φορά** της πάντα **αντίθετη** στην κίνηση σε σχέση με την επιφάνεια.



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα

- Θεωρούμε ακίνητο σώμα τοποθετημένο σε επιφάνεια με τριβές υπό γωνία θ . Αυξάνουμε τη γωνία θ μέχρι το σώμα να ολισθήσει. Δείξτε ότι μπορείτε να βρείτε την μ_s μετρώντας την κρίσιμη γωνία θ_c στην οποία το σώμα μόλις αρχίζει να ολισθαίνει.

Το σώμα ισορροπεί και στις δύο άξονες.

Άρα στα x -άξονα: $\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow$

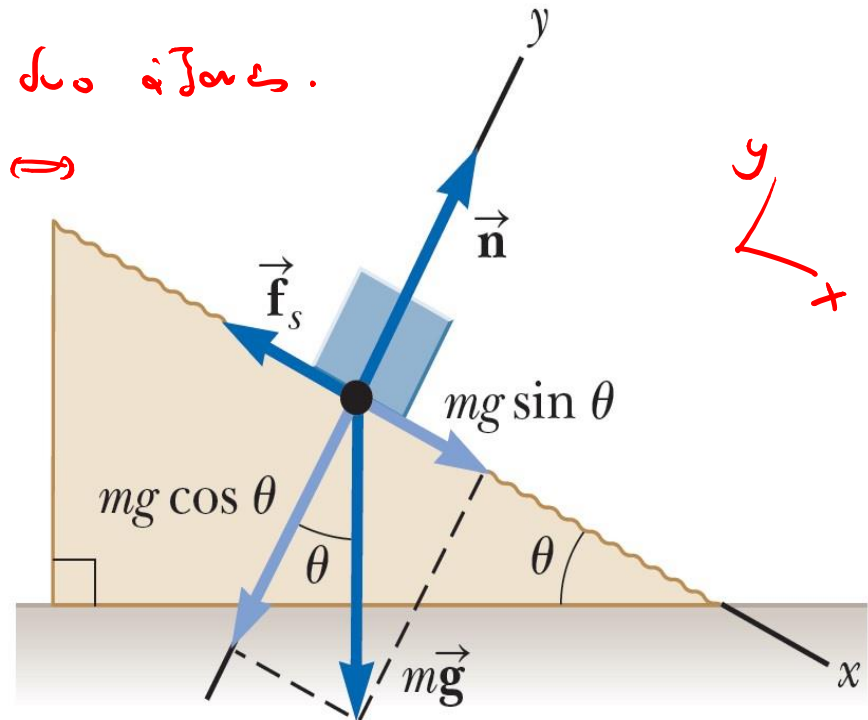
$$\Rightarrow \vec{f}_s + m\vec{g} \cdot \sin \theta = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{mg \sin \theta = f_s = \mu_s n} \quad \textcircled{1}$$

Στα y -άξονα, $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{n} + m\vec{g} \cos \theta = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{n = mg \cos \theta} \quad \textcircled{2}$$



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα – Λύση

Από ①, ② έχουμε:

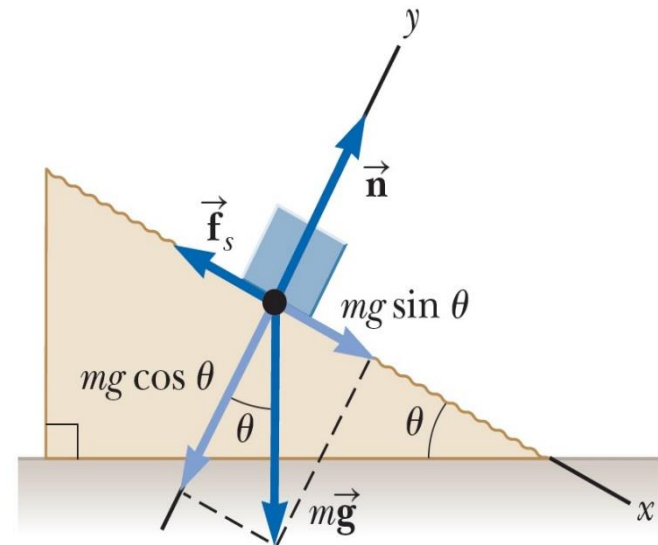
$$\cancel{mg} \sin \theta = \mu_s \cdot \cancel{mg} \cos \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \mu_s \cdot \cos \theta \quad : \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \mu_s \Rightarrow \boxed{\mu_s = \tan \theta}$$

Όταν $\theta = \theta_c$, τότε πρέπει να

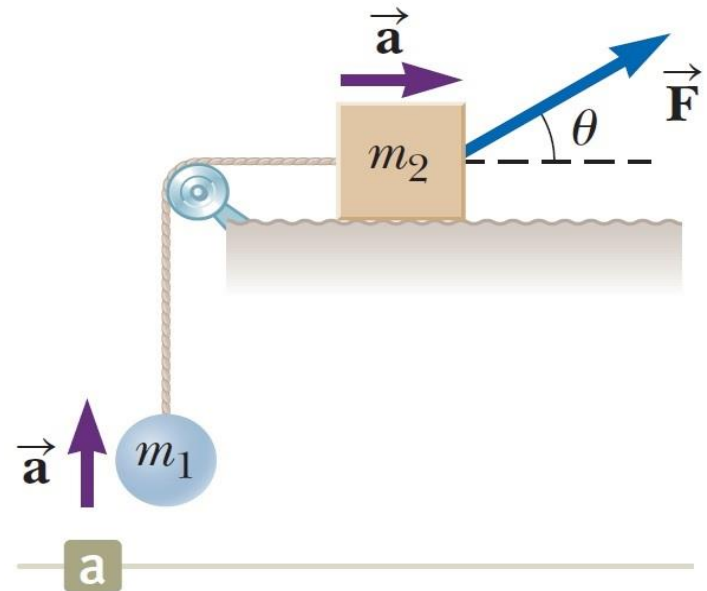
υπολογίσω το συντελεστή μ_s από την παραπάνω σχέση.



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα

- Σώμα μάζας m_2 σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές συνδέεται με μια μπάλα μάζας m_1 μέσω αβαρούς/ανελαστικού σχοινιού και αβαρούς, λείου τροχού, όπως στο Σχήμα. Μια δύναμη F ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο επάνω στο σώμα και αυτό ολισθαίνει προς τα δεξιά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι μ_k . Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης των δυο αντικειμένων.



Οι Νόμοι της Κίνησης

$$|\vec{a}_x| = |\vec{a}_y| = |\vec{a}|$$

● Παράδειγμα - Λύση

- Σώμα μάζας m_2 σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές συνδέεται με μια μπάλα μάζας m_1 . Δύναμη F ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο επάνω στο σώμα και αυτό ολισθαίνει προς τα δεξιά.

Συντελεστής τριβής ολίσθησης μ_k .

Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης των δυο αντικειμένων.

Στο σχήμα b), έχουμε επιταχ. κίνηση στον y -άξονα: $\Sigma \vec{F}_y = m_1 \vec{a}_y$

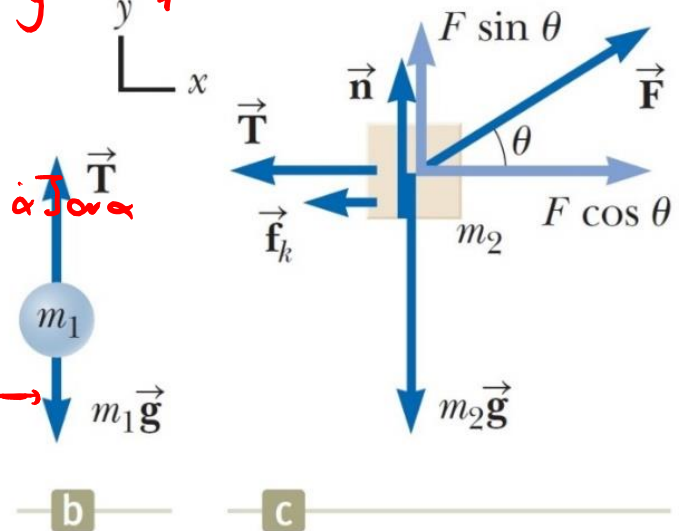
$$\text{δν. } \vec{T} + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}_y \Rightarrow T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = m_1(a + g)} \quad (1)$$

Στο σχήμα c), έχουμε ισορροπία στον y -άξονα και επιταχ. κίνηση στον x -άξονα. Άρα:

$$\Sigma \vec{f}_x = m \vec{a}_x \Rightarrow \vec{T} + \vec{f}_k + F \cdot \cos \theta = m_2 \vec{a}_x \rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F \cos \theta - T - f_k = m_2 a} \quad (2)$$



Οι Νόμοι της Κίνησης $\Rightarrow a = \frac{F \cos \theta - m_1 g - (m_2 g - F \sin \theta) \mu_k}{m_1 + m_2}$

● Παράδειγμα - Λύση

- Σώμα μάζας m_2 σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές συνδέεται με μια μπάλα μάζας m_1 . Δύναμη F ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο επάνω στο σώμα και αυτό ολισθαίνει προς τα δεξιά.

Συντελεστής τριβής ολίσθησης μ_k .

Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης των δυο αντικειμένων.

Στον y-άξονα τα σχήματα c), έχουμε:

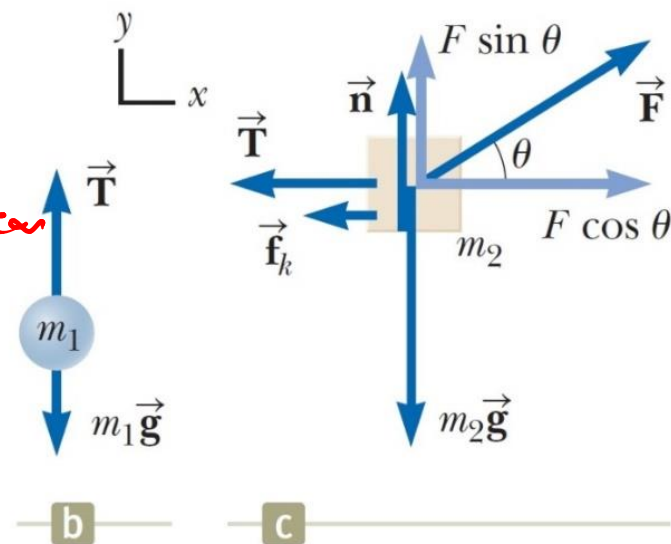
$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_y + m_2 \vec{g} = \vec{0} \Rightarrow$$

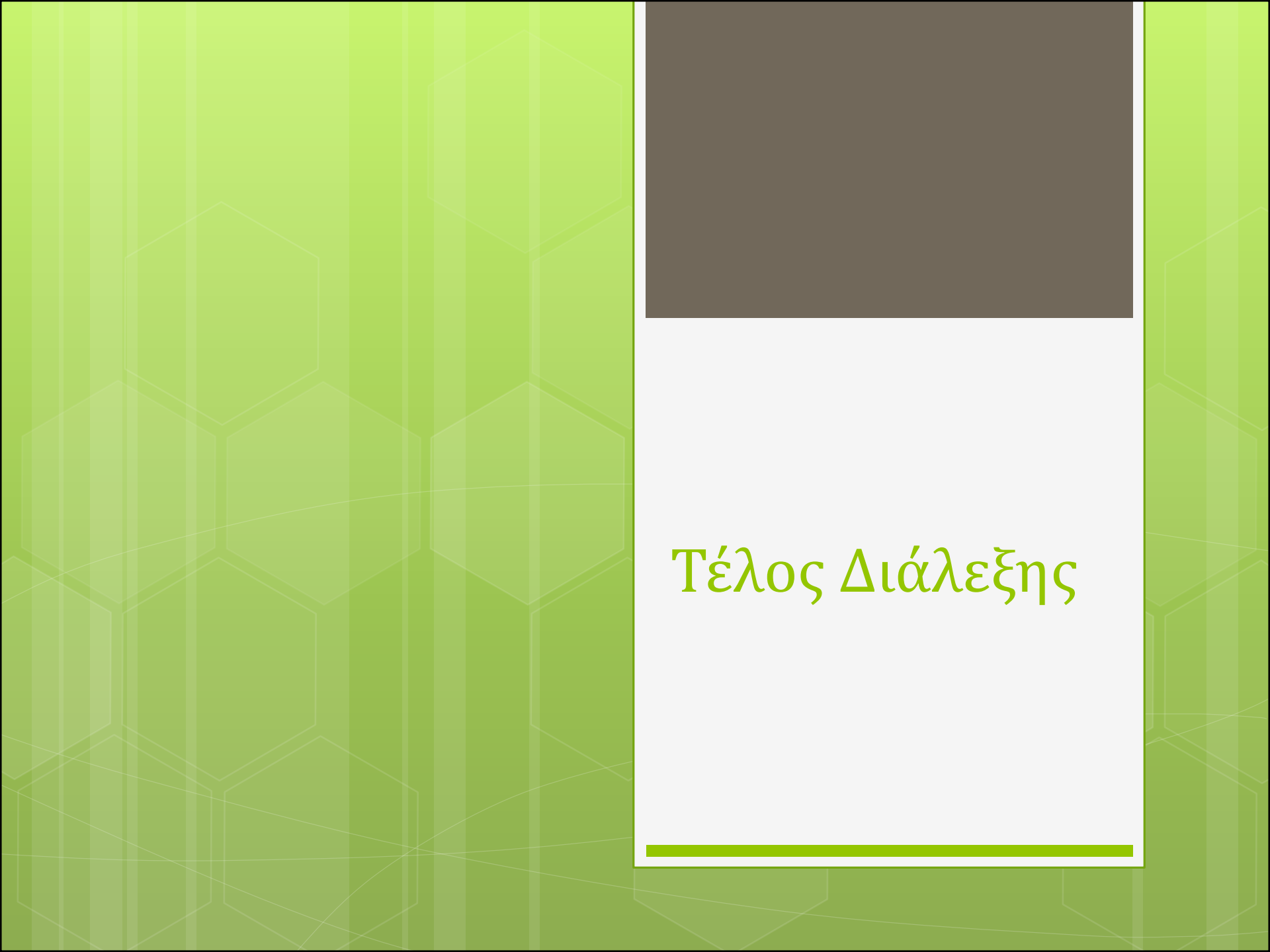
$$\Rightarrow n + F \sin \theta - m_2 g = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{n = m_2 g - F \sin \theta} \quad (3) \quad \text{Η (2) γράφεται}$$

$$F \cos \theta - T - \mu_k \cdot n = m_2 a \quad (3)$$

$$F \cos \theta - \underbrace{T}_{m_1(a+g)} - \mu_k (m_2 g - F \sin \theta) = m_2 a \quad (1)$$





Τέλος Διάλεξης