



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

# Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



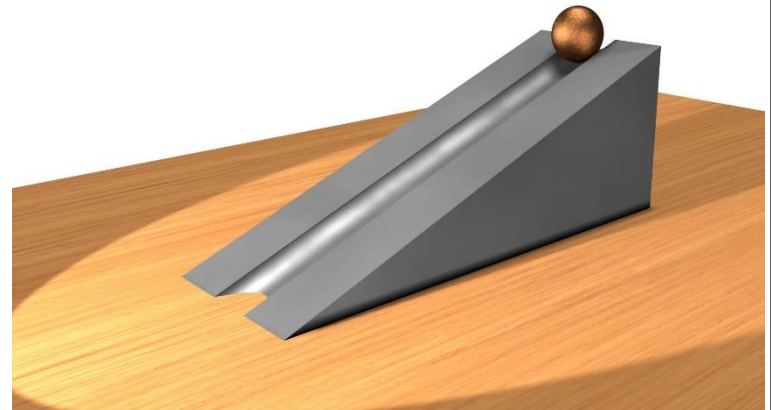
Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Ενέργεια Συστήματος

# Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρήστε το διπλανό σχήμα. Η απόσταση που μια μπάλα ολισθαίνει σε μια επικλινή επιφάνεια με τριβές, έχει μεγάλη σημασία για το πόση δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική
  - Μεγαλύτερη απόσταση, μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική (και κινητική ασφαλώς)
  - Υπάρχει εξάρτηση από το «μονοπάτι»
- Αντίθετα, το έργο της δύναμης της βαρυτικής έλξης δεν εξαρτάται από το «μονοπάτι» που ακολουθεί το σώμα!



# Ενέργεια Συστήματος

- Αυτή η εξάρτηση από τη διαδρομή («μονοπάτι») που ακολουθεί το σώμα ορίζει δυο κατηγορίες δυνάμεων:
  - **Συντηρητικές (*conservative*)**
    - Ανεξάρτητη από τη διαδρομή, π.χ. βαρυτική έλξη
  - **Μη συντηρητικές (*nonconservative*)**
    - Εξάρτηση από τη διαδρομή, π.χ. τριβή ολίσθησης
- **Συντηρητικές δυνάμεις - Ιδιότητες:**
  1. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται ανάμεσα σε οποιαδήποτε δυο σημεία είναι ανεξάρτητο της διαδρομής ανάμεσα σε αυτά.
  2. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη σε ένα σώμα που κινείται σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

# Ενέργεια Συστήματος

- Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων

- Δύναμη Βαρυτικής έλξης

- $W_g = -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} = mgy_i - mgy_f$

- Εξάρτηση μόνο από τα  $y_i, y_f$

- $W_g = 0$ , σε κλειστή διαδρομή ( $y_i = y_f$ )

- Δύναμη ελατηρίου

- $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$

- Εξάρτηση μόνο από τα  $x_i, x_f$

- $W_s = 0$ , σε κλειστή διαδρομή ( $x_i = x_f$ )

# Ενέργεια Συστήματος

- Το έργο  $W_{int}$  που παράγεται από μια **συντηρητική δύναμη σε ένα σώμα που είναι μέλος ενός συστήματος**, όταν αυτό αλλάζει από μια διάταξη των μελών του σε μια άλλη, ισούται με την αρχική τιμή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος μείον την τελική τιμή αυτής:

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U$$

- **Προσοχή!** Το έργο αυτό παράγεται από ένα σώμα του συστήματος σε ένα άλλο!

# Ενέργεια Συστήματος

- Μια δύναμη λέγεται **μη συντηρητική** αν δεν ικανοποιεί τις ιδιότητες 1 και 2 που είδαμε πριν
  - Παράδειγμα: τριβή ολίσθησης
- Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το σώμα
- Ορίζουμε το άθροισμα της κινητικής  $K$  και της δυναμικής ενέργειας  $U$  ενός συστήματος ως τη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος:

$$E_{mech} = K + U$$

# Ενέργεια Συστήματος

- Συσχετίσαμε το έργο μιας **συντηρητικής** δύναμης που δρα **εντός** του συστήματος με την αρνητική μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας:

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U$$

- Έστω λοιπόν ένα σύστημα από σώματα στο οποίο δρα μια εσωτερική συντηρητική δύναμη
- Έστω ότι αυτή η δύναμη προκαλεί αλλαγή της διάταξης του συστήματος λόγω της κίνησης ενός από τα σώματα επάνω στο x άξονα
- Το έργο της δύναμης αυτής θα είναι

$$W_{int} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$



# Ενέργεια Συστήματος

- Εναλλακτικά,

$$\Delta U = -W_{int} = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

- Άρα η  $\Delta U$  είναι αρνητική όταν η  $F_x$  και η μετατόπιση είναι στην ίδια κατεύθυνση
- Όταν ένα σώμα χαμηλώνει σε ένα βαρυτικό πεδίο
- Όταν ένα ελατήριο σπρώχνει ένα σώμα προς τη θέση ισορροπίας του

# Ενέργεια Συστήματος

- Θεωρώντας μια θέση αναφοράς  $x_i$  όπου μετράμε όλες τις μεταβολές της δυναμικής ενέργειας ως προς αυτή, ορίζουμε τη **συνάρτηση δυναμικής ενέργειας**:

$$U_f(x) = - \int_{x_i}^x F_x dx + U_i$$

- Θεωρώντας ότι η μετατόπιση είναι απειροστά μικρή, μπορούμε να πούμε ότι

$$\frac{d}{dx} U_f(x) = - \frac{d}{dx} \int_{x_i}^x F_x dx + \frac{d}{dx} U_i = -F_x$$

$$F_x = - \frac{dU}{dx}$$

- Η θέση όπου  $F_x = 0$  λέγεται **θέση ισορροπίας**

# Ενέργεια Συστήματος

- **Σταθερή ισορροπία (stable equilibrium)**

- Ένα σύστημα λέγεται σταθερής ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας του
- Παραδείγματα:
  - Σύστημα σώματος-ελατηρίου
  - Σύστημα μπίλιας-κυρτού μπόλ

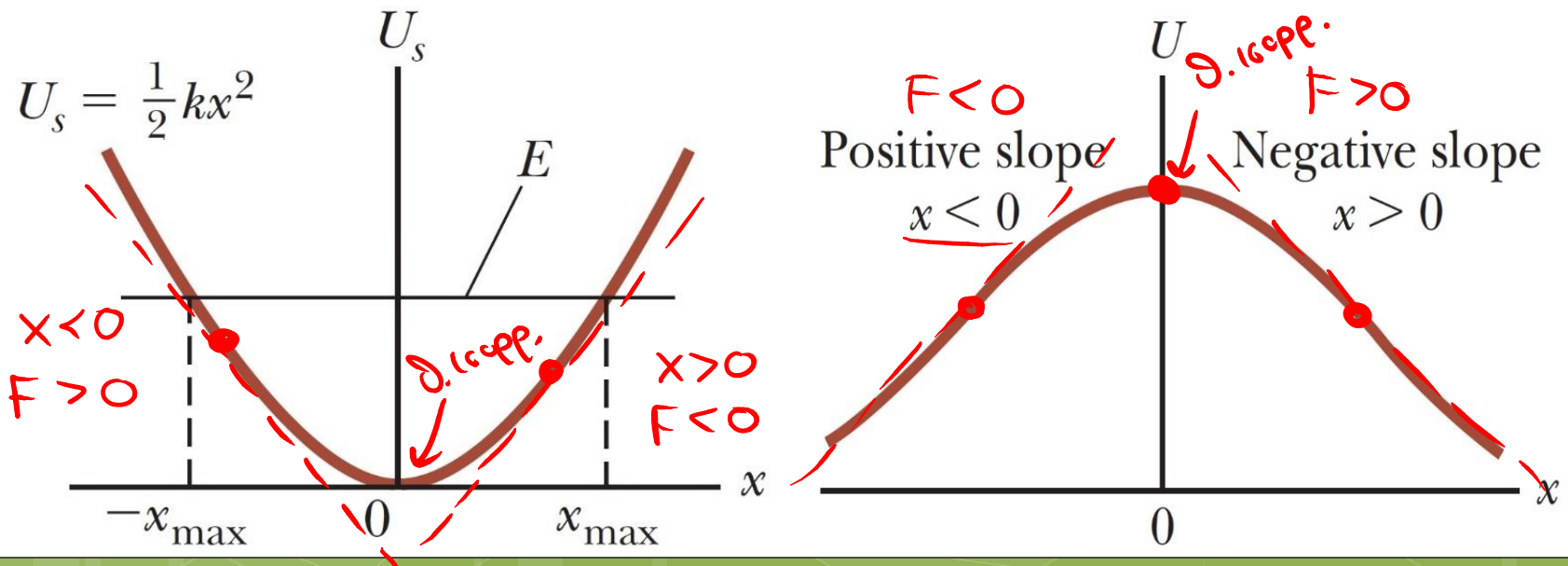
- **Ασταθής ισορροπία (unstable equilibrium)**

- Ένα σύστημα λέγεται ασταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που απομακρύνει περισσότερο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του
- Παραδείγματα:
  - Σύστημα μολυβιού που ισορροπεί στη μύτη μιας επιφάνειας

- **Ουδέτερη ισορροπία (neutral equilibrium)**

# Ενέργεια Συστήματος

- Η κλίση της συνάρτησης  $U(x)$  μας πληροφορεί για την ευστάθεια ή αστάθεια ενός συστήματος
- Παραδείγματα:



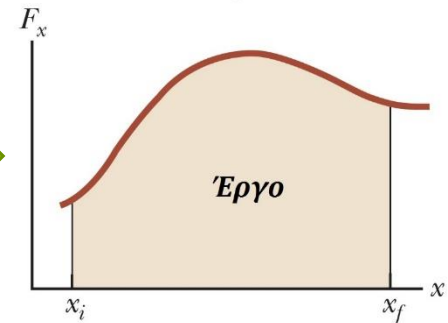
# Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- Το **έργο W** που παράγεται σε σύστημα από δύναμη που ασκείται σε αυτό ορίζεται ως

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

- Έργο δύναμης μεταβ/νου μέτρου σε ευθεία γραμμή
- Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης:

$$W_{ολ} = \sum W = \int \left( \sum \vec{F} \right) \cdot d\vec{r}$$



- Έργο δύναμης ελατηρίου:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

## • Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας - Έργου

- Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά την ταχύτητά του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος:

$$K_f = K_i + W_{ext}$$

# Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

$$U_g = mgy$$

- Ελαστική Δυναμική ενέργεια

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

- Εσωτερική ή θερμική ενέργεια

$$E_{int}$$

- Συντηρητικές δυνάμεις:

1. Το έργο που παράγεται από μια τέτοια δύναμη είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.
2. Το έργο που παράγεται σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

- Το έργο  $W_{int}$  που παράγεται από μια **συντηρητική δύναμη** σε ένα σώμα που είναι μέλος ενός συστήματος:

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U$$

# Τι πρέπει να θυμόμαστε;...

- **Συνάρτηση δυναμικής ενέργειας:**

$$U_f(x) = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i, \quad F_x = - \frac{dU}{dx}$$

- Άθροισμα της κινητικής  $K$  και της δυναμικής ενέργειας  $U$  ενός συστήματος = **μηχανική ενέργεια** του συστήματος:

$$E_{mech} = K + U$$

- **Σταθερή ισορροπία (stable equilibrium)**

- Οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας του

- **Ασταθής ισορροπία (unstable equilibrium)**

- Οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια μια δύναμη που απομακρύνει περισσότερο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του

- **Ουδέτερη ισορροπία (neutral equilibrium)**



Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Διατήρηση της Ενέργειας





Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Διατήρηση της Ενέργειας

# Διατήρηση της Ενέργειας

- Γνωρίσαμε τρεις μεθόδους αποθήκευσης ενέργειας σε ένα σύστημα
  - **Κινητική ενέργεια**
    - Σχετίζεται με την κίνηση των μελών του συστήματος
  - **Δυναμική ενέργεια**
    - Σχετίζεται με τη διάταξη του συστήματος
  - **Εσωτερική ενέργεια**
    - Σχετίζεται με τη θερμοκρασία του συστήματος

# Διατήρηση της Ενέργειας

- Θα αναλύσουμε προβλήματα με χρήση της έννοιας της ενέργειας για δυο διαφορετικά είδη συστημάτων
  - **Απομονωμένα (κλειστά) – isolated**
    - Δε μεταφέρεται ενέργεια από/προς το σύστημα
    - Σταθερή συνολική ενέργεια
    - Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας - ΑΔΕ
    - Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας - ΑΔΜΕ
      - ...αν δρουν ΜΟΝΟ συντηρητικές δυνάμεις στο σύστημα
  - **Μη απομονωμένα – non-isolated**
    - Ενέργεια μπορεί να μεταφερθεί έξω από το σύστημα
    - Αλλαγή στη συνολική ενέργεια του συστήματος
    - Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας - ΑΔΕ

# Διατήρηση της Ενέργειας

## ○ Μη απομονωμένα συστήματα

- Σύστημα βρίσκεται σε «επικοινωνία» με το περιβάλλον του μέσω μεταφοράς ενέργειας
- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου
  - Εξωτερική δύναμη αλλάζει μέσω έργου την κινητική ενέργεια ενός σώματος
- Προς το παρόν, έχουμε δει μόνο το έργο ως μέσο μεταφοράς ενέργειας σε ένα σύστημα
- Φυσικά, υπάρχουν κι άλλοι τρόποι...

# Διατήρηση της Ενέργειας

Ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα μέσω έργου.

© Cengage Learning/George Sample



a

Ενέργεια μεταφέρεται εκτός του ραδιοφώνου από το μεγάφωνο ως μηχανικά κύματα.

© Cengage Learning/George Sample



b

Ενέργεια μεταφέρεται στη λαβή του κουταλιού μέσω θερμότητας.

© Cengage Learning/George Sample



c

Ενέργεια εισάγεται στο ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου μέσω μεταφοράς ύλης.

Cocoon/Photodisc/Getty Images



d

Ενέργεια εισάγεται στο σεσουάρ μέσω ηλεκτρισμού.

© Cengage Learning/George Sample



e

Ενέργεια εξάγεται από τη λάμπα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

© Cengage Learning/George Sample



f

# Διατήρηση της Ενέργειας

- *Αν η συνολική ενέργεια σε ένα σύστημα αλλάζει, αυτό συμβαίνει **ΜΟΝΟΝ** αν η ενέργεια έχει μεταφερθεί στο περιβάλλον του συστήματος, με κάποιον από τους προαναφερθέντες μηχανισμούς.*
- Διατήρηση της Ενέργειας

$$\Delta E_{system} = \sum T$$

- όπου  $E_{system}$  είναι η συνολική ενέργεια του συστήματος (κάθε μορφής), και  $T$  είναι το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται εκτός συστήματος με κάποιο μηχανισμό

# Διατήρηση της Ενέργειας

- Συμβολίζοντας κάθε είδους μηχανισμό

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int}$$

$$= W + Q + T_{Μηχ.Κυμ.} + T_{Μετ.Υλης} + T_{Ηλ.Μετ.} + T_{Ηλ/Μη.Ακτ.}$$

- Αν

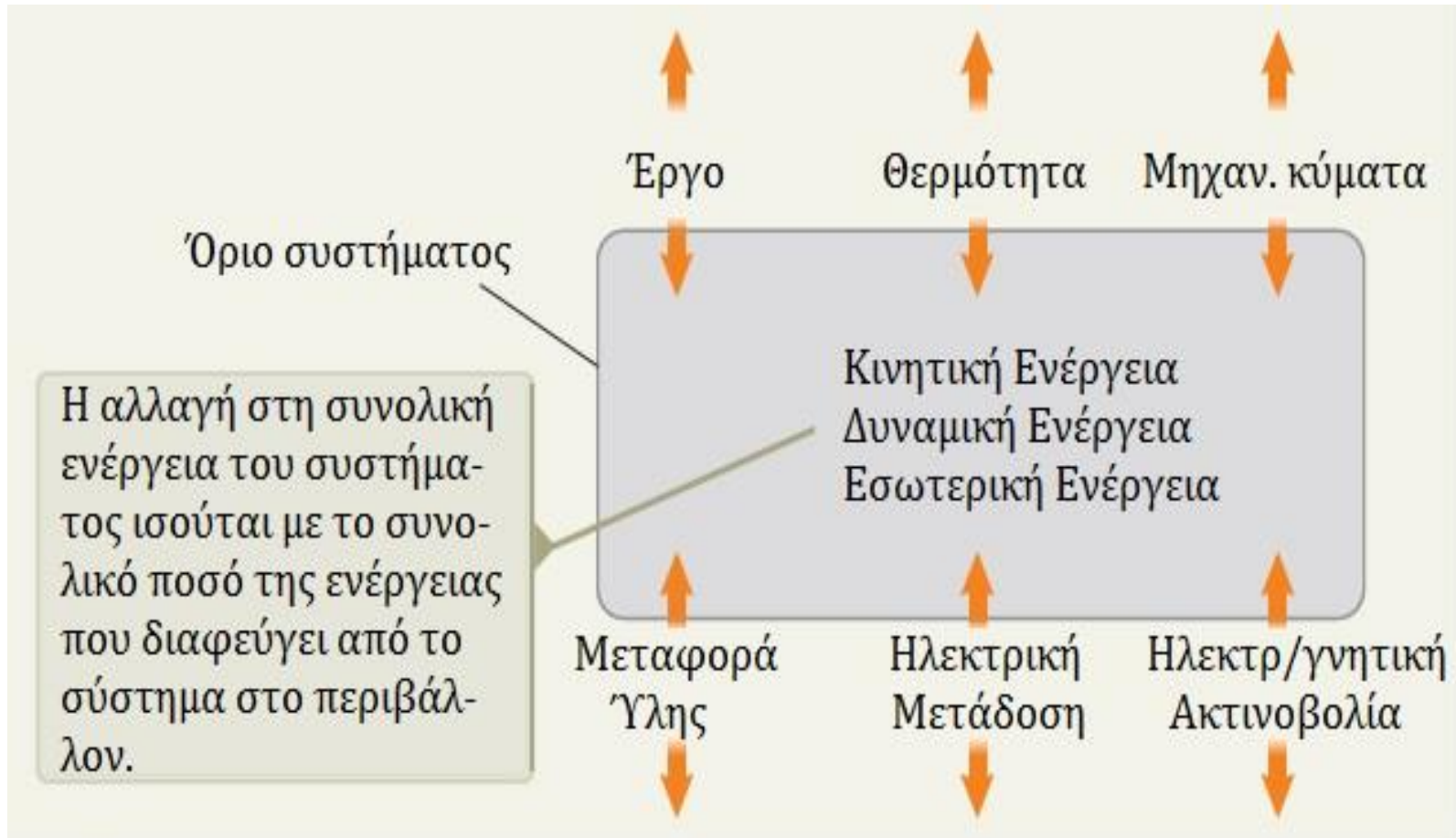
$$W = Q = T_{Μηχ.Κυμ.} = T_{Μετ.Υλης} = T_{Ηλ.Μετ.} = T_{ΗλΜη.Ακτ.} = 0$$

τότε το σύστημα είναι *απομονωμένο*

- Περισσότερα γι' αυτό, λίγο αργότερα...
- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας-Έργου

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta E_{int} = Q = T_{Μηχ.Κυμ.} = T_{Μετ.Υλης} = T_{Ηλ.Μετ.} \\ &= T_{Ηλ/Μη.Ακτ.} = 0 \end{aligned}$$

# Διατήρηση της Ενέργειας





# Διατήρηση της Ενέργειας

- **Απομονωμένα (κλειστά) συστήματα**
  - Δεν υπάρχει «διαφυγή» ενέργειας με κανένα τρόπο
  - **Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ**

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

μόνον όταν ασκούνται συντηρητικές δυνάμεις!

- **Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ**

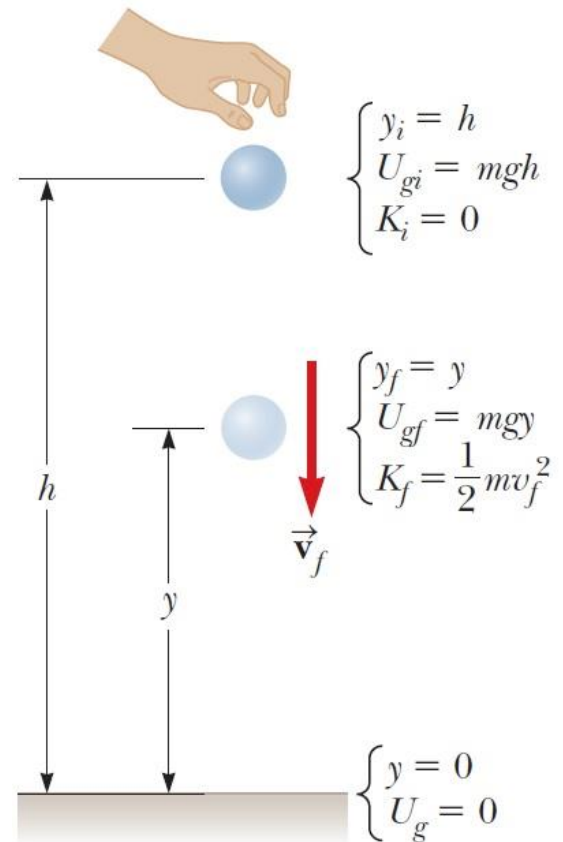
$$\Delta E_{system} = 0$$

αν ασκούνται και μη συντηρητικές δυνάμεις, δηλ. σε κάθε περίπτωση!

# Διατήρηση της Ενέργειας

## ◉ Παράδειγμα:

- ◉ Μπάλας μάζας  $m$  πέφτει από ύψος  $h$ .
  - ◉ A) Βρείτε την ταχύτητα της μπάλας σε ύψος  $y$ . Το σύστημα θα είναι η μπάλα και η Γη.
  - ◉ B) Υπολογίστε ξανά το A) ερώτημα θεωρώντας ως σύστημα την μπάλα.



# Διατήρηση της Ενέργειας

## ● Παράδειγμα - Λύση:

- Μπάλας μάζας  $m$  πέφτει από ύψος  $h$ .
- Α) Βρείτε την ταχύτητα της μπάλας σε ύψος  $y$ . Το σύστημα θα είναι η μπάλα και η Γη.

Το σύστημα είναι απομονωμένο: μια δύναμη υπάρχει, η βαρυτική δύναμη  $F_g$ , η οποία είναι συντηρητική.

$$\Delta E_{\text{mech}} = 0 \Leftrightarrow \Delta K + \Delta U_g = 0 \Leftrightarrow$$

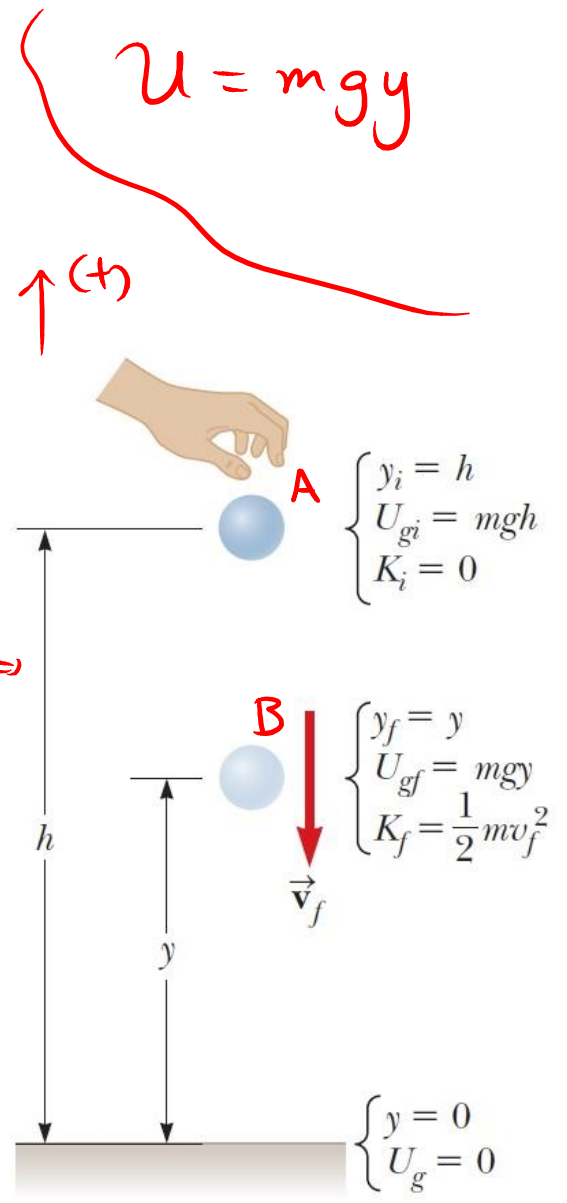
$$\Leftrightarrow K_B - K_A + U_{gB} - U_{gA} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_B^2 - 0 + mgy - mgh = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_B^2 = mgh - mgy$$

$$\Leftrightarrow u_B^2 = 2g(h-y) \Rightarrow u_B = \pm \sqrt{2g(h-y)}$$

Επιλέγω  $u_B = -\sqrt{2g(h-y)}$



# Διατήρηση της Ενέργειας

## ● Παράδειγμα - Λύση:

- Μπάλας μάζας  $m$  πέφτει από ύψος  $h$ .
- Β) Υπολογίστε ξανά το Α) ερώτημα θεωρώντας ως σύστημα την μπάλα.

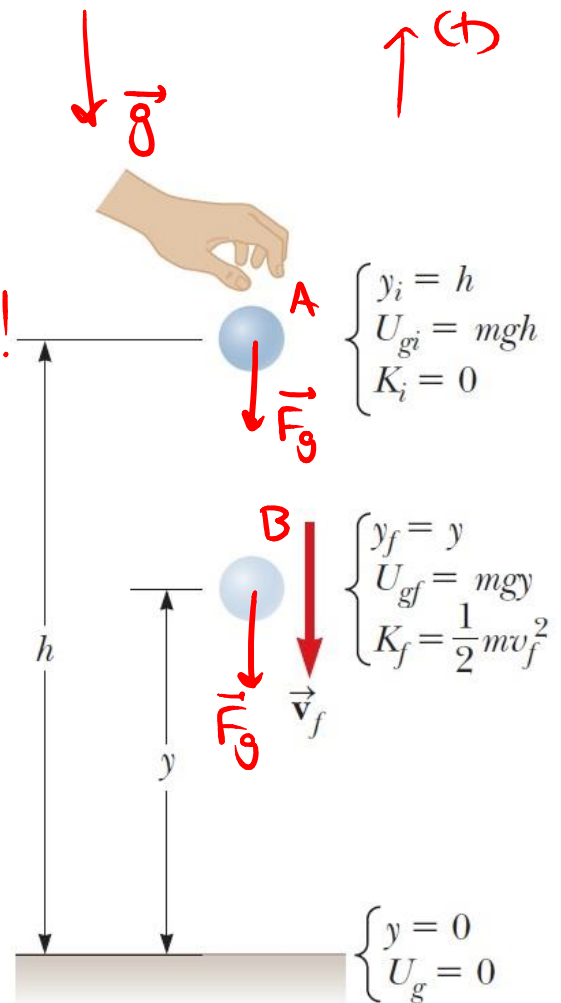
Μη-απομονωμένο σύστημα: η μόνη δύναμη είναι αυτή του βάρους  $F_g$ , η οποία είναι εξωτερική!

$$\Delta E: \Delta E_{\text{system}} = \sum T = W_g \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta K = W_g \Leftrightarrow K_B - K_A = W_g \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_B^2 - 0 &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = -mg \vec{j} \cdot \Delta y \cdot \vec{j} \\ &= -mg \vec{j} \cdot (y-h) \vec{j} \\ &= mg(h-y) \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } u_B^2 = 2 \cdot g(h-y) \Rightarrow u_B = -\sqrt{2 \cdot g(h-y)}$$



# Διατήρηση της Ενέργειας

- Παρουσία τριβής, αποδεικνύεται ότι για ένα μη απομονωμένο σύστημα

$$\sum W_{other\ forces} - f_k d = \Delta K$$

όπου  $d$  η απόσταση της διαδρομής

- **Αλλαγή στην εσωτερική ενέργεια λόγω τριβών εντός συστήματος**

$$\Delta E_{int} = f_k d$$

- Άρα

$$\sum W_{other\ forces} = W_{total} = \Delta K + \Delta E_{int}$$



Τέλος Διάλεξης