

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2025
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 1/10/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 6/10/2025, έως 11:00, γραπτά
ή ηλεκτρονικά στο: csd4876@csd.uoc.gr ως την ίδια ώρα.

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Κρατήστε 3 ψηφία στις πράξεις σας.

Κάποιες από τις δοσμένες απαντήσεις ίσως να είναι προσεγγιστικές και να διαφέρουν από τις δικές σας σε κάποιο δεκαδικό ψηφίο μετά το 2ο.

Ασκηση 1.

Έστω δυο διανύσματα

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 8\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j} \quad (2)$$

Βρείτε

(α) το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος $\vec{a}$

(β) το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος $\vec{b}$

(γ) το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος $\vec{a} + \vec{b}$

(δ) το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος $\vec{b} - \vec{a}$

(ε) το μέτρο και τη γωνία του διανύσματος $\vec{a} - \vec{b}$

(ς) τη γωνία μεταξύ του διανύσματος $\vec{b} - \vec{a}$ και του $\vec{a} - \vec{b}$

Απ.: (α) $2\sqrt{17}$, $\theta = -75.964^\circ$, (β) $2\sqrt{5}$, $\theta = 116.57^\circ$, (γ) 4, $\theta = -90^\circ$, (δ) $4\sqrt{10}$, 108.43° , (ε) $4\sqrt{10}$, $\theta = -71.565^\circ$,
(ς) $\theta = 180^\circ$

Ασκηση 2.

Βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{x} = (x_0, y_0) = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$ που “δείχνει” στην αντίθετη κατεύθυνση από το διάνυσμα $(2\vec{i} - 3\vec{j})$, με $\vec{i}, \vec{j}$ τα μοναδιαία διανύσματα, και του οποίου το μέτρο είναι ίσο με 6. Η σχεδίαση του διανύσματος $(2\vec{i} - 3\vec{j})$ θα σας βοηθήσει. Θυμηθείτε ότι

$$x_0 = |\vec{x}| \cos(\theta), \quad y_0 = |\vec{x}| \sin(\theta) \quad (3)$$

με θ τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{x}$ με τον οριζόντιο άξονα του συστήματος συντεταγμένων.

$$\text{Απ.: } \vec{x} = -3.3282\vec{i} + 4.9923\vec{j}$$

Ασκηση 3.

Τρία διανύσματα δίνονται ως

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad (4)$$

$$\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \quad (5)$$

$$\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k} \quad (6)$$

με $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ τα μοναδιαία διανύσματα του τριδιάστατου χώρου. Υπολογίστε τα

(α) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$

(β) $\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$

(γ) $(\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{c})$

Απ.: (α) 3 (β) 23, (γ), 140

Άσκηση 4.

Σας δίνονται δυο διανύσματα $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j}$ και $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$. Ένα τρίτο διάνυσμα $\vec{c}$, βρίσκεται στο xy επίπεδο. Το διάνυσμα αυτό είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{a}$ και το εσωτερικό του γινόμενο με το διάνυσμα $\vec{b}$ ισούται με 1. Βρείτε τις συνιστώσες του διανύσματος $\vec{c}$.

Απ: $\vec{c} = \frac{4}{7}\vec{i} + \frac{1}{7}\vec{j}$

Άσκηση 5.

Υπολογίστε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων ως προς x :

(α) $y(x) = \frac{1}{x} \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$

(β) $y(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

(γ) $y(x) = \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)}$

(δ) $y(x) = \frac{(x-1)(x^2-2x)}{x^4}$

Απ.: (α) $1 - \frac{2}{x^3}$, (β) $\frac{4x}{(x^2+1)^2}$, (γ) $\frac{1}{1-\sin(x)}$, (δ) $-\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^3} - \frac{6}{x^4}$

Άσκηση 6.

Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

(α) $\int \sqrt{x} (x^2 - x + 1) dx$

(β) $\int \cos(x) \sin(3x) dx$, με χρήση της ταυτότητας

$$\cos(a) \sin(b) = \frac{1}{2} (\sin(a+b) - \sin(a-b))$$

Απ. (α) $\frac{2}{7}\sqrt{x^7} - \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$, (β) $-\frac{1}{8}\cos(4x) - \frac{1}{4}\cos(2x) + c$