ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2023
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Πέμπτης Σειράς Ασκήσεων

Άσκηση 1.

(α΄) Με $u_{sound} = 344$ m/s, έχουμε $\lambda_{min} = u_{sound}/f_{max} = 0.017$ m και $\lambda_{max} = u_{sound}/f_{min} = 17$ m.

(β΄) Όμοια, οι συχνότητες του ορατού φωτός θα είναι $f_{min} = c/\lambda_{max} = 4.3 \times 10^{14}$ Hz και $f_{max} = c/\lambda_{min} = 7.5 \times 10^{14}$ Hz.

(γ΄) Το μήκος κύματος αυτών των κυμάτων στον αέρα θα είναι

$$\lambda = \frac{u_{sound}}{f_{device}} = 0.015\text{m} \tag{1}$$

(δ΄) Το μήκος κύματος ενός ήχου από το μηχάνημα του προηγούμενου ερωτήματος αν διαδιδόταν στα σωματικά μας υγρά, θα ήταν

$$\lambda = \frac{u_{sound}}{f_{device}} = 0.064\text{m} \tag{2}$$

(ε΄) Η ταχύτητα των κυμάτων αυτών σε m/s και σε km/h θα είναι

$$u_1 = \frac{\lambda}{T} = \frac{800}{1} = 800 \text{ km/h} \tag{3}$$

$$u_2 = \frac{\lambda}{T} = \frac{800000}{3600} = 222.222 \text{ m/s} \tag{4}$$

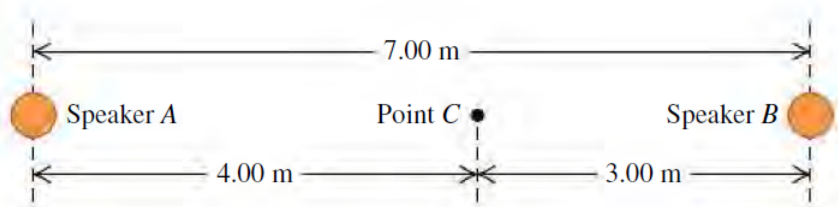
Άσκηση 2.

Από τη θερμοκρασία του αέρα μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα του ήχου στο χώρο, δηλ.

$$u_{sound} = 331\sqrt{1 + \frac{T_c}{273}} = 331\sqrt{1 + \frac{22}{273}} = 344 \text{ m/s} \tag{5}$$

Αφού η συχνότητα εκπομπής ισούται με $f = 172$ Hz, το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπεται θα είναι

$$\lambda = \frac{u_{sound}}{f} = \frac{344}{172} = 2 \text{ m} \tag{6}$$



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 2.*

(α΄) Αφού τα κύματα βρίσκονται σε φάση, δεν υπάρχει διαφορά αρχικής φάσης $\Delta\phi$, και άρα η διαφορά φάσης $\Delta\Phi$ στο σημείο C θα δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\Phi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} \tag{7}$$

Η διαφορά διαδρομής Δr των δυο κυμάτων στο σημείο C είναι

$$\Delta r = |r_2 - r_1| = |4-3| = 1 \text{ m} \tag{8}$$

οπότε τελικά

$$\Delta\Phi = 2\pi\frac{1}{2} = \pi \tag{9}$$

(β΄) Για το ηχείο A, η ένταση του ήχου στο σημείο C θα είναι

$$I_{AC} = \frac{P_{avg}}{4\pi r_{AC}^2} = \frac{8\times10^{-4}}{4\pi\cdot(16)} = \frac{10^{-4}}{8\pi} = 0.0398\times10^{-4}\text{ W/m}^2 \tag{10}$$

ενώ η ηχοστάθμη θα είναι

$$\begin{aligned}\beta_{AC} &= 10\log_{10}\frac{I_{AC}}{I_0} = 10\log_{10}\frac{3.98\times10^{-6}}{10^{-12}} &(11)\\ &= 10\log_{10}(3.98\times10^{6}) = 10\log_{10}3.98 + 10\log_{10}10^6 &(12)\\ &= 6+60 = 66\text{ dB} &(13)\end{aligned}$$

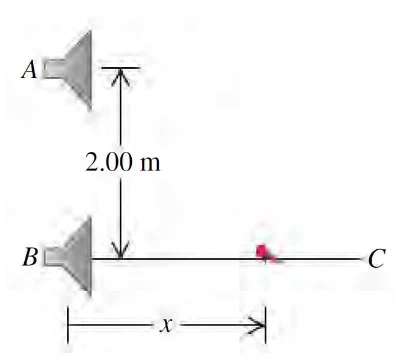
Για το ηχείο B, η ένταση του ήχου στο σημείο C θα είναι

$$I_{BC} = \frac{P_{avg}}{4\pi r_{BC}^2} = \frac{6\times10^{-5}}{4\pi\cdot(9)} = \frac{10^{-5}}{6\pi} = 0.0531\times10^{-5}\text{ W/m}^2 \tag{14}$$

ενώ η ηχοστάθμη θα είναι

$$\begin{aligned}\beta_{BC} &= 10\log_{10}\frac{I_{BC}}{I_0} = 10\log_{10}\frac{5.31\times10^{-7}}{10^{-12}} &(15)\\ &= 10\log_{10}(5.31\times10^{5}) = 10\log_{10}5.31 + 10\log_{10}10^5 &(16)\\ &= 7.2+50 = 57.2\text{ dB} &(17)\end{aligned}$$

Άσκηση 3.



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 3.*

(α΄) Για να έχουμε καταστρεπτική συμβολή, θα πρέπει η διαφορά διαδρομής των δυο κυμάτων να ισούται με περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος τους. Άρα, με τη βοήθεια του σχήματος, θα είναι

$$\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Longleftrightarrow |\sqrt{2^2+x^2} - x| = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \tag{18}$$

Επειδή πάντα $\sqrt{2^2+x^2} > x$, θα είναι

$$|\sqrt{2^2+x^2} - x| = \sqrt{4+x^2} - x = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Longleftrightarrow \sqrt{4+x^2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} + x \Longleftrightarrow 4+x^2 = \left((2m+1)\frac{\lambda}{2}+x\right)^2 \tag{19}$$

Αναπτύσσοντας την ταυτότητα και λύνοντας ως προς x καταλήγουμε στο

$$x = \left(\frac{4}{(2m+1)\lambda} - \frac{2m+1}{4}\lambda\right) \text{ m} \tag{20}$$

(β΄) Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή, θα πρέπει η διαφορά διαδρομής των δυο κυμάτων να ισούται με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος τους. Άρα, με τη βοήθεια του σχήματος, θα είναι

$$\Delta r = m\lambda \Longleftrightarrow |\sqrt{2^2+x^2} - x| = m\lambda \tag{21}$$

Επειδή πάντα $\sqrt{2^2+x^2} > x$, θα είναι

$$|\sqrt{2^2+x^2} - x| = \sqrt{4+x^2} - x = m\lambda \Longleftrightarrow \sqrt{4+x^2} = m\lambda + x \Longleftrightarrow 4+x^2 = (m\lambda+x)^2 \tag{22}$$

Αναπτύσσοντας την ταυτότητα και λύνοντας ως προς x καταλήγουμε στο

$$x = \left(\frac{2}{m\lambda} - \frac{m}{2}\lambda\right) \text{ m} \tag{23}$$

Άσκηση 4.

Το φορτηγό απομακρύνεται από κινούμενη προς αυτό πηγή ήχου (πυροσβεστικό). Ως έκ τούτου, θα λαμβάνει συχνότητα

$$f_{truck} = \frac{u+u_O}{u-u_s} f = \frac{344-20}{344-30} 2000 = 2064 \text{ Hz} \tag{24}$$

Η παραπάνω συχνότητα επιστρέφει πίσω σε κινούμενο παρατηρητή, από κινούμενη πηγή μακριά από αυτόν. Οπότε το πυροσβεστικό θα λαμβάνει συχνότητα

$$f_{firetruck} = \frac{u+u_O}{u+u_s} f_{truck} = \frac{344+30}{344+20} 2064 = 2120 \text{ Hz} \tag{25}$$

Άσκηση 5.

Γνωρίζουμε τη σχέση

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{26}$$

Όμως πρέπει να τη μετατρέψουμε σε τέτοια ώστε να έχουμε ηχοστάθμες στο αριστερό μέλος. Είναι

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} \Longrightarrow 10\log_{10}\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} = 10\log_{10}\frac{I_1}{I_0} - 10\log_{10}\frac{I_2}{I_0} = \beta_1 - \beta_2 \tag{27}$$

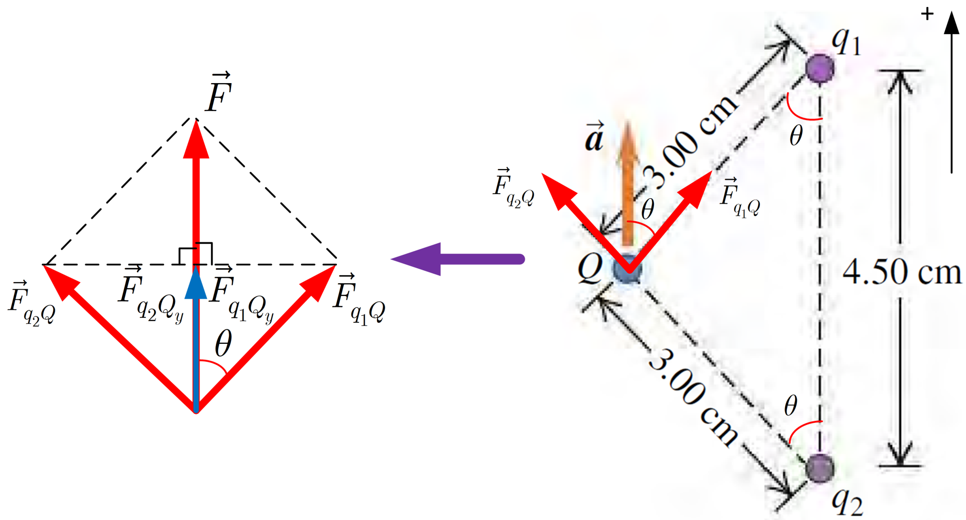
Άρα

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log_{10}\frac{I_1}{I_2} \Longleftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{\beta_1-\beta_2}{10}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{28}$$

Οπότε από τα στοιχεία της εκφώνησης θα έχουμε

$$10^{\frac{20-60}{10}} = \frac{r_2^2}{15^2} \Longleftrightarrow r_2^2 = 15^2 \times 10^{-4} \Longrightarrow r_2 = 15 \times 10^{-2} = 0.15 \text{ m} \tag{29}$$

Άσκηση 6.
Δείτε το Σχήμα 3. Θεωρούμε θετική φοά της κίνησης προς τα πάνω. Για να έχει η επιτάχυνση τη φορά που βλέπουμε στο σχήμα, θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορτίο να έχουν τη φορά του σχήματος (από το 2ο νόμο του Newton, που αναφέρει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων πρέπει να έχει την ίδια φορά με την επιτάχυνση) αλλά και ίσα μέτρα. Αφού οι αποστάσεις μεταξύ των δυο φορτίων q_1, q_2 και του φορτίου Q είναι ίδιες, τα φορτία q_1, q_2 πρέπει να έχουν τα ίδια μέτρα. Λόγω ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται ανάμεσα



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 6.*

στα τρια φορτία, οι γωνίες θ στο σχήμα είναι ίσες. Η συνολική δύναμη που ασκείται στο φορτίο Q δίνεται από το 2ο νόμο του Newton ως

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a} \Longrightarrow F = ma = 0.005 \times 324 = 1.62 \text{ N} \tag{30}$$

Από την τριγωνομετρία του σχήματος, και δεδομένου ότι τα μέτρα των δυνάμεων είναι ίσα, οι $y-$συνιστώσες των ηλεκτρικών δυνάμεων θα είναι

$$\vec{F} = \vec{F}_{Qq_{1_y}} + \vec{F}_{Qq_{2_y}} \tag{31}$$

και λόγω θετικής φοράς προς τα πάνω, όπως και η φορά των διανυσμάτων, έχουμε

$$F = F_{Qq_{1_y}} + F_{Qq_{2_y}} = F_{Qq_1}\cos(\theta) + F_{Qq_2}\cos(\theta) = 2F_{Qq_1}\cos(\theta) \Longrightarrow F_{Qq_1} = \frac{F}{2\cos(\theta)} = \frac{1.62}{2\frac{0.0225}{0.03}} = 1.08 \text{ N} \tag{32}$$

Παίρνουμε μια από τις δυο ηλεκτρικές δυνάμεις, και έχουμε

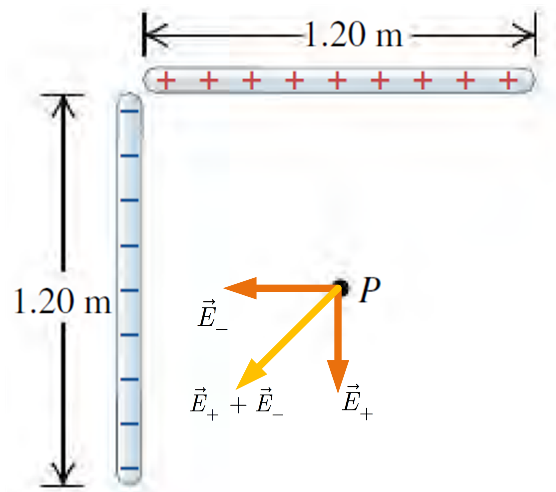
$$F_{Qq_1} = k_e\frac{|Q|q_1}{r^2} \Longleftrightarrow q_1 = \frac{r^2 F_{Qq_1}}{k_e|Q|} = 6.17 \times 10^{-8} \text{ C} \tag{33}$$

Άρα $q_2 = -q_1 = -6.17 \times 10^{-8}$ C.

Άσκηση 7.
Το σημείο P του σχήματος βρίσκεται σε απόσταση $d = l/2 = 0.6$ m από το μέσο κάθε ράβδου. Έστω $Q = 2.5 \times 10^{-6}$ C.

(α') Για τη θετική ράβδο, σκεπτόμενοι/ες όπως στο παράδειγμα των διαλέξεων, αναγνωρίζουμε ότι έχει μόνο $y-$συνιστώσα, με φορά προς τα κάτω. Από τα παραδείγματα των διαλέξεων, προσαρμόζοντας τις μεταβλητές, παίρνουμε ότι

$$\vec{E}_+ = \vec{E}_{P_1} = -k_e\frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}}\vec{j} \tag{34}$$



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 7.*

(β') Για την αρνητική ράβδο, σκεπτόμενοι/ες όπως στο παράδειγμα των διαλέξεων, αναγνωρίζουμε ότι έχει μόνο $x-$συνιστώσα, με φορά προς τα αριστερά. Από τα παραδείγματα των διαλέξεων, προσαρμόζοντας τις μεταβλητές, παίρνουμε ότι

$$\vec{E}_- = \vec{E}_{P_2} = -k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} \vec{i} \tag{35}$$

(γ') Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο θα είναι

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P_1} + \vec{E}_{P_2} = -k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} (\vec{i} + \vec{j}) \tag{36}$$

Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι

$$|\vec{E}_P| = \sqrt{E_{P_x}^2 + E_{P_y}^2} = k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} \tag{37}$$

Η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ δίνεται από

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-1}{-1} = -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} \tag{38}$$

δηλ. $-135°$ ή $225°$.

(δ') Αν ένα ηλεκτρόνιο (φορτίο -1.60×10^{-19} C) αφεθεί στο σημείο P, τότε η ηλεκτρική δύναμη θα δίνεται από τη σχέση

$$\vec{F}_P = q\vec{E}_P = q \left(-k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} (\vec{i} + \vec{j}) \right) \tag{39}$$

$$= -e \left(-k_e \frac{Q}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} (\vec{i} + \vec{j}) \right) \tag{40}$$

$$= \left(k_e \frac{Qe}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} (\vec{i} + \vec{j}) \right) \tag{41}$$

με μέτρο

$$|\vec{F}_P| = \sqrt{2} k_e \frac{Qe}{d\sqrt{d^2 + (l/2)^2}} = 10^{-14} \text{ N} \tag{42}$$

με γωνία ϕ να δίνεται ως

$$\phi = \tan^{-1} \frac{1}{1} = \frac{\pi}{4} \tag{43}$$