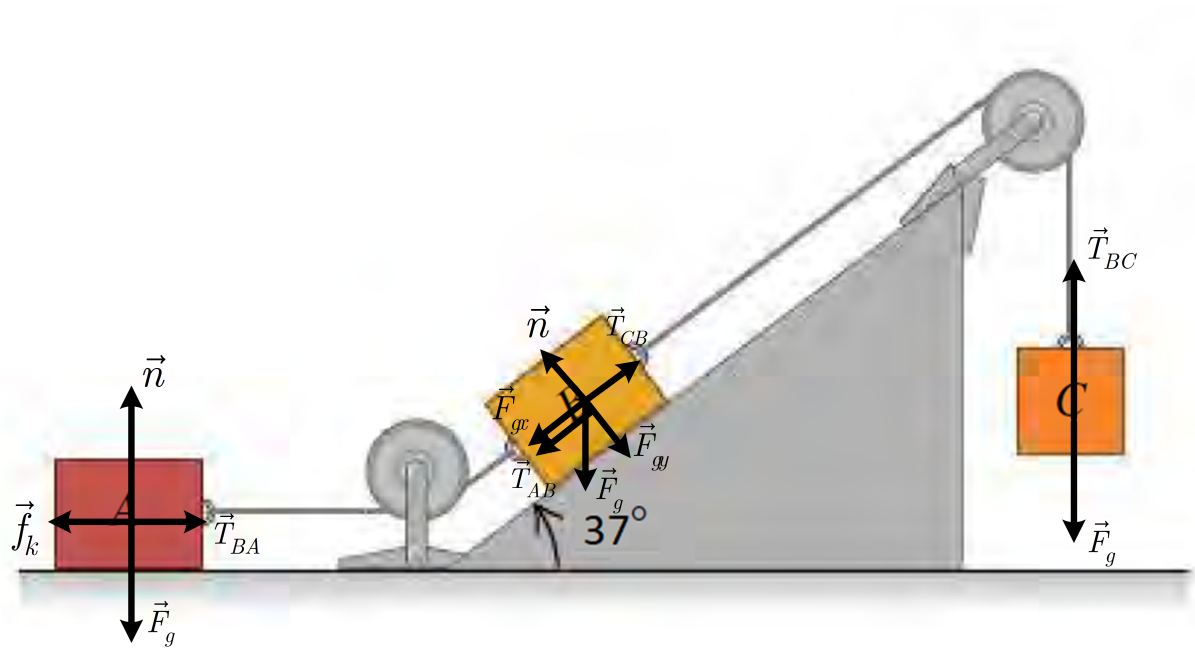
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2023
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Τρίτης Σειράς Ασκήσεων

Άσκηση 1.
Δείτε το Σχήμα 1.



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 1.*

(α') Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα A, B φαίνονται στο Σχήμα 1.

(β') Η τάση $\vec{T}_{AB}$ και η τάση $\vec{T}_{BA}$ έχουν το ίδιο μέτρο. Για το σώμα A θεωρούμε άξονες xy, με τον x άξονα παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά. Η κίνηση όλου του συστήματος γίνεται με σταθερή ταχύτητα. Για το σώμα A ισχύει ο 1ος νόμος του Newton και στους δυο άξονες, άρα

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{f}_k + \vec{T}_{BA} = \vec{0} \Longrightarrow -f_k + T_{BA} = 0 \Longleftrightarrow T_{BA} = f_k = \mu_k n \tag{1}$$

και

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow n - F_g = 0 \Longleftrightarrow n = m_A g \tag{2}$$

οπότε

$$T_{BA} = \mu_k m_A g = \mu_k F_{g_A} = 8.75 \text{ N} = T_{AB} \tag{3}$$

(γ') Το σώμα C ισορροπεί, άρα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton στον άξονα $y'y$ του σώματος. Θεωρούμε θετική φορά προς τα κάτω. Άρα

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_{BC} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow -T_{BC} + F_g = 0 \Longleftrightarrow T_{BC} = F_{g_C} \tag{4}$$

Η τάση T_{BC} είναι ίση σε μέτρο με την τάση T_{CB} επάνω στο σώμα B. Για το σώμα B θεωρούμε άξονες xy, με τον x άξονα παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο. Θεωρούμε θετική φορά προς την κορυφή του

κεκλιμένου. Λόγω σταθερής ταχύτητάς του, το σώμα B ισορροπεί και στους δυο άξονες. Άρα

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow -\vec{f}_k + \vec{T}_{CB} + \vec{T}_{AB} + \vec{F}_{g_x} = \vec{0} \Longrightarrow -f_k + T_{CB} - T_{AB} - F_{g_x} = 0 \tag{5}$$

$$T_{CB} = \mu_k n + F_{g_x} - T_{AB} \tag{6}$$

και

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = \vec{0} \Longrightarrow n - F_{g_y} = 0 \Longleftrightarrow n = m_B g \cos(\theta) \tag{7}$$

οπότε

$$\begin{aligned} T_{CB} &= \mu_k m_B g \cos(\theta) + m_B g \sin(\theta) - T_{AB} && (8)\\ &= \mu_k F_{g_B} \cos(\theta) + F_{g_B} \sin(\theta) - T_{AB} && (9)\\ &= F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta)) - T_{AB} = 30.78 \text{ N} && (10) \end{aligned}$$

Άρα το βάρος του σώματος C ισούται με 30.78 N.

(δ') Αν τελικά κόψουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα A, B, το σύστημα των σωμάτων B, C θα επιταχυνθεί προς την κορυφή του κεκλιμένου και προς το έδαφος. Το μέτρο της επιτάχυνσης των δυο σωμάτων θα είναι το ίδιο. Η τάση T_{AB} θα μηδενιστεί. Στο σώμα C, θα ισχύει ο 2ος νόμος του Newton.

$$\sum \vec{F}_y = m_C \vec{a}_y \Longleftrightarrow \vec{T}_{BC} + \vec{F}_g = m_C \vec{a}_y \Longrightarrow -T_{BC} + m_C g = m_C a_y \tag{11}$$

Στο σώμα B ισχύει επίσης ο 2ος νόμος Newton.

$$\sum \vec{F}_x = m_B \vec{a}_x \Longleftrightarrow -\vec{f}_k + \vec{T}_{CB} + \vec{F}_{g_x} = m_B \vec{a}_x \Longrightarrow -f_k + T_{CB} - F_{g_x} = m_B a_x \tag{12}$$

$$T_{CB} = m_B a_x + \mu_k n + F_{g_x} \tag{13}$$

και

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = \vec{0} \Longrightarrow n - F_{g_y} = 0 \Longleftrightarrow n = m_B g \cos(\theta) \tag{14}$$

οπότε

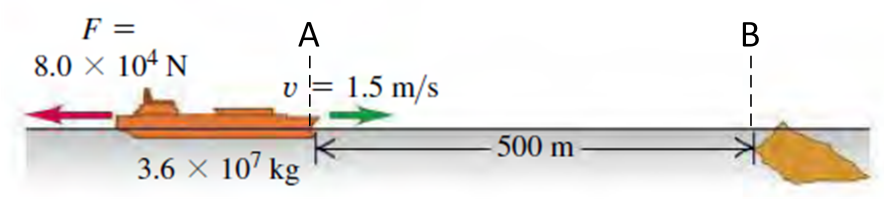
$$\begin{aligned} T_{CB} &= m_B a_x + \mu_k m_B g \cos(\theta) + m_B g \sin(\theta) && (15)\\ &= m_B a_x + \mu_k F_{g_B} \cos(\theta) + F_{g_B} \sin(\theta) && (16)\\ &= m_B a_x + F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta)) && (17) \end{aligned}$$

Θέτοντας $a_x = a_y = a$ για τους λόγους που αναφέρθηκαν, κι εξισώνοντας έχουμε

$$\begin{aligned} -(m_B a + F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta))) + m_C g &= m_C a && (18)\\ (m_B + m_C) a &= m_C g - F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta)) && (19)\\ a &= \frac{F_{g_C} - F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta))}{m_B + m_C} && (20)\\ &= g \frac{F_{g_C} - F_{g_B}(\mu_k \cos(\theta) + \sin(\theta))}{F_{g_B} + F_{g_C}} = 1.538 \text{ m/s}^2 && (21) \end{aligned}$$

Στο τέλος πολλαπλασιάσαμε με g αριθμητή και παρονομαστή για να προκύψουν στον παρονομαστή οι τιμές του βάρους για τα σώματα B, C, τις οποίες γνωρίζουμε.

Άσκηση 2.



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 2.*

(α') Το τάνκερ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, με αρνητική επιτάχυνση, κίνηση. Θεωρούμε άξονα $x'x$ παράλληλο με το επίπεδο της θαλάσσης, με θετική φορά προς τον ύφαλο. Έστω Α το σημείο που παύει ο άνεμος και Β το σημείο πρόσκρουσης με τον ύφαλο. Από τις εξισώσεις της κινητικής έχουμε

$$u_B^2 = u_A^2 + 2a_x\Delta x \tag{22}$$

Επίσης, ισχύει ο 2ος νόμος Newton στη διαδρομή του τάνκερ.

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Longleftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}_x \Longrightarrow -F = ma_x \Longleftrightarrow a_x = -\frac{F}{m} \tag{23}$$

Αντικαθιστώντας

$$u_B^2 = u_A^2 - 2\frac{F}{m}\Delta x = 1.5^2 - 2\frac{8\times 10^4}{3.6\times 10^7}500 = 2.25 - 1000\cdot 2.222\cdot 10^{-3} = 2.25 - 2.222 \neq 0 \tag{24}$$

που σημαίνει ότι στο σημείο Β το τάνκερ έχει ακόμα μη μηδενική ταχύτητα και άρα θα προσκρούσει στον ύφαλο.

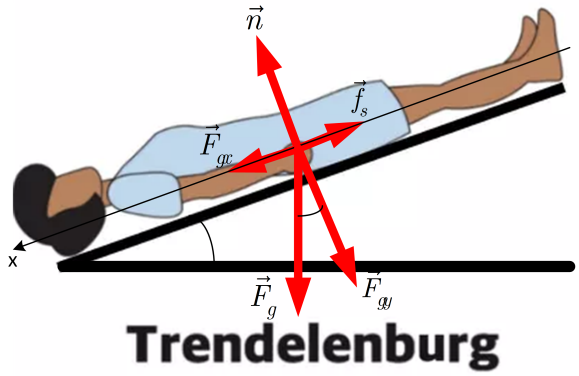
(β') Η ταχύτητα στο σημείο Β θα είναι

$$u_B = \sqrt{0.02777} = 0.1666 \text{ m/s} \tag{25}$$

που είναι μικρότερο από 0.2 m/s. Άρα το φορτίο θα είναι ασφαλές.

Άσκηση 3.

Θεωρούμε σύστημα αξόνων xy με τον άξονα x παράλληλο στο κρεβάτι και τον άξονα y κάθετο σε αυτό. Ο



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 3.*

τραυματίας ετοιμάζεται να ολισθήσει αλλά δεν κινείται ακόμα. Θεωρούμε θετικές φορές των αξόνων προς τη

βάση του κρεβατιού και προς τα πάνω, για άξονα x και y αντίστοιχα. Ισχύει ο 1ος νόμος του Newton στον άξονα $x'x$:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{F}_{g_x} + \vec{f}_s = \vec{0} \Longrightarrow F_{g_x} - f_s = 0 \Longleftrightarrow mg\sin(\theta) = f_s = \mu_s n \tag{26}$$

Στον άξονα $y'y$ το σώμα ισορροπεί, ισχύει επίσης ο 1ος νόμος του Newton.

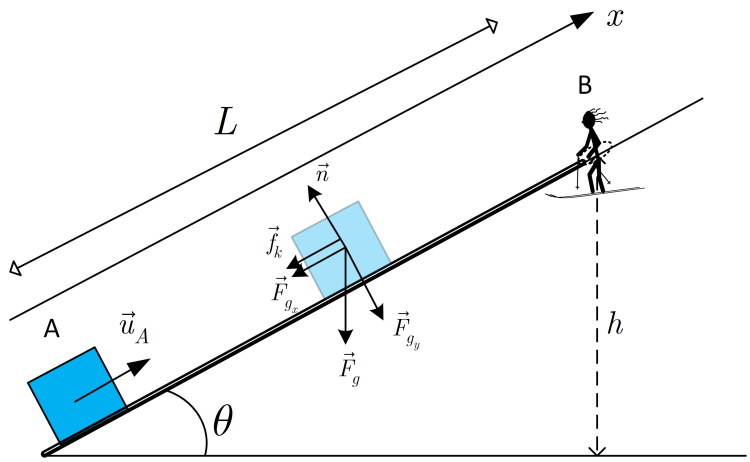
$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = \vec{0} \Longrightarrow n - F_{g_y} = 0 \Longleftrightarrow n = mg\cos(\theta) \tag{27}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$mg\sin(\theta) = \mu_s mg\cos(\theta) \Longleftrightarrow \sin(\theta) = \mu_s\cos(\theta) \Longleftrightarrow \mu_s = \tan(\theta) \Longrightarrow \theta = \tan^{-1}(\mu_s) = 50.2^\circ \tag{28}$$

Άσκηση 4.

Θεωρούμε σύστημα αξόνων xy με τον άξονα $x'x$ παράλληλο στην πλαγιά, με φορά προς την κορυφή της



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 4.*

πλαγιάς. Το κουτί εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρνητική επιτάχυνση. Θεωρούμε ως σύστημα το {κουτί}. Οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό φαίνονται στο Σχήμα 4. Ισχύει το ΘΜΚΕ-Ε στη διαδρομή Α → Β.

$$\Delta K = \sum W_{ext} \tag{29}$$

$$K_B - K_A = W_n + W_{F_{g_y}} + W_{F_{g_x}} + W_{f_k} \tag{30}$$

$$0 - \frac{1}{2}mu_A^2 = 0 + 0 + F_{g_x}L\cos(\pi) + f_k L\cos(\pi) \tag{31}$$

$$-\frac{1}{2}mu_A^2 = -mg\sin(\theta)L - \mu_k nL \tag{32}$$

Το κουτί ισορροπεί στον άξονα $y'y$. Ισχύει ο 1ος νόμος Newton.

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = \vec{0} \Longrightarrow n - F_{g_y} = 0 \Longleftrightarrow n = F_{g_y} = mg\cos(\theta) \tag{33}$$

και αντικαθιστώντας

$$-\frac{1}{2}mu_A^2 = -mg\sin(\theta)L - \mu_k nL \tag{34}$$

$$-\frac{1}{2}mu_A^2 = -mg\sin(\theta)L - \mu_k mg\cos(\theta)L \tag{35}$$

$$u_A^2 = 2g\sin(\theta)L + 2\mu_k g\cos(\theta)L \tag{36}$$

και από το σχήμα

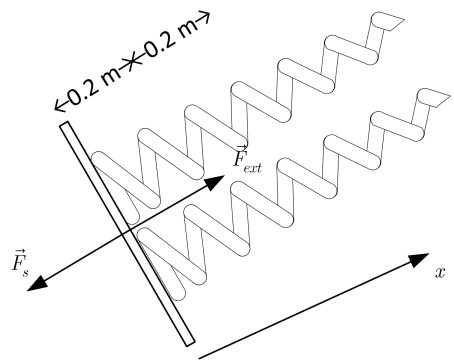
$$\sin(\theta) = \frac{h}{L} \Longrightarrow L = \frac{h}{\sin(\theta)} \tag{37}$$

Οπότε

$$u_A = \sqrt{2g\sin(\theta)\frac{h}{\sin(\theta)} + 2\mu_k g\cos(\theta)\frac{h}{\sin(\theta)}} = \sqrt{2gh\left(1 + \frac{\mu_k}{\tan(\theta)}\right)} \tag{38}$$

Άσκηση 5.

Θεωρούμε τα δυο ελατήρια ως ένα, σταθεράς k. Θεωρούμε νοητό άξονα $x'x$ παράλληλο με το επικλινές,



Σχήμα 5: *Σχήμα Άσκησης 5.*

με φορά προς τα πάνω, όπως στο Σχήμα 5. Έστω η διαδρομή από τη θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος ως τη θέση που το ελατήριο συμπιέζεται κατά 0.2 m. Το έργο της εξωτερικής δύναμης ισούται με το αρνητικό έργο του ελατηρίου.

$$W_s = -80 = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \Longleftrightarrow -80 = 0 - \frac{1}{2}k(0.2)^2 \Longleftrightarrow 160 = 0.04k \Longrightarrow k = 4000 \text{ N} \tag{39}$$

(α') Θα είναι

$$F_{ext} = |-kx| = kx\Big|_{x=0.2} = 4000 \cdot 0.2 = 800 \text{ N} \tag{40}$$

(β') Το επιπλέον έργο θα ισούται με το έργο της εξωτερικής δύναμης από τη θέση συμπίεσης κατά 0.2 m ως τη θέση συμπίεσης κατά 0.4 m. Οπότε

$$W_{ext} = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}4000 \cdot (0.4)^2 - \frac{1}{2}4000 \cdot (0.2)^2 = 2000(0.16 - 0.04) = 2000 \cdot 0.12 = 240 \text{ J} \tag{41}$$

Η απαιτούμενη δύναμη θα ισούται με

$$F_{ext} = |-kx| = kx\Big|_{x=0.4} = 4000 \cdot 0.4 = 1600 \text{ N} \tag{42}$$