

**ΗΥ-112: Φυσική Ι**  
**Χειμερινό Εξάμηνο 2022**  
**Διδάσκων: Γ. Καφεντζής**

Έκτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 7/12/2022

Ημερομηνία Παράδοσης: 6/1/2023, 23:59,

**αποκλειστικά ηλεκτρονική παράδοση**

**Σημείωση:** Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Κρατήστε 3 δεκαδικά ψηφία στις πράξεις σας.

Κάποιες από τις δοσμένες απαντήσεις μπορεί να είναι προσεγγιστικές και να διαφέρουν από τις δικές σας.

Θεωρήστε - όπου χρειάζεται -  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C,  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$  kg, και  $k_e = 9 \times 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

**Άσκηση 1.**

Τρία σημειακά φορτία βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή. Το φορτίο  $q_3 = 5 \times 10^{-9}$  C βρίσκεται στη θέση  $x = 0$ . Τα φορτία  $q_2 = -3 \times 10^{-9}$  C και  $q_1$  βρίσκονται στις θέσεις  $x = 0.04$  m και  $x = 0.02$  m. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων στο  $q_3$  είναι μηδέν, πόσο είναι το φορτίο  $q_1$ ;

Απ.:  $0.750 \times 10^{-9}$  C

**Άσκηση 2.**

Ένα ηλεκτρόνιο αφήνεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και επιταχύνεται κάθετα προς τα επάνω, ταξιδεύοντας 4.5 m στα πρώτα  $3.0 \times 10^{-6}$  s.

(α) Ποιό είναι το μέτρο και η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου;

(β) Στην εκφώνηση δεν αναφέραμε τίποτα για βαρυτικές δυνάμεις. Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνση του ηλ. πεδίου από τη βαρυτική επιτάχυνση  $g$ ;

Απ.: (α) 5.69 N/C, (β)  $10^{11}$  φορές μεγαλύτερη

**Άσκηση 3.**

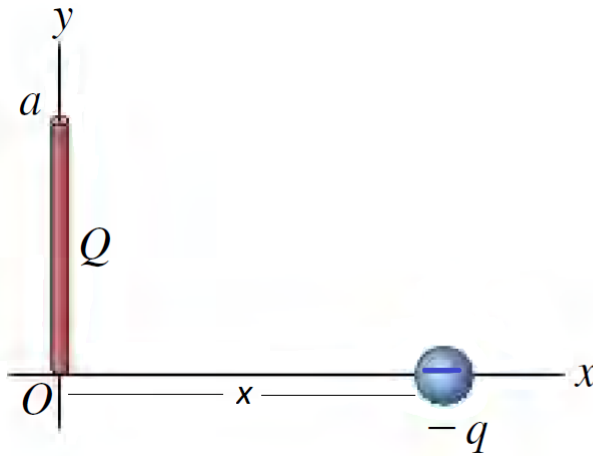
Στο Σχήμα 1, μια θετικά φορτισμένη ράβδος με ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο  $Q$  βρίσκεται τοποθετημένη στον άξονα  $y'y$  ανάμεσα στα σημεία  $y = 0$  και  $y = \alpha$ . Ένα αρνητικά φορτισμένο σημειακό φορτίο βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα  $x'x$ , σε απόσταση  $x$  από τη συμβολή των αξόνων.

(α) Δείξτε ότι οι  $x-$  και  $y-$  συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου λόγω της ράβδου για κάθε σημείο του θετικού ημιάξονα  $x'x$  δίνονται ως

$$E_x = \frac{k_e Q}{x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + \alpha^2}} \quad (1)$$

$$E_y = -\frac{k_e Q}{\alpha} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + \alpha^2}} \right) \quad (2)$$

Σας δίνονται στο σχήμα κάποια έτοιμα ολοκληρώματα για να τα χρησιμοποιήσετε.



$$\int_{c_1}^{c_2} \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dy = \frac{y}{x^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{y=c_1}^{y=c_2}$$

$$\int_{c_1}^{c_2} \frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dy = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{y=c_1}^{y=c_2}$$

Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 3.

(β) Δείτε ότι οι  $x$ - και  $y$ - συνιστώσες της δύναμης που ασκεί η ράβδος στο σημειακό φορτίο δίνονται ως

$$F_x = -k_e \frac{qQ}{x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + \alpha^2}} \quad (3)$$

$$F_y = k_e \frac{Qq}{\alpha} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + \alpha^2}} \right) \quad (4)$$

(γ) Δείξτε ότι αν  $x \gg \alpha$  τότε

$$F_x \approx -k_e \frac{Qq}{x^2} \quad (5)$$

$$F_y \approx \frac{1}{2} k_e \frac{Qqa}{x^3} \quad (6)$$

Hint: Για την  $y$ -συνιστώσα, κάντε ομώνυμα τα κλάσματα, απλοποιήστε τον αριθμητή που προκύπτει, και τότε εκτελέστε την προσέγγιση  $x \gg a$ , όπως την είδαμε και στις διαλέξεις.

**Άσκηση 4.**

Ένα θετικό φορτίο  $q$  είναι “δεμένο” στο σημείο  $(x, y) = (0, 0)$  και ένα αρνητικό φορτίο  $-2q$  επίσης “δεμένο” στο σημείο  $(x, y) = (a, 0)$ .

(α) Δείξτε τις θέσεις των φορτίων σε ένα απλό σχήμα.

(β) Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό  $V$  σε κάθε σημείο του άξονα  $x'$  ως συνάρτηση της τετμημένης  $x$ . Διακρίνετε τρεις περιπτώσεις:  $x < 0$ ,  $x > a$ ,  $0 < x < a$ . Θεωρήστε ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από το φορτίο.

(γ) Σε ποιό/α σημείο/α, πέραν του άπειρου, το δυναμικό είναι μηδέν;

(δ) Τι συμβαίνει στο ερώτημα (β) αν  $x \gg a$ ; Εξηγήστε.

Απ: (γ)  $x = -a, x = a/3$

**Άσκηση 5.**

Το ηλεκτρικό δυναμικό  $V$  σε μια περιοχή του χώρου περιγράφεται ως

$$V(x, y, z) = A(x^2 - 3y^2 + z^2) \quad (7)$$

με  $A$  σταθερά.

(α) Δείξτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  σε κάθε σημείο αυτής της περιοχής δίνεται ως

$$\vec{E} = -2Ax\vec{i} + 6Ay\vec{j} - 2Az\vec{k} \quad (8)$$

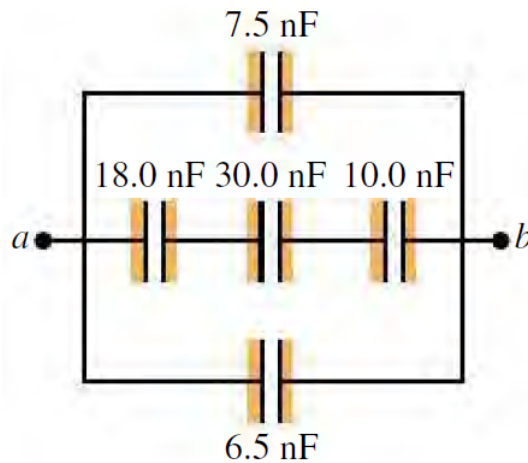
(β) Το έργο που παράγεται από το πεδίο όταν ένα σημειακό φορτίο  $1.5 \times 10^{-6}$  C κινείται από το σημείο  $(0, 0, 0.25)$  στη συμβολή των αξόνων είναι  $6 \times 10^{-5}$  J. Βρείτε τη σταθερά  $A$ .

(γ) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο  $(0, 0, 0.25)$ .

Απ.: (β)  $640 \text{ V/m}^2$ , (γ)  $-320\vec{k} \text{ V/m}$

### Άσκηση 6.

Στο Σχήμα 2 βλέπετε ένα σύστημα από πυκνωτές. Μια διαφορά δυναμικού ίση με 25 V εφαρμόζεται μεταξύ των σημείων  $ab$ .



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 6.

(α) Ποιά είναι η ισοδύναμη χωρητικότητα του συστήματος;

(β) Πόσο φορτίο αποθηκεύεται σε αυτό το σύστημα;

(γ) Πόσο φορτίο αποθηκεύει ο πυκνωτής των 6.5 nF;

(δ) Πόση είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή των 7.5 nF;

Απ.: (α) 19.3 nF, (β) 482 nC, (γ) 162 nC, (δ) 25 V

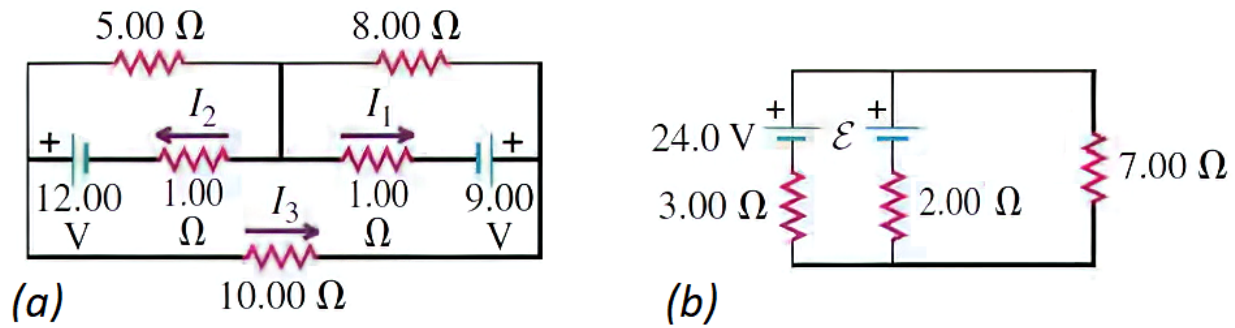
### Άσκηση 7.

Στο Σχήμα 3 βλέπετε δυο κυκλώματα αντιστάσεων.

(α) Στο κύκλωμα (α), υπολογίστε τα ρεύματα  $I_1, I_2, I_3$  όπως φαίνονται στο σχήμα. Κάνετε εύλογες υποθέσεις για τα ρεύματα των αντιστατών που δεν έχουν σημειωθεί.

(β) Στο κύκλωμα (β), πόση πρέπει να είναι η ΗΕΔ  $\varepsilon$  έτσι ώστε το ρεύμα που περνά από τον αντιστάτη των 7.0  $\Omega$  να είναι 1.80 A; Θεωρήστε ότι κάθε πηγή ΗΕΔ έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Κάνετε εύλογες υποθέσεις για τα ρεύματα των αντιστατών που δεν έχουν σημειωθεί.

Απ.: (α)  $I_1 = 0.848$ ,  $I_2 = 2.142$ ,  $I_3 = 0.1706$  A, (β)  $\varepsilon = 8.6$  V



Σχήμα 3: Κυκλώματα Άσκησης 7.

**Άσκηση 8.**

Ένας πυκνωτής χωρητικότητας  $2.0 \mu\text{F}$  είναι αρχικά αφόρτιστος και συνδέεται σε σειρά με έναν αντιστάτη αντίστασης  $6 \text{ k}\Omega$  και με μια πηγή ΗΕΔ  $\mathcal{E} = 90 \text{ V}$ , αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Το κύκλωμα κλείνει όταν  $t = 0$ .

- (α) Τη στιγμή ακριβώς που κλείνει, ποίος είναι ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια παραδίδεται στον αντιστάτη;
- (β) Για ποιά τιμή του  $t$  ο ρυθμός παράδοσης ηλεκτρικής ενέργειας στον αντιστάτη είναι ίσος με το ρυθμό αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας στον πυκνωτή; Θυμηθείτε ότι αν  $U_E(t)$  είναι η ηλεκτρική ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή, ο ρυθμός αποθήκευσής της θα είναι  $\frac{d}{dt}U_E(t)$ .
- (γ) Τη στιγμή  $t$  που βρήκατε πριν, ποίος είναι ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια παραδίδεται στον αντιστάτη;

Απ.: (α)  $1.35 \text{ W}$ , (β)  $RC \ln(2) = 8.31 \times 10^{-3} \text{ s}$ , (γ)  $0.3375 \text{ W}$