ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2022
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Τέταρτης Σειράς Ασκήσεων

Άσκηση 1.
Θεωρούμε το βιβλίο ως σύστημα. Στο βιβλίο παράγεται έργο από την εξωτερική δύναμη $\vec{F}_x$. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ-Ε στη διαδρομή από $x = 0$, όπου το σώμα έχει ταχύτητα $u = 6$, m/s ως $x = 5$.

$$\Delta K_{A\to B} = \sum W_{ext} \tag{1}$$
$$K_B - K_A = W_F \tag{2}$$
$$\frac{1}{2}mu_B^2 - \frac{1}{2}mu_A^2 = \int_0^5 F_x dx = \int_0^5 (-12 + 0.3x^2)dx = -12x + 0.3\frac{x^3}{3}\Big|_{x=0}^{x=5} = -47.5 \text{ J} \tag{3}$$
$$u_B^2 = u_A^2 - \frac{2\cdot 47.5}{m} \tag{4}$$
$$u_B = 4.12 \text{ m/s} \tag{5}$$

Άσκηση 2.

(α') Η αρχική κινητική ενέργεια του κεφαλιού απορροφάται από τα οστά του λαιμού κατά το φρενάρισμα. Άρα

$$K = 8.0 \text{ J} \iff \frac{1}{2}mu_{max}^2 = 8.0 \implies u_{max} = \sqrt{\frac{16}{5}} = 1.8 \text{ m/s} \tag{6}$$

(β') Θεωρωντας σταθερή την επιτάχυνση, ισχύει ο 2ος νόμος Newton στον επιβάτη.

$$\vec{F} = m\vec{a} \implies F = ma \tag{7}$$

Όμως ο πειβάτης μοντελοποιείται και ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση από τη στιγμή της στάσης ως αυτή της σύγκρουσης, άρα

$$u_f = u_i + at \iff a = \frac{u_f - u_i}{t} = \frac{1.8}{0.01} = 180 \text{ m/s}^2 \tag{8}$$

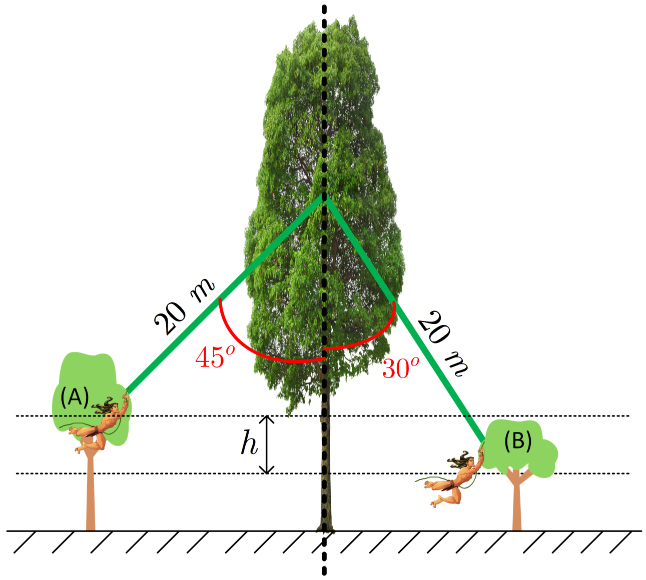
Αυτό ισούται με περίπου $18g$.

(γ') Η δύναμη που ασκείται στο κεφάλι μας είναι

$$F = ma = 5\cdot 180 = 900 \text{ N} \tag{9}$$

(δ') Κρατάμε πάντα αποστάσεις και φοράμε ζώνες!

Άσκηση 3.
Έστω το σύστημα {Ταρζάν, Γη}. Στον Ταρζάν ασκείται η δύναμη του βάρους και η τάση του κλήματος, με την τελευταία να παράγει μηδενικό έργο γιατί είναι πάντα κάθετη στη μετατόπιση. Το σύστημα είναι απομονωμένο και με μόνο συντηρητικές δυνάμεις. Ισχύει η ΑΔΜΕ από το σημείο εκκίνησης του Ταρζάν,



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 3.*

(A), ως το σημείο επαφής με την Τζέιν, (B). Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται το επίπεδο της Τζέιν, h μέτρα κάτω από το σημείο εκκίνησης του Ταρζάν.

$$K_A + U_{g_A} = K_B + U_{g_B} \tag{10}$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mu_B^2 + 0 \tag{11}$$

Από τα ορθογώνια τρίγωνα του σχήματος,

$$h = 20\cos(30^\circ) - 20\cos(45^\circ) = 3.1784 \text{ m} \tag{12}$$

Οπότε

$$u_B^2 = 2gh \Longrightarrow u_B = \sqrt{2gh} = 7.896 \text{ m/s} \tag{13}$$

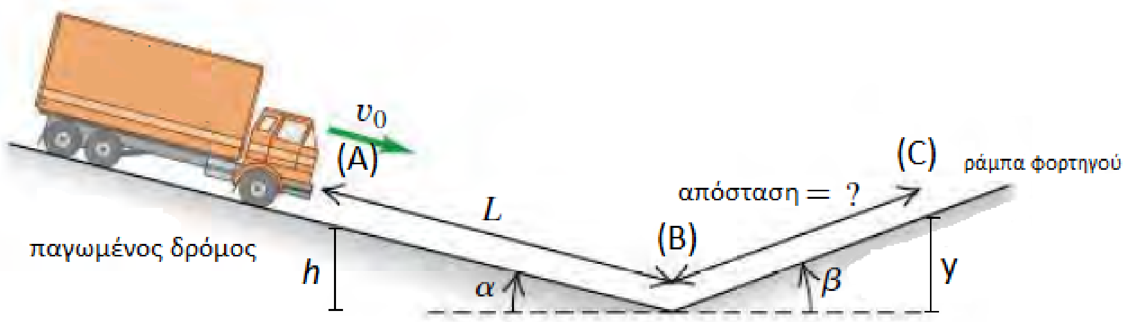
Λαμβάνοντας υπ' όψη τα δεδομένα του πυγμάχου, σίγουρα η Τζέιν θα ζητήσει περισσότερη εξάσκηση από τον Ταρζάν - αν επιζήσει της πτώσης από το δέντρο! :)

Άσκηση 4.

Μοντελοποιούμε το φορτηγό ως σωματίδιο και θεωρούμε το σύστημα {φορτηγό, Γη}, το οποίο είναι απομονωμένο καθώς η κάθετη δύναμη από τον παγωμένο δρόμο δεν παράγει έργο στο σύστημα και δεν υπάρχει δύναμη τριβής στη διαδρομή πάνω στον παγωμένο δρόμο. Θα χωρίσουμε τη συνολική διαδρομή σε δυο τμήματα: στον παγωμένο δρόμο και στη ράμπα με τριβές. Στον παγωμένο δρόμο ισχύει η ΑΔΜΕ, καθώς η μόνη δύναμη στο σύστημα {φορτηγό, Γη} που παράγει έργο είναι αυτή του βάρους, που είναι εσωτερική και συντηρητική. Η διαδρομή μας είναι από τη θέση (A) στην αρχή του δρόμου ως τη θέση (B) στη βάση του. Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι στη βάση του κεκλιμένου παγωμένου δρόμου.

$$K_A + U_{g_A} = K_B + U_{g_B} \tag{14}$$
$$\frac{1}{2}mu_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mu_B^2 + 0 \tag{15}$$
$$\frac{1}{2}mu_0^2 + mg\sin(\alpha)L = \frac{1}{2}mu_B^2 \tag{16}$$
$$u_B^2 = u_0^2 + 2gL\sin(\alpha) \tag{17}$$

Στη διαδρομή πάνω στη ράμπα, ισχύει η ΑΔΕ στη διαδρομή από τη βάση της (B) ως τη θέση στάσης (C).



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 4.*

Ως σύστημα θεωρούμε το {φορτηγό, ράμπα, Γη}. Το σύστημα είναι απομονωμένο, καθώς η κάθετη δύναμη από τη ράμπα πάνω στο φορτηγό δεν παράγει έργο στο σύστημα. Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται το επίπεδο της θέσης (B). Έστω d η απόσταση που διανύει το φορτηγό επάνω στη ράμπα.

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta E_{th} = 0 \tag{18}$$
$$K_C - K_B + U_{gC} - U_{gB} + \Delta E_{th} = 0 \tag{19}$$
$$0 - \frac{1}{2}mu_B^2 + mgy - 0 + f_k d = 0 \tag{20}$$
$$-\frac{1}{2}mu_B^2 + mgd\sin(\beta) + f_k d = 0 \tag{21}$$

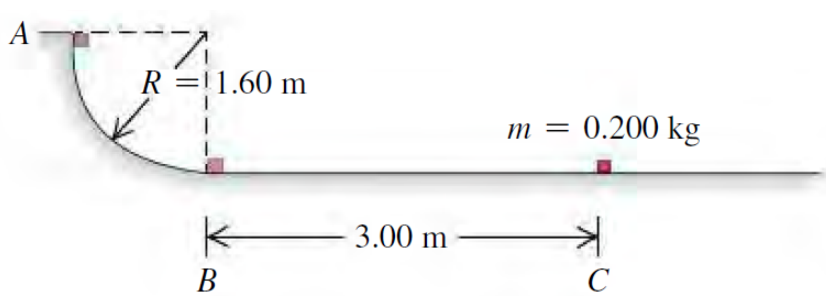
Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$ ο οποίος νοείται κάθετος στη ράμπα του φορτηγού, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = \vec{0} \Longrightarrow n - mg\cos(\beta) = 0 \Longleftrightarrow n = mg\cos(\beta) \tag{22}$$

Άρα

$$-\frac{1}{2}mu_B^2 + mgd\sin(\beta) + f_k d = 0 \tag{23}$$
$$-\frac{1}{2}mu_B^2 + mgd\sin(\beta) + \mu_k n d = 0 \tag{24}$$
$$-\frac{1}{2}mu_B^2 + mgd\sin(\beta) + \mu_k mg\cos(\beta)d = 0 \tag{25}$$
$$-\frac{1}{2}u_0^2 - gL\sin(\alpha) + gd\sin(\beta) + \mu_k g\cos(\beta)d = 0 \tag{26}$$
$$d = \frac{\frac{u_0^2}{2g} + L\sin(\alpha)}{\sin(\beta) + \mu_k\cos(\beta)} \tag{27}$$

Άσκηση 5.



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 5.*

(α') Θεωρούμε το σύστημα του δέματος. Είναι μη απομονωμένο σύστημα, με δυνάμεις της τριβής και του δαπέδου να ασκούνται πάνω του στη διαδρομή $B \to C$, με την τελευταία να μην παράγει έργο στο σύστημα. Ισχύει το ΘΜΚΕ-Ε στη διαδρομή αυτή.

$$\Delta K_{B\to C} = \sum W_{ext} \tag{28}$$
$$0 - \frac{1}{2}mu_B^2 = W_{f_k} \tag{29}$$
$$-\frac{1}{2}mu_B^2 = -f_k d \tag{30}$$

Λόγω ισορροπίας στον άξονα $y'y$ ο οποίος νοείται κάθετος στην επίπεδη επιφάνεια, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow n - mg = 0 \Longleftrightarrow n = mg \tag{31}$$

Άρα

$$-\frac{1}{2}mu_B^2 = -\mu_k n d \tag{32}$$
$$-\frac{1}{2}mu_B^2 = -mu_k mgd \tag{33}$$
$$\mu_k = \frac{u_B^2}{2gd} \tag{34}$$
$$= 0.392 \tag{35}$$

(β') Για την κίνηση από την κορυφή ως τη βάση του τεταρτοκυκλίου ισχύει η ΑΔΕ στη διαδρομή $A \to B$. Σύστημα θεωρούμε το $\{$δέμα, Γη$\}$, και είναι μη απομονωμένο καθώς η τριβή παράγει έργο επάνω στο σύστημα. Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται το επίπεδο στη βάση του τεταρτοκυκλίου, θέση (B).

$$\Delta K + \Delta U_g = W_{f_k} \tag{36}$$
$$K_B - K_A + U_{g_B} - U_{g_A} = W_{f_k} \tag{37}$$
$$\frac{1}{2}mu_B^2 - 0 + 0 - mgR = W_{f_k} \tag{38}$$
$$W_{f_k} = \frac{1}{2}mu_B^2 - mgR \tag{39}$$
$$= -0.83 \text{ J} \tag{40}$$