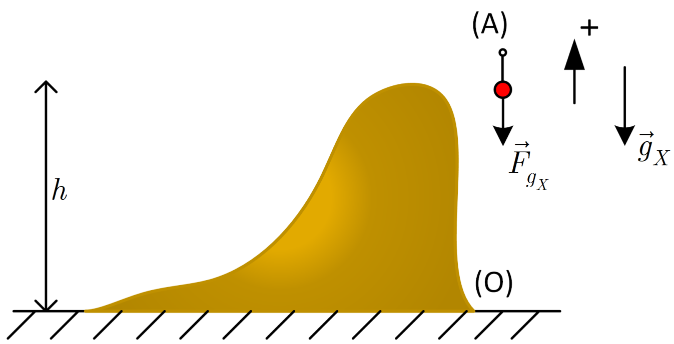
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2022
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Τρίτης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 24/10/2022 Ημερομηνία Παράδοσης: 2/11/2022, 12:00:00, πρωί

Άσκηση 1.
Το μπρελόκ εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση. Θεωρούμε θετική φορά της κίνησης προς τα πάνω. Σημείο αναφοράς θα είναι η θέση του εδάφους, Ο, και θέση ρίψης η θέση Α, 10 μέτρα από το σημείο αναφοράς. Στο μπρελόκ ασκείται μόνο μια δύναμη κατά την κίνησή του, η δύναμη του βάρους, $\vec{F}_g$. Δείτε το Σχήμα 1.



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 1.*

(α΄) Το μπρελόκ επιταχύνεται καθώς πέφτει λόγω της δύναμης του βάρους, άρα θεωρείται ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση. Άρα

$$y_O = y_A + u_{yA}t - \frac{1}{2}g_X t^2 \iff 0 = 10 + 0t - \frac{1}{2}g_X(3.4)^2 \iff g_X = 1.730 \text{ m/s}^2 \tag{1}$$

(β΄) Το βάρος του μπρελόκ θα είναι

$$F_g = mg_X = 0.1 \cdot 1.730 = 0.173 \text{ N} \tag{2}$$

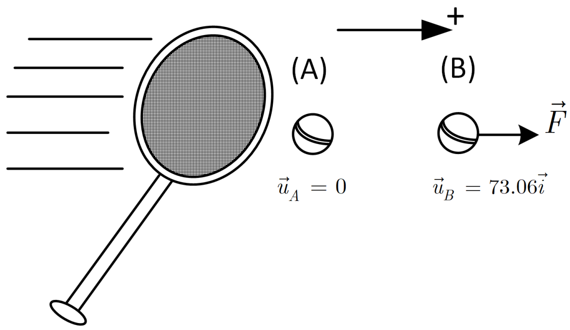
Στον πλανήτη Γη θα ήταν

$$F_g = mg = 0.1 \cdot 9.81 = 0.981 \text{ N} \tag{3}$$

δηλ. περίπου 5.5 φορές μεγαλύτερη η δύναμη του βάρους στη Γη.

Άσκηση 2.
Θεωρούμε ότι το μπαλάκι θα κινηθεί σε ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση και ότι η δύναμη που του ασκείται από τη ρακέτα θα είναι οριζόντια. Έστω ότι το μπαλάκι κινείται προς τα δεξιά, που είναι και η θετική φορά της κίνησης. Μοντελοποιούμε το μπαλάκι ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση, αρχικά σε ακινησία. Έστω θέση (Α) αυτή της ακινησίας, θέση (Β) αυτή του χτυπήματος της μπάλας. Δείτε το Σχήμα 2. Δε γνωρίζουμε την επιτάχυνση, ας τη βρούμε στη διαδρομή A → B:

$$u_B = u_A + a_x t \iff a_x = \frac{u_B - u_A}{t} = \frac{73.06 - 0}{0.03 - 0} = 2.435 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2 \tag{4}$$



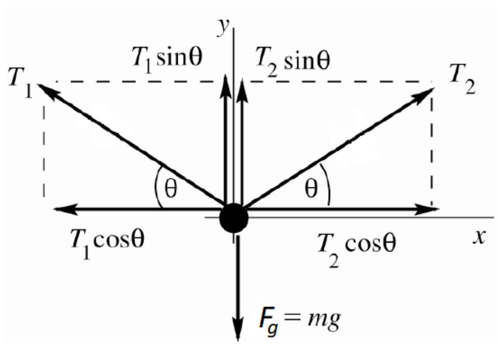
Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 2.*

Μοντελοποιούμε το μπαλάκι ως σώμα υπό σταθερή δύναμη. Ισχύει ο 2ος νόμος του Newton.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Longleftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Longrightarrow F = ma \Longleftrightarrow F = 0.057 \cdot 2.435 \cdot 10^3 = 138.814 \text{ N} \tag{5}$$

Άσκηση 3.

Στο Σχήμα 3 βλέπετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον αρχαιολόγο. Οι τάσεις των σχοινιών T_1, T_2 έχουν αναλυθεί σε $x - y$ συνιστώσες. Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων μας να ξεκινά στη θέση που ο αρχαιολόγος ισορροπεί. Θετικές φορές θεωρούνται οι συμβατικές των αξόνων. Επειδή βρίσκεται στη μέση της διαδρομής,



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 3.*

οι γωνίες θ είναι ίσες μεταξύ τους. Ο αρχαιολόγος βρίσκεται σε ακινησία και ισορροπεί. Ισχύει ο 1ος νόμος του Newton και στους δυο άξονες.

(α΄) Στον άξονα $x'x$:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = \vec{0} \Longrightarrow -T_{1x} + T_{2x} = 0 \Longleftrightarrow -T_1\cos(\theta) + T_2\cos(\theta) = 0 \tag{6}$$

Βλέπουμε ότι λόγω ισότητας γωνιών, οι τάσεις των σχοινιών είναι ίσες, $T_1 = T_2$.

Στον άξονα $y'y$:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow T_{1y} + T_{2y} - F_g = 0 \Longleftrightarrow T_1\sin(\theta) + T_2\sin(\theta) - mg = 0 \tag{7}$$

Λόγω $T_1 = T_2$ παίρνουμε

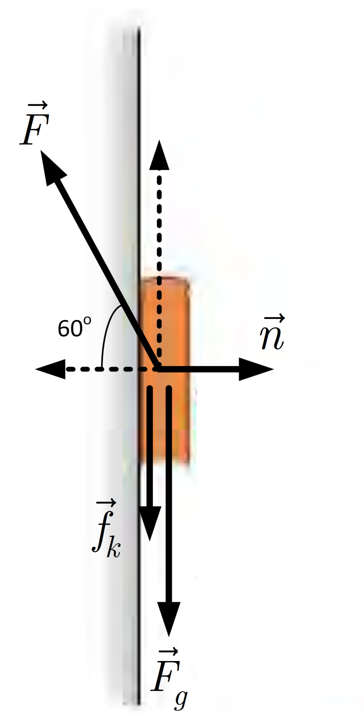
$$2T_1\sin(\theta) = mg \Longleftrightarrow T_1 = \frac{mg}{2\sin(\theta)} = \frac{90 \cdot 9.81}{2 \cdot \sin(10°)} = 2539.6\text{N} \tag{8}$$

(β΄) Αν $T = 2.5 \times 10^3$ N, τότε

$$2T_1\sin(\theta) = mg \Longleftrightarrow \sin(\theta) = \frac{mg}{2T} = \frac{90 \cdot 9.81}{2(2.5 \times 10^3)} = 0.176 \Longrightarrow \theta = \sin^{-1}(0.176) = 10.17° \tag{9}$$

Άσκηση 4.

Θεωρούμε ότι το βιβλίο μοντελοποιείται ως σώμα σε ευθύγραμμη κατακόρυφη κίνηση, υπό σταθερή επιτάχυνση. Τοποθετούμε το σύστημα συντεταγμένων μας με αναφορά το βιβλίο και θετικές φορές θεωρούμε τις συμβατικές. Στο Σχήμα 4 βλέπουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο βιβλίο, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες.



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 4.*

(α΄) Το σώμα-βιβλίο ισορροπεί στον άξονα $x'x$, οπότε ισχύει ο 1ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \iff \vec{F}_x + \vec{n} = \vec{0} \implies -F_x + n = 0 \iff n = F_x = F\cos(60^\circ) \tag{10}$$

Το σώμα-βιβλιο επιταχύνεται στον άξονα $y'y$, οπότε ισχύει ο 2ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \iff \vec{F}_y + \vec{F}_g + \vec{f}_k = m\vec{a}_y \implies F\sin(60^\circ) - mg - \mu_k n = ma_y \tag{11}$$

Όμως ξέρουμε ότι

$$f_k = \mu_k n \tag{12}$$

και βρήκαμε ότι

$$n = F\cos(60^\circ) \tag{13}$$

Άρα

$$f_k = \mu_k F\cos(60^\circ) \tag{14}$$

και άρα

$$a_y = \frac{F\sin(60^\circ) - \mu_k F\cos(60^\circ) - mg}{m} \tag{15}$$

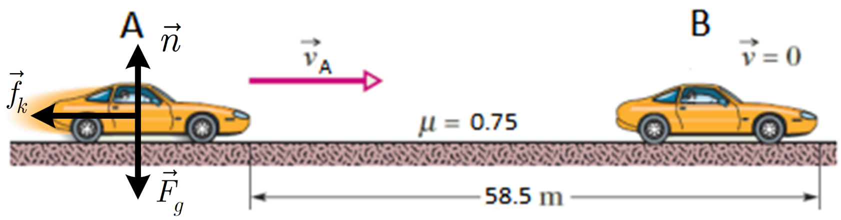
Βάζοντας τις τιμές, παίρνουμε ότι $a_y = 3.948\ \mathrm{m/s^2}$, δηλ. $\vec{a}_y = 3.984\vec{j}\ \mathrm{m/s^2}$.

(β΄) Αν μοντελοποιήσουμε το βιβλίο ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση και ορίσουμε αρχική θέση την ακινησία (Ο) και τελική θέση τη ζητούμενη (Α), τότε

$$u_A^2 = u_O^2 + 2a_y\Delta y \iff u_A^2 = 0 + 2\cdot 3.948\cdot 0.4 \implies u_A = 1.777\ \mathrm{m/s} \tag{16}$$

Άσκηση 5.

Αρχικά, τα 70.0 km/h ισούνται με 19.444 m/s. Αυτό είναι το όριο ταχύτητας. Ζητούμε την ταχύτητα που είχε το αυτοκίνητο όταν το πλησίασε το περιπολικό και αναγκάστηκε να πατήσει τα φρένα του. Αν μοντελοποιήσουμε το αυτοκίνητο ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση, και η κίνησή του θεωρηθεί ευθύγραμμη και προς τα δεξιά (ταυτίζεται με τη θετική φορά), τότε μπορούμε να ορίσουμε ως θέση (Α) τη θέση που πάτησε τα φρένα του και (Β) τη θέση που σταμάτησε, όπως στο Σχήμα 5. Στο αυτοκίνητο ασκούνται οι εξής δυνάμεις



Σχήμα 5: *Σχήμα Άσκησης 5.*

στη διαδρομή του: η δύναμη του βάρους του, $\vec{F}_g$, η κάθετη δύναμη από το οδόστρωμα, $\vec{n}$, και η τριβή ολισθήσεως, $\vec{f}_k$. Αφού το αυτοκίνητο επιβραδύνει στον άξονα $x'x$ ισχύει ο 2ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Longleftrightarrow \vec{f}_k = m\vec{a}_x \Longrightarrow -f_k = ma_x \Longrightarrow a_x = -\frac{f_k}{m} \tag{17}$$

Στον άξονα $y'y$, το αυτοκίνητο ισορροπεί, άρα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow n - F_g = 0 \Longleftrightarrow n = F_g = mg \tag{18}$$

κι επειδή ξέρουμε ότι

$$f_k = \mu_k n \tag{19}$$

τότε

$$f_k = \mu_k mg \tag{20}$$

Από τη σχέση (17) παίρνουμε λοιπόν

$$a_x = -\frac{\mu_k mg}{m} = -\mu_k g \tag{21}$$

Στη διαδρομή $A \to B$, το αυτοκίνητο βρίσκεται υπό σταθερή επιτάχυνση, άρα

$$u_B^2 = u_A^2 + 2a_x\Delta x \Longleftrightarrow 0 = u_A^2 - 2\mu_k g\Delta x \Longleftrightarrow u_A^2 = 2\mu_k g\Delta x \tag{22}$$

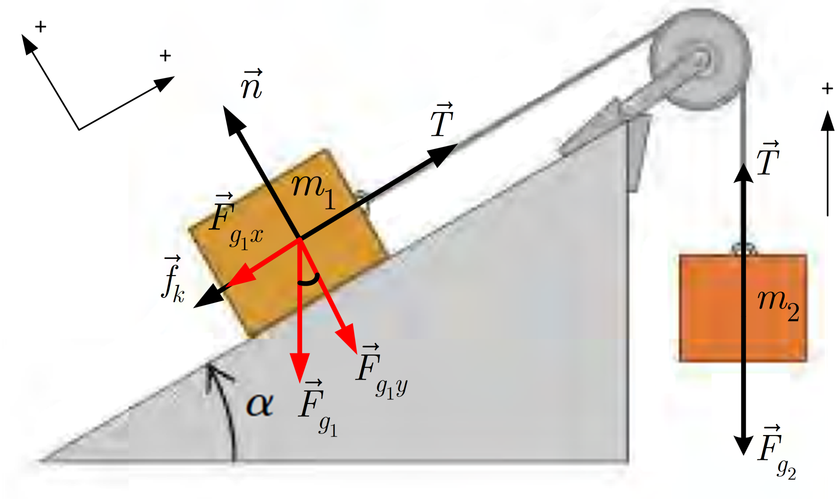
Σύμφωνα με τα στοιχεία,

$$u_A^2 = 2 \cdot 0.75 \cdot 9.81 \cdot 58.5 = 860.827 \Longrightarrow u_A = 29.34 \text{ m/s} \tag{23}$$

Άρα για να σταματήσει στην απόσταση που μετρήθηκε, θα έπρεπε όταν πάτησε τα φρένα του να κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη του ορίου - συγκεκριμένα με ταχύτητα 104.4 km/h. Ένοχος!

Άσκηση 6.

Στο Σχήμα 6, έχουμε σημειώσει τις δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα. Θετικές φορές θεωρούνται οι συμβατικές. Αναγνωρίζουμε ότι καθένα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση. Η επιτάχυνση του ενός σώματος ισούται *κατά μέτρο* με την επιτάχυνση του δεύτερου, δηλ. $a_{m_1} = a_{m_2}$, αφού τα δυο σώματα κινούνται μαζί λόγω σύνδεσης με αβαρές και ανελαστικό σχοινί. Θεωρούμε άξονα $x'x$ παράλληλο του κεκλιμένου για το σώμα μάζας m_1.



Σχήμα 6: *Σχήμα Άσκησης 6.*

(α') Το σώμα m_1 εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση προς το άνω μέρος του κεκλιμένου, ενώ το σώμα m_2 εκτελεί την ίδια κίνηση αλλά προς τα κάτω. Για το σώμα μάζας m_2 στην κατακόρυφη διαδρομή από την ακινησία (Α), που είναι και θέση αναφοράς, στη θέση που έχει κατέβει 12 μέτρα (Β), ισχύει

$$y_B = y_A + u_{yA}t - \frac{1}{2}a_y t^2 \Longleftrightarrow -12 = 0 + 0t - \frac{1}{2}a_y t^2 \Longleftrightarrow a_y = \frac{2 \cdot 12}{9} = 2.667 \text{ m/s}^2 \tag{24}$$

που ισούται κατά μέτρο με την επιτάχυνση του σώματος m_1.

(β') Για το σώμα m_1, από το σχήμα βλέπουμε ότι στον άξονα $y'y$ ισορροπεί, άρα ισχύει ο 1ος νόμος Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_1y} = \vec{0} \Longrightarrow n - m_1 g\cos(\alpha) = 0 \Longleftrightarrow n = m_1 g\cos(\alpha) \tag{25}$$

Επίσης, στον άξονα $x'x$ επιταχύνεται, αρα ισχύει ο 2ος νόμος Newton:

$$\sum \vec{F}_x = m_1\vec{a}_x \Longleftrightarrow \vec{f}_k + \vec{F}_{g_1x} + \vec{T} = m_1\vec{a}_x \Longrightarrow -f_k - m_1 g\sin(\alpha) + T = m_1 a_x \tag{26}$$

Από τη σχέση (25) και τη σχέση $f_k = \mu_k n$, συνεχίζουμε

$$-\mu_k m_1 g\cos(\alpha) - m_1 g\sin(\alpha) + T = m_1 a_x \Longleftrightarrow T = m_1 a_x + \mu_k m_1 g\cos(\alpha) + m_1 g\sin(\alpha) = 257.36 \text{ N} \tag{27}$$

Το σώμα μάζας m_2 επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση - κατά μέτρο - με το σώμα μάζας m_1, οπότε

$$\sum \vec{F}_y = m_2\vec{a}_y \Longleftrightarrow \vec{T} + \vec{F}_{g2} = m_2\vec{a}_y \Longrightarrow T - m_2 g = m_2(-a_y) \tag{28}$$

Όμως $a_y = a_x$, οπότε

$$T - m_2 g = -m_2 a_y \Longleftrightarrow m_2 = \frac{T}{g - a_x} = 36.03 \text{ kg} \tag{29}$$