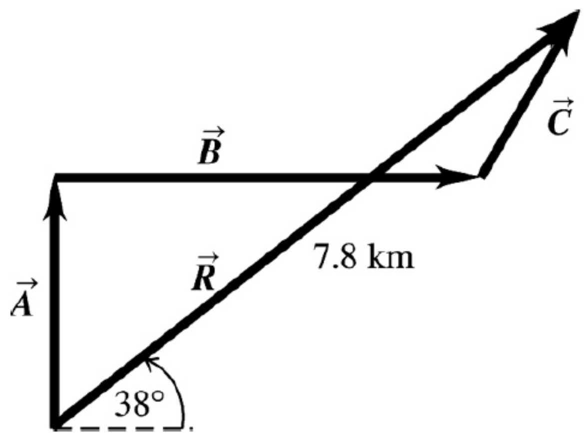
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2022
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Πρώτης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 28/9/2022 Ημερομηνία Παράδοσης: 7/10/2022, έως 12:00:00

Άσκηση 1.
Δείτε το Σχήμα 1. Θέτουμε τη συμβολή των αξόνων στην αρχή του διανύσματος $\vec{A}$. Αναλύοντας κάθε



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 1.*

διάνυσμα σε συνιστώσες, θα έχουμε

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} \tag{1}$$
$$R_x\vec{i} + R_y\vec{j} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + C_x\vec{i} + C_y\vec{j} \tag{2}$$

Από το σχήμα

$$A_x = 0 \tag{3}$$
$$B_y = 0 \tag{4}$$

οπότε

$$R_x\vec{i} + R_y\vec{j} = A_y\vec{j} + B_x\vec{i} + C_x\vec{i} + C_y\vec{j} \tag{5}$$

και άρα

$$R_x = B_x + C_x \tag{6}$$
$$R_y = A_y + C_y \tag{7}$$

με

$$B_x = 4.0 \tag{8}$$
$$C_x = C\cos(45^\circ) = 3.1\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.55\sqrt{2} \tag{9}$$
$$A_y = 2.6 \tag{10}$$
$$C_y = C\sin(45^\circ) = 3.1\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.55\sqrt{2} \tag{11}$$

Αρα

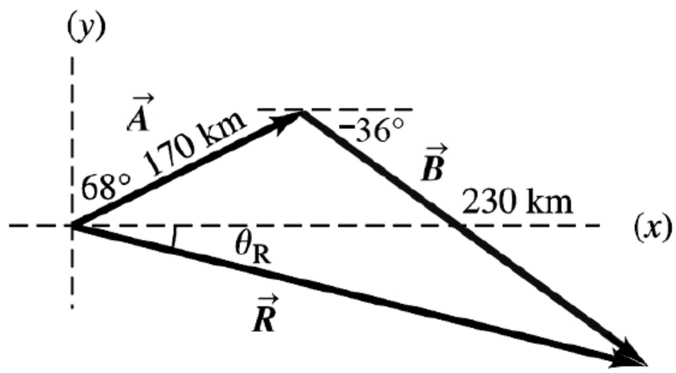
$$R_x = 1.55\sqrt{2} + 4.0 = 6.192 \tag{12}$$
$$R_y = 2.6 + 1.55\sqrt{2} = 4.782 \tag{13}$$

Έτσι

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{6.192^2 + 4.782^2} = 7.823 \text{ m} \tag{14}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = 37.678^\circ \tag{15}$$

Άσκηση 2.

Δείτε το Σχήμα 2. Θέτουμε τη συμβολή των αξόνων στο αεροδρόμιο. Έστω $\vec{R}$ το διάνυσμα της συνολικής



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 2.*

μετατόπισης. Αναλύοντας σε συνιστώσες, θα έχουμε

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \tag{16}$$
$$R_x\vec{i} + R_y\vec{j} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + B_x\vec{i} + B_y\vec{j} \tag{17}$$

με

$$A_x = A\cos(22^\circ) = 157.62 \tag{18}$$
$$B_x = B\cos(-36^\circ) = 186.07 \tag{19}$$
$$A_y = A\sin(22^\circ) = 63.683 \tag{20}$$
$$B_y = B\sin(-36^\circ) = -135.19 \tag{21}$$

Αρα

$$R_x = A_x + B_x = 343.69 \tag{22}$$
$$R_y = A_y + B_y = -71.507 \tag{23}$$

Έτσι

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 351.05 \text{ km} \tag{24}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = -11.753^\circ \tag{25}$$

Άσκηση 3.
Έστω δυο διανύσματα

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}\ \mathrm{m} \tag{26}$$
$$\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j}\ \mathrm{m} \tag{27}$$

Βρείτε

(α΄) Είναι

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2} \tag{28}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{-2}{2} = -45^\circ \tag{29}$$

(β΄) Είναι

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \tag{30}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{4}{-2} = -63.43^\circ \underbrace{\rightarrow}_{+\pi} 116.57^\circ \tag{31}$$

(γ΄) Είναι

$$\vec{a} + \vec{b} = 2j \tag{32}$$

και άρα $|veca + \vec{b}| = 2$. Το διάνυσμα βρίσκεται πάνω στον άξονα $y'y$ άρα η γωνία του είναι $\theta = 90^\circ$.

(δ΄) Είναι

$$\vec{b} - \vec{a} = -4\vec{i} + 6\vec{j} \tag{33}$$

Αρα

$$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{(-4)^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 7.21111 \tag{34}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{6}{-4} = -56.31^\circ \underbrace{\rightarrow}_{+\pi} 123.69 \tag{35}$$

(ε΄) Είναι

$$\vec{a} - \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} \tag{36}$$

Αρα

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{52} = 7.2111 \tag{37}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{-6}{4} = -56.31^\circ \tag{38}$$

(ϛ΄) Έστω $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a} = -4\vec{i} + 6\vec{j}$ και $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$. Παρατηρούμε ότι τα δυο διανύσματα είναι αντίρροπα. Αρα η γωνία μεταξύ τους θα είναι 180°. Αν δεν το παρατηρούσαμε, θα είχαμε

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{|\vec{c}||\vec{d}|} = \frac{-16 - 36}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{52}} = \frac{-52}{52} = -1 \tag{39}$$

και άρα $\theta = 180^\circ$.

Άσκηση 4.
Τρια διανύσματα δίνονται ως

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \tag{40}$$

$$\vec{b} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \tag{41}$$

$$\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \tag{42}$$

με $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ τα μοναδιαία διανύσματα του τριδιάστατου χώρου. Υπολογίστε τα

(α΄) Είναι

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (-2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} + \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \tag{43}$$

$$= (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (-\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}) \tag{44}$$

$$= -2 - 1 - 4 = -7 \tag{45}$$

(β΄) Είναι

$$\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} = (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (-2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) - (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \tag{46}$$

$$= (-4 - 3 - 1) - (2 + 2 - 3) \tag{47}$$

$$= -8 - 1 = -9 \tag{48}$$

(γ΄) Είναι

$$(\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{c}) = \Big((2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k})\Big) \Big((-2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k})\Big) \tag{49}$$

$$= (2 + 2 - 3)(-2 - 6 + 3) \tag{50}$$

$$= -5 \tag{51}$$

Άσκηση 5.
Έστω $\vec{a} = 5\vec{i} - 6.5\vec{j}$ και $\vec{b} = 3.5\vec{i} - 7\vec{j}$, ενώ $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j}$. Ισχύει ότι

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Longleftrightarrow 5c_1 - \frac{13}{2}c_2 = 0 \tag{52}$$

γιατί καθετότητα σημαίνει εσωτερικό γινόμενο μηδέν. Επίσης

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 15 \Longleftrightarrow \frac{7}{2}c_1 - 7c_2 = 15 \tag{53}$$

Λύνοντας το σύστημα βρίσκουμε

$$\vec{c} = -\frac{390}{49}\vec{i} - \frac{300}{49}\vec{j} \tag{54}$$