ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2021
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Τρίτης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 9/11/2021 Ημερομηνία Παράδοσης: 19/11/2021, 15:44:59

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.
Κρατήστε 3 δεκαδικά ψηφία στις πράξεις σας.
Κάποιες από τις δοσμένες απαντήσεις μπορεί να είναι προσεγγιστικές και να διαφέρουν από τις δικές σας.
Θεωρήστε - όπου χρειάζεται - $|\vec{g}| = 9.8$ m/s^2.

Άσκηση 1.

(α΄) Στον κυνηγό ασκούνται δυο δυνάμεις: η δύναμη του βάρους κι η δύναμη τριβής ολίσθησης λόγω του πασάλου, $\vec{F}_{pg}$. Οι δυο αυτές δυνάμεις βρίσκονται πάνω στον άξονα $y'y$ της κίνησης του κυνηγού. Θεωρούμε θετική κατεύθυνση της κίνησης προς τα πάνω. Από τον 2ο Νόμο Newton έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{a}_y \iff \vec{F}_g + \vec{F}_{pg} = m\vec{a}_y \Longrightarrow mg - F_{pg} = -ma \iff F_{pg} = m(a+g) \tag{1}$$

Η μάζα του κυνηγού βρίσκεται από τη δύναμη του βάρους, δηλ.

$$F_g = mg \iff m = \frac{F_g}{g} = \frac{712}{9.8} = 72.653 \text{ kg} \tag{2}$$

Οπότε

$$F_{pg} = m(a+g) = 72.653 \cdot (9.8 - 3) = 494.04 \text{ N} \tag{3}$$

με φορά προς τα πάνω.

(β΄) Λόγω του 3ου Νόμου Newton, η δύναμη που ασκεί ο πάσαλος στον κυνηγό θα είναι ίδια σε μέτρο και αντίθετης φοράς στη δύναμη που ασκεί ο κυνηγός στον πάσαλο. Άρα

$$\vec{F}_{gp} = -\vec{F}_{pg} \tag{4}$$

οπότε

$$F_{gp} = 494 \text{ N} \tag{5}$$

με φορά προς τα κάτω.

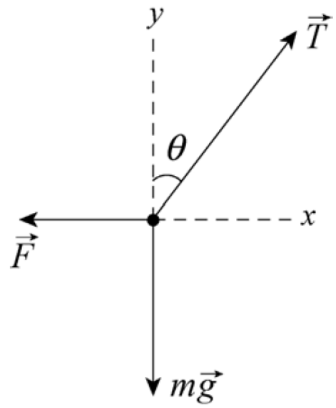
Άσκηση 2.

Δείτε το Σχήμα 1. Τρεις δυνάμεις ασκούνται στο στολίδι. Η δύναμη του βάρους, $\vec{F}_g$, η δύναμη του αέρα, $\vec{F}$, και η τάση του νήματος $\vec{T}$. Αναλύουμε την τάση του νήματος σε δυο συνιστώσες, $\vec{T}_x$, $\vec{T}_y$. Θεωρούμε θετική φορά της κίνησης προς τα αριστερά. Το στολίδι ισορροπεί και στους δυο άξονες, οπότε από τον 1ο Νόμο Newton θα είναι:

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \iff \vec{F}_g + \vec{T}_y = \vec{0} \Longrightarrow T_y - F_g = 0 \iff T\cos(37^\circ) = mg \iff T = \frac{mg}{\cos(37^\circ)} = 3.684 \times 10^{-3} \text{ N} \tag{6}$$

και

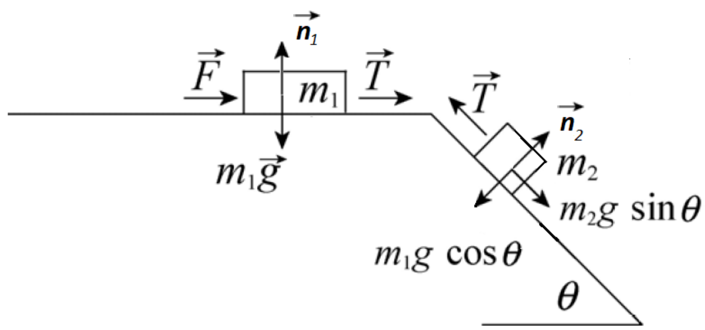
$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \iff \vec{F}_x + \vec{T}_x = \vec{0} \Longrightarrow F - T_x = 0 \iff F = T\sin(37^\circ) = 22.172 \times 10^{-4} \text{ N} \tag{7}$$



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 2.*

Άσκηση 3.

Δείτε το Σχήμα 2. Θεωρούμε ότι το σώμα μάζας m_1 κινείται σε έναν οριζόντιο άξονα x' ενώ το σώμα μάζας m_2 κινείται σε άξονα $x'x$ παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο. Θετική φορά για καθέναν είναι προς τα δεξιά και προς τα "κάτω", αντίστοιχα. Δεδομένου ότι το σχοινί είναι τεντωμένο και η τροχαλία αβαρής και χωρίς τριβές, όπως και το επικλινές, η κίνηση των δυο σωμάτων γίνεται ταυτόχρονα και το μέτρο της επιτάχυνσής τους (όχι όμως και το διάνυσμα) είναι το ίδιο και για τα δυο σώματα. Οι δυνάμεις φαίνονται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 3.*

(α΄) Ισχύει ο 2ος Νόμος Newton για κάθε σώμα στο δικό του άξονα $x'x$:

$$\Sigma\vec{F}_x = m_1\vec{a}_x \iff \vec{F} + \vec{T} = m_1\vec{a} \Longrightarrow F + T = m_1 a \tag{8}$$

$$\Sigma\vec{F}_x = m_2\vec{a}_x \iff \vec{F}_{g_x} + \vec{T} = m_2\vec{a} \Longrightarrow m_2 g\sin(\theta) - T = m_2 a \tag{9}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη και λύνοντας ως προς την επιτάχυνση έχουμε

$$a = \frac{m_2 g\sin(\theta) + F}{m_1 + m_2} \iff a = 1.8 \text{ m/s}^2 \tag{10}$$

Οπότε

$$T = m_1 a - F = 3 \cdot 1.8 - 2.3 = 3.1 \text{ N} \tag{11}$$

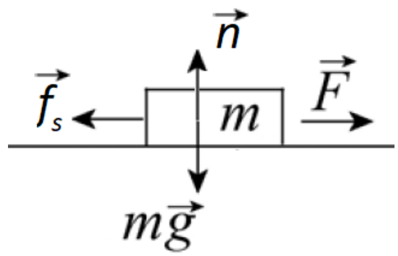
(β΄) Θεωρούμε ότι η δύναμη $\vec{F}$ έχει φτάσει στη μέγιστη τιμή της όπου η τάση του σχοινιού έχει μόλις εξαφανιστεί. Ξανά από το 2ο Νόμο Newton θα έχουμε - ίδια προσέγγιση με το προηγ. ερώτημα:

$$m_2 g\sin(\theta) = m_2 a \Longrightarrow a = g\sin(\theta) = 4.9 \text{ m/s}^2 \tag{12}$$

Με αυτό το αποτέλεσμα θα έχουμε

$$F = m_1 a = 14.7 \text{ N} \tag{13}$$

Άσκηση 4.
Δείτε το Σχήμα 3. Έστω ότι η πέτρα κινείται οριζόντια. Στην πέτρα ασκούνται τέσσερις δυνάμεις: η δύναμη



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 4.*

του βάρους, $\vec{F}_g$, η δύναμη του εδάφους, $\vec{n}$, η δύναμη της τριβής ολισθήσεως, $\vec{f}_k$, και η δύναμη του αέρα, $\vec{F}$, με τις δυο πρώτες να βρίσκονται στον άξονα $y'y$ και τις δυο τελευταίες στον άξονα $x'x$. Θεωρούμε ότι η πέτρα κινείται προς τα δεξιά, όμοια με τη συμβατική θετική φορά της κίνησης, ενώ θετική φορά στον άξονα $y'y$ είναι η προς τα επάνω. Ισχύει ο 1ος Νόμος του Newton για την πέτρα στον άξονα $x'x$, θεωρώντας ότι η πέτρα δεν επιταχύνεται από τον αέρα αλλά κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλ. ισορροπεί:

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{F} + \vec{f}_k = \vec{0} \Longrightarrow F - f_k = 0 \Longleftrightarrow F = f_k \tag{14}$$

Στον άξονα $y'y$ η πέτρα ισορροπεί, οπότε ισχύει ο 1ος Νόμος Newton, δηλ.

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow n = F_g = mg \tag{15}$$

Με βάση το παραπάνω,η τριβή ολισθήσεως θα είναι

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg \tag{16}$$

και άρα

$$F = \mu_k mg = 0.8 \cdot 20 \cdot 9.8 = 156.8 \text{ N} = 1.568 \times 10^2 \text{ N} \tag{17}$$

Άσκηση 5.
Θεωρούμε κίνηση του κουτιού προς τα δεξιά, και θετικές φορές της κίνησης προς τα δεξιά και προς τα πάνω. Το σχοινί είναι αβαρές και ανελαστικό. Στο κουτί ασκούνται τέσσερις δυνάμεις: η δύναμη του βάρους, $\vec{F}_g$, η κάθετη δύναμη από το δάπεδο, $\vec{n}$, η δύναμη $\vec{F}$ από το χέρι μας, και η δύναμη στατικής τριβής, $\vec{f}_s$. Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}$ σε δυο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στον άξονα $x'x$. Έστω ότι βρισκόμαστε στην κατάσταση που το κουτί είναι έτοιμο να κινηθεί.

(α΄) Το κουτί ισορροπεί (οριακά) στον άξονα $x'x$, οπότε ισχύει ο 1ος Νόμος Newton:

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{F}_x + \vec{f}_s = \vec{0} \Longrightarrow F_x - f_s = 0 \Longleftrightarrow F\cos(\theta) = \mu_s n \tag{18}$$

Το κουτί ισορροπεί και στον $y'y$ άξονα, ισχύει ξανά ο 1ος Νόμος, δηλ.

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{F}_g + \vec{F}_y + \vec{n} = \vec{0} \Longrightarrow n + F\sin(\theta) - mg = 0 \Longleftrightarrow n = mg - F\sin(\theta) \tag{19}$$

οπότε η προηγούμενη σχέση δίνει

$$F\cos(\theta) = \mu_s(mg - F\sin(\theta)) \Longleftrightarrow F = \frac{\mu_s mg}{\cos(\theta) + \mu_s\sin(\theta)} = \frac{75.6}{\cos(42°) + 0.42\sin(42°)} = 73.815 \text{ N} \tag{20}$$

(β΄) Τη βρήκαμε πριν, είναι

$$F = \frac{\mu_s mg}{\cos(\theta) + \mu_s\sin(\theta)} \tag{21}$$

(γ') Έχουμε παραπάνω μια έκφραση $F(\theta)$ και θέλουμε να βρούμε το ελάχιστό της, καθώς και την τιμή του, οπότε θέτουμε

$$\frac{d}{d\theta}F(\theta) = 0 \Longleftrightarrow \frac{\mu_s mg(\sin(\theta) - \mu_s \cos(\theta))}{(\cos(\theta) + \mu_s \sin(\theta))^2} = 0 \tag{22}$$

Ο αριθμητής πρέπει να ισούται με το μηδέν, οπότε

$$\mu_s mg(\sin(\theta) - \mu_s \cos(\theta)) = 0 \Longleftrightarrow \sin(\theta) - \mu_s \cos(\theta) = 0 \Longleftrightarrow \mu_s = \tan(\theta) \tag{23}$$

και άρα

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_s) = 22.78^\circ \tag{24}$$

Η δύναμη $\vec{F}$ - για αυτή τη γωνία - έχει μέτρο

$$F = \left.\frac{\mu_s mg}{\cos(\theta) + \mu_s \sin(\theta)}\right|_{\theta=23^\circ} = 69.702 \text{ N} \tag{25}$$

Άσκηση 6.

Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{P}$ σε δυο άξονες, $\vec{P}_x$ και $\vec{P}_y$. Το κουτί επιταχύνεται σταθερά στον άξονα $x'x$, παράλληλο με την οροφή, ενώ ισορροπεί στον άξονα $y'y$. Στο κουτί ασκούνται τέσσερις δυνάμεις: η δύναμη του βάρους $\vec{F}_g$, η δύναμη του φοιτητή, $\vec{P}$, η δύναμη της τριβής ολισθήσεως, $\vec{f}_k$, και η δύναμη της οροφής, $\vec{n}$. Θεωρούμε ότι το κουτί κινείται προς τα δεξιά και οι θετικές φορές των κινήσεων είναι οι συμβατικές. Από τον 1ο Νόμο Newton στον άξονα $y'y$ έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{P}_y + \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow P\sin(\theta) - mg - n = 0 \Longleftrightarrow n = P\sin(\theta) - mg \tag{26}$$

ενώ ο 2ος Νόμος Newton στον άξονα $x'x$ μας δίνει

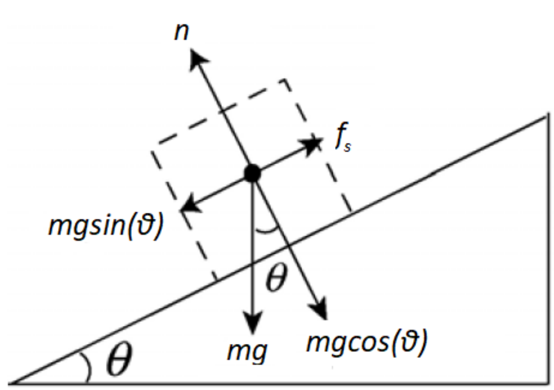
$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{P}_x + \vec{f}_k = m\vec{a}_x \Longrightarrow P\cos(\theta) - \mu_k n = ma \Longleftrightarrow a = \frac{P\cos(\theta) - \mu_k n}{m} \tag{27}$$

και αντικαθιστώντας την τιμή του n έχουμε

$$a = \frac{P\cos(\theta) - \mu_k(P\sin(\theta) - mg)}{m} = 3.378 \text{ m/s}^2 \tag{28}$$

Άσκηση 7.

Δείτε το Σχήμα 4. Στο αυτοκίνητο ασκούνται τρεις δυνάμεις: η δύναμη στατικής τριβής, $\vec{f}_s$, η δύναμη από το



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 7.*

οδόστρωμα, $\vec{n}$, και η δύναμη του βάρους, $\vec{F}_g$. Το αυτοκίνητο είναι έτοιμο να γλιστρήσει στο οδόστρωμα, με τον άξονα $x'x$ της (αναμενόμενης) κίνησής του να είναι παράλληλος με το κεκλιμένο οδόστρωμα. Θεωρούμε ότι το όχημα κινείται προς τα αριστερά και οι θετικές φορές των κινήσεων είναι προς τα αριστερά και προς τα πάνω. Αναλύουμε τη δύναμη του βάρους σε $\vec{F}_{g_x}$ και $\vec{F}_{g_y}$. Ισχύει ο 1ος Νόμος Newton σε κάθε άξονα:

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \iff \vec{f}_k + \vec{F}_{g_x} = \vec{0} \implies -f_k + mg\sin(\theta) = 0 \iff -\mu_s n + mg\sin(\theta) = 0 \tag{29}$$

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \iff \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = 0 \implies n - F_{g_y} = 0 \iff n = mg\cos(\theta) \tag{30}$$

και αντικαθιστώντας

$$\mu_s mg\cos(\theta) = mg\sin(\theta) \iff \mu_s = \tan(\theta) \implies \mu_{s,max} = \tan(35^\circ) = 0.700 \tag{31}$$

Άρα η ποσοστιαία μείωση που πρέπει να υποστεί ο συντελεστής στατικής τριβής είναι

$$\frac{\mu_{s,max} - \mu_s}{\mu_s} = \frac{0.725 - 0.700}{0.725} = 0.034 \implies 3.4\% \tag{32}$$