ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2021
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Δεύτερης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 23/10/2021 Ημερομηνία Παράδοσης: 5/11/2021, 15:44:59

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.
Κρατήστε 3 δεκαδικά ψηφία στις πράξεις σας.
Κάποιες από τις δοσμένες απαντήσεις μπορεί να είναι προσεγγιστικές και να διαφέρουν από τις δικές σας.
Θεωρήστε - όπου χρειάζεται - $|\vec{g}| = 9.8$ m/s^2.

Άσκηση 1.
Θεωρούμε ευθύγραμμη την κίνησή μας, με $x_i = 0$ και $t_i = 0$ τη στιγμή που ξεκινάμε το φτάρνισμα, και x_f, $t_f = 0.5$ s όταν σταματάμε το φτάρνισμα. Η ταχύτητά μας είναι σταθερή και ίση με $u_x = 90$ km/h, δηλ. $u_x = 25$ m/s. Άρα από την εξίσωση ευθύγραμμης κίνησης με σταθερή ταχύτητα

$$x_f = x_i + u_x \Delta t = 0 + 25 \cdot 0.5 = 12.5 \text{ m} \tag{1}$$

Άσκηση 2.
Η θέση ενός σώματος που κινείται πάνω σε έναν άξονα $x'x$ δίνεται από τη συνάρτηση

$$x(t) = 3t - 4t^2 + t^3 \tag{2}$$

με x να μετριέται σε μέτρα και t σε δευτερόλεπτα.

(α') Είναι

- $t = 1$: $x(1) = 3 - 4 + 1 = 0$ m.
- $t = 2$: $x(2) = 6 - 16 + 8 = -2$ m.
- $t = 3$: $x(3) = 9 - 36 + 27 = 0$ m.
- $t = 4$: $x(4) = 12 - 64 + 64 = 12$ m.

(β') Θα έχουμε

$$\Delta x = x(4) - x(0) = 12 - 0 = 12 \text{ m} \tag{3}$$

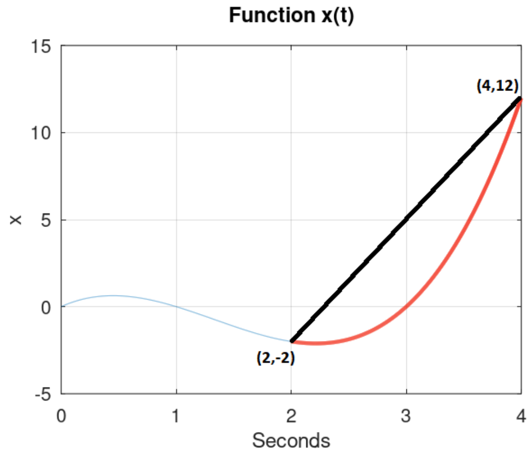
(γ') Θα είναι

$$u_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = 7 \text{ m/s} \tag{4}$$

(δ') Το γράφημα της $x(t)$ φαίνεται στο Σχήμα 1. Η μέση ταχύτητα δίνεται από την κλίση της ευθείας που ενώνει τα σημεία $(2, -2)$ και $(4, 12)$. Η κλίση αυτή είναι

$$\lambda = \frac{12 - (-2)}{4 - 2} = \frac{14}{2} = 7 \tag{5}$$

που ταυτίζεται με την απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα.



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 1.*

Άσκηση 3.

(α΄) Θεωρούμε $t_i = 0$ και $x_i = 0$ τη στιγμή που βλέπουμε τον τροχονόμο και μόλις ξεκινάμε να επιβραδύνουμε το αυτοκίνητο. Το όριο των 90 km/h αντιστοιχεί σε 25 m/s. Η κίνησή μας είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $a_x = -5.2$ m/s^2. Θεωρούμε $u_i = 38.05$ m/s όταν $t_i = 0$ και $u_f = 25$ m/s μετά από χρόνο t. Θα είναι

$$u_f = u_i + a_x t \Longrightarrow t = \frac{u_f - u_i}{a_x} = \frac{25 - 38.05}{-5.2} = 2.51 \text{ s} \tag{6}$$

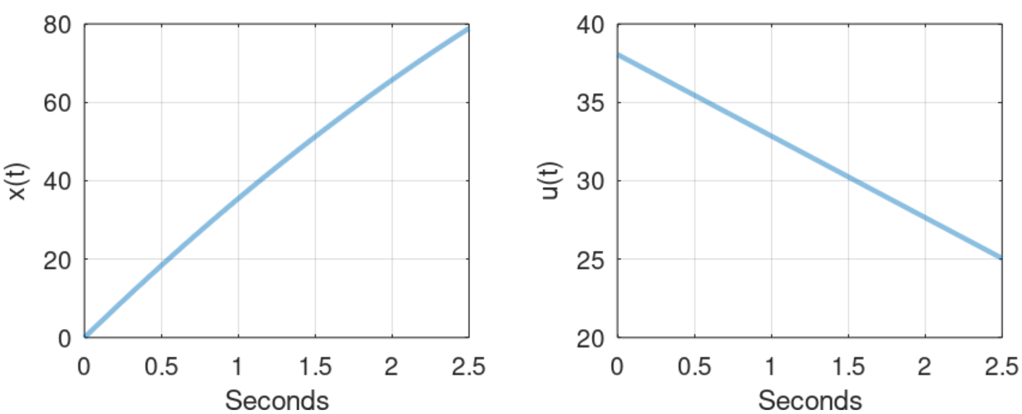
(β΄) Η θέση $x(t)$ δίνεται από τη σχέση

$$x(t) = x_i + u_{x_i} t - \frac{1}{2} a_x t^2 = 0 + 35.08t - 2.6t^2 = -2.6t^2 + 35.08t \tag{7}$$

και η ταχύτητα ως

$$u(t) = \frac{d}{dt} x(t) = -5.2t + 35.08 \tag{8}$$

(γ΄) Τα γραφήματα φαίνονται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 2.*

Άσκηση 4.

(α΄) Έχουμε κατακόρυφη κίνηση προς τα πάνω, με $u_f = 0$ στο μέγιστο ύψος των $y_f = 50$ μέτρων και u_i, $y_i = 0$ στη θέση εκτόξευσης. Θεωρούμε θετική φορά της κίνησης προς τα πάνω. Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $a_y = -g = -9.8$ m/s^2. Οπότε

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a_y\Delta y \Longleftrightarrow u_i^2 = u_f^2 + 2g(y_f - y_i) = 0 + 50 \cdot 19.6 = 980 \Longrightarrow u_i = \pm 31.305 \text{ m/s} \tag{9}$$

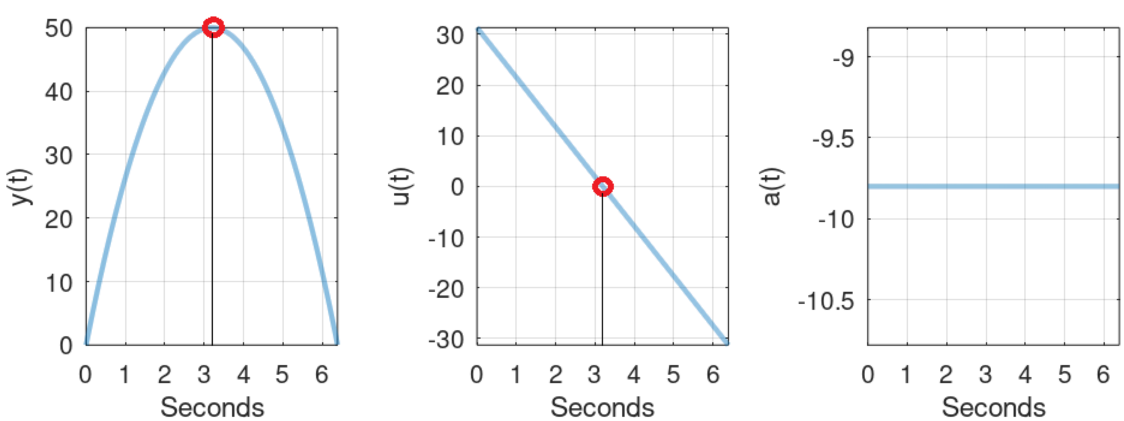
Επιλέγουμε το θετικό πρόσημο, καθώς η μπάλα κινείται προς τα πάνω (όμοια με τη θετική φορά της κίνησης).

(β΄) Έστω αρχικό σημείο η θέση εκτόξευσης και τελικό σημείο ξανά το ίδιο, κατά την επιστροφή της μπάλας. Η ταχύτητα θα είναι ίδια κατά μέτρο στην αρχική και στην τελική θέση αλλά με αντίθετο πρόσημο (λόγω της φοράς του διανύσματος της ταχύτητας). Ο χρόνος δίνεται από τη σχέση

$$u_f = u_i - gt \Longleftrightarrow -31.305 = 31.305 - 9.8t \Longrightarrow t = 6.387 \text{ s} \tag{10}$$

(γ΄) Η απάντηση είναι ίδια: $u_i = 31.305$ m/s. Δεν έχει σημασία η μάζα του αντικειμένου.

(δ΄) Τα γραφήματα φαίνονται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 3.*

Άσκηση 5.

Δείτε το Σχήμα 4. Θα μελετήσουμε την άνοδο του παίκτη μόνο, και θα διπλασιάσουμε απλά το χρόνο στο αποτέλεσμά μας, αφού η κίνηση της ανόδου και της καθόδου είναι ίδιες. Επιλέγουμε θετική φορά της κίνησης προς τα πάνω. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $a_y = -g = -9.8$ m/s^2.

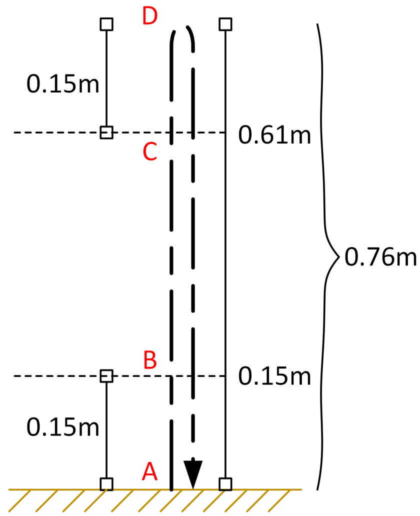
(α΄) Θεωρούμε τη διαδρομή από το σημείο C ($t_C = 0$) στο σημείο D της ανόδου του παίκτη. Θα είναι

$$u_D = u_C - gt \Longleftrightarrow 0 = u_C - 9.8t \Longrightarrow u_C = 9.8t \tag{11}$$

και

$$y_D = y_C + u_C t - \frac{1}{2}gt^2 \Longleftrightarrow 0.76 = 0.61 + 9.8t^2 - 4.9t^2 \Longleftarrow 0.15 = 4.9t^2 \Longrightarrow t = 0.175 \text{ s} \tag{12}$$

Άρα ο χρόνος που περνά στα άνω 0.15 m του άλματος είναι $t = 2 \cdot 0.175 = 0.35 = 350$ ms.



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 4.*

(β΄) Θεωρούμε τη διαδρομή από το σημείο B στο σημείο D. Θα είναι

$$u_D^2 = u_B^2 - 2g\Delta y \Longleftarrow 0 = u_B^2 - 19.6 \cdot (0.76 - 0.15) \Longleftarrow u_B^2 = 11.956 \Longrightarrow u_B = 3.457 \text{ m/s} \tag{13}$$

επιλέγοντας το θετικό πρόσημο της λύσης γιατί το διάνυσμα της ταχύτητας έχει φορά προς τη θετική φορά της κίνησης (προς τα πάνω). Επίσης, στη διαδρομή από το σημείο A στο σημείο B, έχουμε

$$u_B^2 = u_A^2 - 2g\Delta y \Longleftrightarrow 11.956 = u_A^2 - 19.6 \cdot 0.15 \Longleftrightarrow u_A^2 = 14.896 \Longrightarrow u_A = 3.859 \text{ m/s} \tag{14}$$

Οπότε, στην ίδια διαδρομή

$$u_B = u_A - gt \Longrightarrow t = \frac{u_A - u_B}{g} = 0.041 = 41 \text{ ms} \tag{15}$$

και άρα ο χρόνος που περνά στα κάτω 0.15 m του άλματός του είναι $t = 2 \cdot 41 = 82$ ms.

Οι απαντήσεις πράγματι εξηγούν τη "στάση" στον αέρα των αθλητών, αφού δείξαμε ότι στο άνω μέρος του άλματός τους περνούν περισσότερο χρόνο απ'ο,τι στο κάτω. Ο Michael Jordan έχει χρόνους $t_{up} = 350$ ms και $t_{down} = 64$ ms, αν επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία για $y_D = 1.168$ m.

Άσκηση 6.

Το χαλίκι κινείται επιταχυνόμενα με σταθερή επιτάχυνση $a_x = 5 \text{ m/s}^2$ στον άξονα $x'x$ και επιταχυνόμενα με σταθερή επιτάχυνση $a_y = 7 \text{ m/s}^2$ στον άξονα $y'y$. Το χαλίκι έχει αρχική ταχύτητα μόνο στον άξονα $x'x$ και ίση με $u_x = 4$ m/s.

(α΄) Έστω A το σημείο εκκίνησης ($t = 0$) και B το σημείο όπου έχει μετατοπιστεί $\Delta x = 12$ m παράλληλα με τον άξονα $x'x$. Θα είναι

$$u_{B_x}^2 = u_{A_x}^2 + 2a_x\Delta x \Longleftrightarrow u_{B_x}^2 = 16 + 2 \cdot 5 \cdot 12 = 136 \Longrightarrow u_{B_x} = 11.662 \text{ m/s} \tag{16}$$

και

$$u_{B_x} = u_{A_x} + a_x t \Longrightarrow t = \frac{u_{B_x} - u_{A_x}}{a_x} = 1.532 \text{ s} \tag{17}$$

Στον άξονα $y'y$ ισχύει

$$u_{B_y} = u_{A_y} + a_y t = 0 + 7 \cdot 1.532 = 10.727 \text{ m/s} \tag{18}$$

Οπότε

$$|\vec{u}_B| = \sqrt{u_{B_x}^2 + u_{B_y}^2} = 15.845 \text{ m/s} \tag{19}$$

(β΄) Θα είναι

$$\theta = \tan^{-1}\frac{u_{B_y}}{u_{B_x}} = \tan^{-1}\frac{10.727}{11.662} = 42.609^\circ \tag{20}$$

Άσκηση 7.
Θεωρούμε αρχή των αξόνων μας τη θέση όπου η μπάλα φεύγει από το χέρι της παίκτριας. Έστω O το σημείο αυτό, και A το σημείο που η μπάλα σκάει στο έδαφος μετά το κτύπημα. Γνωρίζουμε την πολική μορφή της αρχικής ταχύτητας $\vec{u}_O$, οπότε μπορούμε να βρούμε τις συνιστώσες της. Θα είναι

$$u_{O_x} = u_O\cos(-18^\circ) = 19.021\ \text{m/s} \tag{21}$$

και

$$u_{O_y} = u_O\sin(-18^\circ) = -6.180\ \text{m/s} \tag{22}$$

Η κίνηση της μπάλας είναι ευθύγραμμη με σταθερή ταχύτητα u_{O_x} στον άξονα $x'x$ και ευθύγραμμη με σταθερή επιτάχυνση $a_y = -g$ στον άξονα $y'y$. Οπότε στον άξονα $x'x$ θα έχουμε

$$x_A = x_O + u_{O_x}t \Longleftrightarrow x_A = 0 + 19.021t = 19.021t \tag{23}$$

Πρέπει να βρούμε το χρόνο "πτήσης " της μπάλας. Στον άξονα $y'y$ θα έχουμε

$$y_A = y_O + u_{O_y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Longleftrightarrow -2.3 = 0 - 6.18t - 4.9t^2 \tag{24}$$

Λύνοντας, παίρνουμε $t = 0.30$ s. Άρα

$$x_A = 19.021t\Big|_{t=0.3} = 5.715\ \text{m} \tag{25}$$

Για γωνία -8°, επαναλαμβάνοντας παίρνουμε

$$x_A = 19.805t\ ,\ \ t = 0.4576 \tag{26}$$

οπότε $x_A = 9.062$ m. Η μπάλα θα φτάσει πιο μακριά, όπως επιβεβαιώνεται και από τη διαίσθησή μας.

Άσκηση 8.
Αντιστρέφοντας την κίνηση, θεωρούμε σημείο εκκίνησης το σημείο στο έδαφος που πέφτουν τα κλειδιά, έστω O, που είναι και η αρχή των αξόνων μας. Πετάμε τα κλειδιά στη φίλη μας που βρίσκεται στο σημείο A, σε ύψος $y_A = h$ και απόσταση $x_A = d$. Ο χρόνος πτήσης είναι $t = 1.5$ s. Θεωρούμε θετικές φορές κίνησης τις συμβατικές.

(α΄) Τα κλειδιά εκτελούν ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση στον άξονα $y'y$, με $a_y = -g$, και ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή ταχύτητα στον άξονα $x'x$. Οπότε στη διαδρομή $O \to A$, θα έχουμε

$$x_A = x_O + u_{O_x}t \Longleftrightarrow d = 0 + u_O\cos(60^\circ)\cdot 1.5 \Longrightarrow u_O = 33.333\ \text{m/s} \tag{27}$$

και

$$y_A = y_O + u_{O_y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Longleftrightarrow h = 0 + u_O\sin(60^\circ)\cdot 1.5 - 4.9\cdot(1.5)^2 \Longleftrightarrow h = 32.276\ \text{m} \tag{28}$$

(β΄) Θα είναι

$$u_{A_x} = u_{O_x} = u_O\cos(60^\circ) = 16.667\ \text{m/s} \tag{29}$$

και

$$u_{A_y} = u_{O_y} - gt = u_O\sin(60^\circ) - 9.8\cdot 1.5 = 14.167\ \text{m/s} \tag{30}$$

Οπότε

$$|\vec{u}_A| = \sqrt{u_{A_x}^2 + u_{A_y}^2} = 21.874\ \text{m/s} \tag{31}$$

και

$$\theta = \tan^{-1}\frac{u_{A_y}}{u_{A_x}} = 40.367^\circ \tag{32}$$