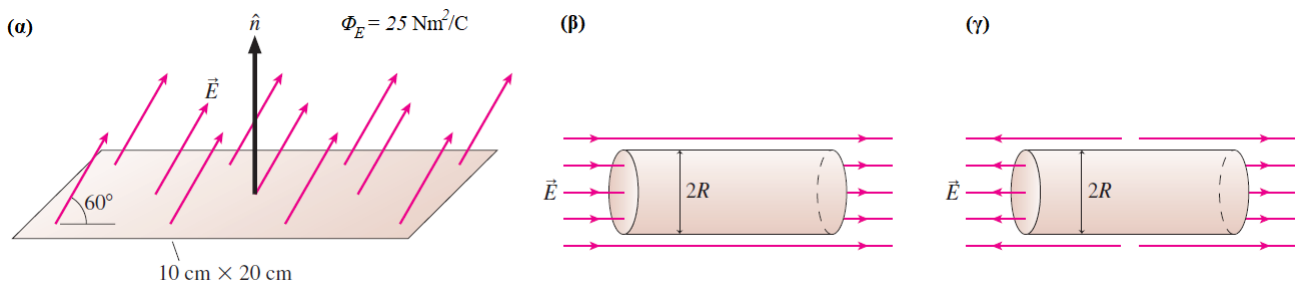


Ημερομηνία Ανάθεσης: 22/12/2020
23:59:59

Ημερομηνία Παράδοσης: **παραμονή της ημέρας εξέτασης.**

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1. Στο Σχήμα 1, υπολογίστε



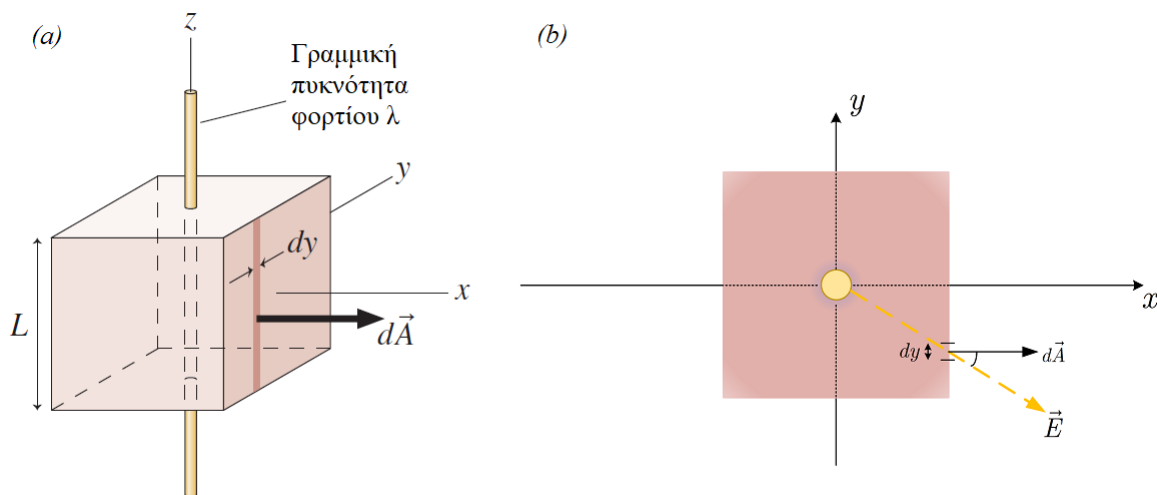
Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

- (i.) το ηλεκτρικό πεδίο E (το οποίο είναι ομογενές) του σχήματος 1(a).
(ii.) την ηλεκτρική ροή Φ_E διαμέσου των δυο κυλίνδρων στο σχήμα 1(β,γ). Δώστε την απάντησή σας συναρτήσει των R, E . Αναζητήστε τη γεωμετρία του κυλίνδρου από τις διαλέξεις.

Απ.: (i.) $E = 1.443 \times 10^3 \text{ N/C}$, (ii.) (β) 0, (γ) $2\pi R^2 E$

Άσκηση 2. Όταν εφαρμόσαμε το νόμο του Gauss στις διαλέξεις, επιλέξαμε υψηλά συμμετρικές κλειστές επιφάνειες (γκαουσιανές επιφάνειες) που περιέκλειναν μια κατανομή φορτίου, στις οποίες επιφάνειες η ηλεκτρική ροή ήταν ή 0 ή EA . Έτσι υπολογίζαμε εύκολα το επιφανειακό ολοκλήρωμα $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$. Ταυτόχρονα, ισχυριστήκαμε ότι η ηλεκτρική ροή $\Phi_E = q_{in}/\epsilon_0$ είναι ανεξάρτητη του σχήματος της επιφάνειας που περικλείει το φορτίο. Αξίζει τον κόπο να το επιβεβαιώσουμε ☺ (αυτή η άσκηση δεν είναι τόσο απλή αλλά αν την καταφέρετε, θα νιώσετε μεγάλη ικανοποίηση)

Στο Σχήμα 2(a) βλέπετε έναν κύβο ακμής L “κεντραρισμένο” σε μια μακριά ράβδο γραμμικής πυκνότητας φορτίου λ . Η ροή διαμέσου μιας πλευράς του κύβου ΔΕΝ είναι απλά EA γιατί στην περίπτωση μας το ηλεκτρικό πεδίο μεταβάλλεται τόσο σε τιμή (ανάλογα με την απόσταση από τη ράβδο) όσο και σε κατεύθυνση (κυλινδρική συμμετρία του πεδίου της ράβδου). Όμως παρ’όλα αυτά μπορείτε να υπολογίσετε την ηλεκτρική ροή μέσω του επιφανειακού ολοκληρώματος, αν ακολουθήσετε προσεκτικά τα παρακάτω βήματα (που κάτι πρέπει να σας θυμίζουν...). Θεωρήστε την πλευρά του κύβου παράλληλη στο yz επίπεδο (αυτή που είναι λίγο πιο σκούρα από τις άλλες και έχει το διάνυσμα $d\vec{A}$ πάνω της). Επίσης, θεωρήστε το διάνυσμα $d\vec{A}$ ως το κάθετο διάνυσμα σε μικρή λωρίδα μήκους dy και πλάτους L , με το διάνυσμα να “δείχνει” στην x -κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Κάθε τέτοια λωρίδα βρίσκεται σε θέση y .



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 2.

(α) Θέλετε να υπολογίσετε αρχικά τη μικρή ηλεκτρική ροή

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

επάνω σε αυτήν την μικρή επιφάνεια. Για να το κάνετε, θα χρειαστείτε ότι

$$d\vec{A} = \varepsilon \vec{i} \quad (2)$$

με ε το εμβαδόν της μικρής επιφάνειας. Ποιά σχέση δίνει το εμβαδόν της; Βρείτε το και αντικαταστήστε στην παραπάνω σχέση.

(β) Αφού το βρείτε, χρησιμοποιήστε το γνωστό σας ηλεκτρικό πεδίο άπειρης ράβδου (από τις διαλέξεις)

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{r} \quad (3)$$

για να υπολογίσετε τη μικρή ηλεκτρική ροή $d\Phi_E$ διαμέσου αυτής της μικρής επιφάνειας μέσω του εσωτερικού γινομένου, όπως παραπάνω στη Σχέση (1). Για να βοηθηθείτε, δείτε την κάτοψη του κύβου στο Σχήμα 2(β), και δείτε τη γεωμετρική σχέση του διανύσματος $d\vec{A}$ και του διανύσματος \vec{E} στη μικρή επιφάνεια που συζητάμε. Η έκφραση που θα καταλήξετε πρέπει να εξαρτάται από το y , που είναι μεταβλητή, και από διάφορες σταθερές. ΔΕΝ πρέπει να περιέχει καθόλου γωνίες (αντικαταστήστε οποιοσδήποτε τριγωνομετρικούς αριθμούς προκύψουν με κατάλληλες μεταβλητές από τη γεωμετρία του σχήματος).

(γ) Με την παραπάνω έκφραση, ολοκληρώστε σε όλη την επιφάνεια της πλευράς για να βρείτε τη συνολική ηλεκτρική ροή διαμέσου αυτής. Θα σας χρειαστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_a^b \frac{dy}{y^2 + c^2} = \frac{1}{c} \tan^{-1} \left(\frac{y}{c} \right) \Big|_a^b \quad (4)$$

με c μια σταθερά (που στην περίπτωσή σας θα περιλαμβάνει το L) και ότι $\tan^{-1}(\pm 1) = \pm \frac{\pi}{4}$. Αξιοποιήστε τη γραφή

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (5)$$

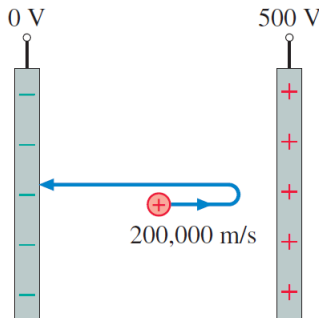
για να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.

(δ) Τέλος, δείξτε ότι η συνολική ηλεκτρική ροή διαμέσου του κύβου είναι

$$\Phi_E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \quad (6)$$

Απ.: (β) $d\Phi_E = k_e \frac{\lambda L^2 dy}{y^2 + (L/2)^2}$, (γ) $\Phi_E = \frac{\lambda L}{4\epsilon_0}$

Άσκηση 3. Στο Σχήμα 3, ένα πρωτόνιο βάλλεται με ταχύτητα 2×10^5 m/s από τη μέση ενός πυκνωτή με φορά προς τη θετική πλάκα. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι 500 V και το πεδίο ανάμεσά τους θεωρείται ομογενές.



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 3.

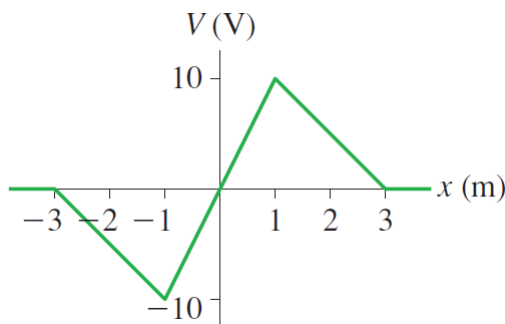
- (α) Πόσο είναι το δυναμικό στο μέσον των πλακών, εκεί δηλ. που ξεκινά να κινείται το πρωτόνιο;
- (β) Δείξτε ότι αυτή η ταχύτητα ΔΕΝ είναι αρκετή για να συγκρουστεί με τη θετική πλάκα.
- (γ) Ποιά είναι η ταχύτητα του πρωτονίου όταν συγκρούεται με την αρνητική πλάκα;

Θεωρήστε $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg και ότι $q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

Απ.: (γ) $u_f = 2.9648 \times 10^5$ m/s

Άσκηση 4.

- (α) Στο Σχήμα 4 έχετε ένα γράφημα του δυναμικού σε Volt συναρτήσει της μετατόπισης x σε μέτρα σε μια περιοχή του χώρου. Το δυναμικό εξαρτάται μόνο από τη x μεταβλητή. Ποιά είναι η x -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου όταν



Σχήμα 4: Σχήμα Άσκησης 4.

- (α) $x = -2$ m
- (β) $x = 0$ m
- (γ) $x = +2$ m

(β) Παρόλο που στις διαλέξεις εκμεταλλευτήκαμε τη σχέση δυναμικού και ηλεκτρικού πεδίου για μια μόνο συνιστώσα, η σχέση αυτή ισχύει για όλες τις συνιστώσες ενός ηλεκτρικού πεδίου στον τριδιάστατο χώρο:

$$\vec{E}(x, y, z) = -\nabla V(x, y, z) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) \quad (7)$$

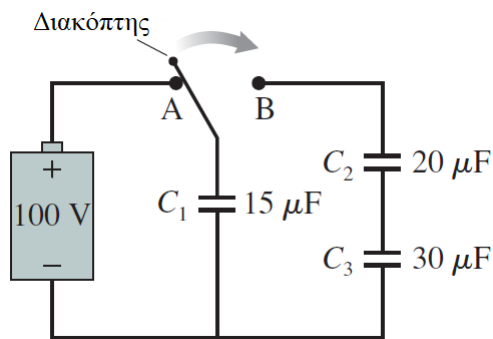
με το συμβολισμό $\frac{\partial f}{\partial x}$ να δηλώνει την παραγωγή μιας συνάρτησης f πολλών μεταβλητών *μόνο* ως προς τη μεταβλητή x (οι άλλες θεωρούνται ως σταθερές). Έστω ότι σε μια περιοχή του χώρου το δυναμικό δίνεται από τη σχέση

$$V(x, y) = \frac{200}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (8)$$

με x, y σε μέτρα. Ποιό είναι το μέτρο και η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο $(x, y) = (2, 1)$;

Απ.: (β) $E = 40.026 \text{ V/m}$, $\theta = 26.56^\circ$

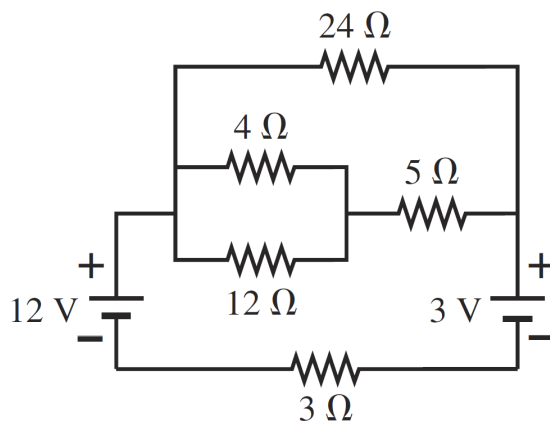
Άσκηση 5. Στο Σχήμα 5 βλέπετε μια διάταξη μπαταρίας και πυκνωτών. Αρχικά, ο διακόπτης είναι στη θέση A και οι πυκνωτές C_2, C_3 είναι αφόρτιστοι. Ο διακόπτης μετακινείται στη θέση B. Τότε, πόσο είναι το φορτίο Q_i και η διαφορά δυναμικού ΔV_i σε κάθε πυκνωτή, $i = 1, 2, 3$;



Σχήμα 5: Σχήμα Άσκησης 5.

Απ.: (δίνονται μόνο οι διαφορές δυναμικού) $\Delta V_1 = 55.33 \text{ V}$, $\Delta V_2 = 33.5 \text{ V}$, $\Delta V_3 = 22.33 \text{ V}$

Άσκηση 6. Στο Σχήμα 6, βλέπετε μια διάταξη μπαταριών και αντιστάτων. Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντιστάτη, καθώς και τη διαφορά δυναμικού στα άκρα καθενός από αυτούς. Μεταφέρετε και συμπληρώστε



Σχήμα 6: Σχήμα Άσκησης 6.

κατάλληλα τον παρακάτω πίνακα στις λύσεις σας.

Αντίσταση	Διαφορά Δυναμικού	Ρεύμα
24 Ω	6	<input type="text"/>
3 Ω	<input type="text"/>	1
5 Ω	<input type="text"/>	3/4
4 Ω	9/4	<input type="text"/>
12 Ω	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Σχήμα 7: Πίνακας.