

HY-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2020
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

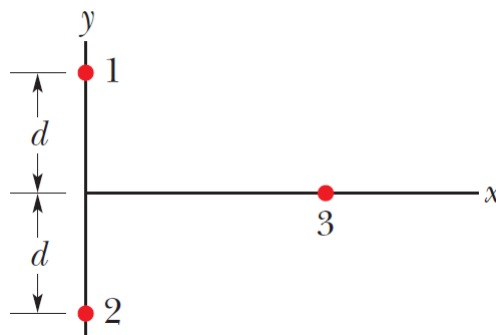
Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 9/12/2020

Ημερομηνία Παράδοσης: 16/12/2020, 23:59:59

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1. Στο Σχήμα 1, δυο σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = 3.2 \times 10^{-19}$ C βρίσκονται στον άξονα $y'y$ σε απόσταση $d = 0.17$ m από τη συμβολή των αξόνων. Ένα τρίτο σημειακό φορτίο $q_3 = 6.4 \times 10^{-19}$ C κινείται



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

σταδιακά στον $x'x$ άξονα, ξεκινώντας από το $x = 0$ ως το $x = 5$ m. Για ποιές τιμές του x το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται στο φορτίο q_3 είναι

(α) ελάχιστο

(β) μέγιστο

και ποιό είναι αυτό σε κάθε περίπτωση; Σας δίνεται η πληροφορία ότι υπάρχει ένα ελάχιστο και ένα μέγιστο στο διάστημα $0 \leq x \leq 5$ m και ότι

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{x}{(x^2 + c^2)^{\frac{3}{2}}} \right] = \frac{1}{(x^2 + c^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3x^2}{(x^2 + c^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (1)$$

Θεωρήστε $k_e = 9 \times 10^9$ Nm²/C².

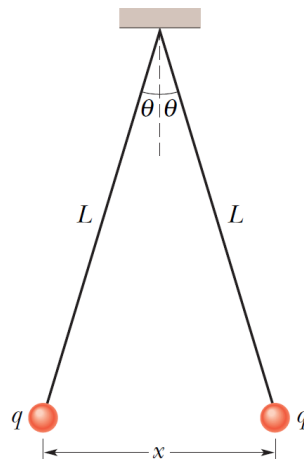
$$\text{Απ.: (β)} \quad x = \frac{d}{\sqrt{2}}, \quad F_{max} = 4.9 \times 10^{-26} \text{ N}$$

Άσκηση 2. Στο Σχήμα 2, δυο μικρές φορτισμένες σφαίρες μάζας m και φορτίου q η καθεμία κρέμονται από μη αγώγιμο νήμα μήκους L . Δείξε ότι η απόσταση μεταξύ των σφαιρών, x , που πρέπει να βρίσκονται ώστε να ισορροπούν δίνεται από τη σχέση

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 m g} \right)^{1/3} \quad (2)$$

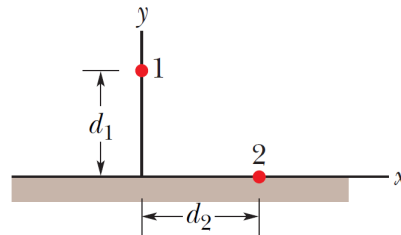
Θεωρήστε $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ και θεωρήστε ότι η γωνία θ είναι τόσο μικρή ώστε να ισχύει η προσέγγιση

$$\tan(\theta) \approx \sin(\theta) \quad (3)$$



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 2.

Άσκηση 3. Στο Σχήμα 3, το φορτισμένο σωματίδιο φορτίου $q_1 = 4e$ βρίσκεται πάνω από οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση $d_1 = 0.002$ m και το φορτισμένο σωματίδιο φορτίου $q_2 = 6e$ βρίσκεται επάνω στο επίπεδο, σε οριζόντια απόσταση $d_2 = 0.006$ m από το σωματίδιο φορτίου q_1 . Δείξτε ότι η x -συνιστώσα της ηλεκτρικής



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 3.

δύναμης που ασκείται στο σωματίδιο q_2 δίνεται από τη σχέση

$$\vec{F}_{1x} = \left(k_e \frac{24e^2 d_2}{(d_1^2 + d_2^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \vec{i} \quad (4)$$

και έχει τιμή

$$F_{1x} = 1.31 \times 10^{-22} \text{ N} \quad (5)$$

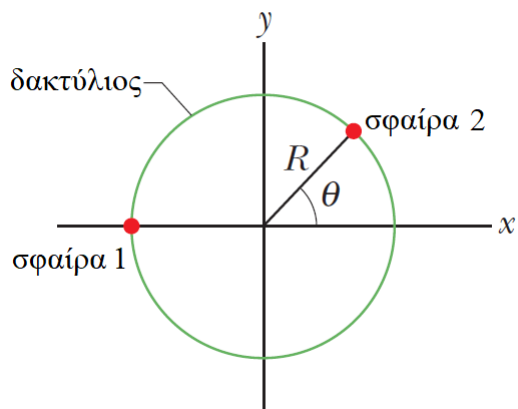
Θεωρήστε $k_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ και ότι $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Άσκηση 4. Στο Σχήμα 4 έχετε έναν πλαστικό δακτύλιο ακτίνας $R = 0.5$ m. Δυο σημειακά φορτία βρίσκονται στο δακτύλιο: το ένα έχει φορτίο $q_1 = 2 \mu\text{C}$ είναι ακίνητο και δεμένο στη θέση του, στο αριστερό μέρος του δακτυλίου, ενώ το άλλο, φορτίου $q_2 = 6 \mu\text{C}$, μπορεί να κινείται επάνω στο δακτύλιο. Τα δυο φορτία παράγουν ηλεκτρικό πεδίο E στο κέντρο του δακτυλίου. Δείξτε ότι οι γωνίες θ (μια θετική και μια αρνητική) που μπορούμε να τοποθετήσουμε το φορτίο q_2 έτσι ώστε το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο κέντρο του δακτυλίου να είναι ίσο με $E = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$ δίνονται από τη σχέση

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{q_1^2 + q_2^2 - \left(\frac{R^2}{k_e}\right)^2 E^2}{2q_1 q_2} \right) \quad (6)$$

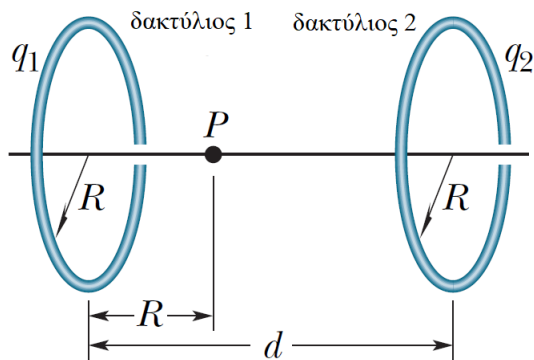
και βρείτε αυτές τις γωνίες.

Απ.: $\theta = \pm 67.8^\circ$



Σχήμα 4: Σχήμα Άσκησης 4.

Άσκηση 5. Στο Σχήμα 5 έχετε δυο παράλληλους αγώγιμους δακτύλιους ακτίνας R , με τους κεντρικούς τους άξονες στην ίδια ευθεία. Ο δακτύλιος 1 έχει ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q_1 > 0$ και ακτίνα R ,

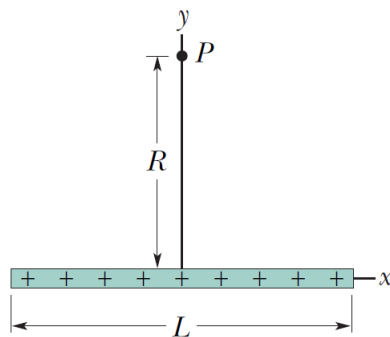


Σχήμα 5: Σχήμα Άσκησης 5.

ενώ ο δακτύλιος 2 έχει ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q_2 > 0$. και την ίδια ακτίνα R . Οι δακτύλιοι απέχουν απόσταση $d = 3R$. Βρείτε το λόγο q_1/q_2 αν το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P - σε απόσταση R από το δακτύλιο 1 - που φαίνεται στο σχήμα είναι μηδενικό. Χρησιμοποιήστε έτοιμα αποτελέσματα για το ηλεκτρικό πεδίο δακτυλίου από τις διαλέξεις σας.

Απ.: $\frac{q_1}{q_2} = 2\left(\frac{2}{5}\right)^{3/2}$

Άσκηση 6. Στο Σχήμα 6 έχετε μια θετικά φορτισμένη ράβδο με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, μήκους L .



Σχήμα 6: Σχήμα Άσκησης 6.

Δείξτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P , σε απόσταση R από τη ράβδο και πάνω στην κάθετη διχοτόμο της, δίνεται ως

$$\vec{E}_P = 2k_e \frac{q}{R} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} \vec{j} \quad (7)$$

Σας δίνεται ότι

$$\int \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{x}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}} \quad (8)$$

και συνιστώ να αναζητήσετε για συμμετρίες που θα ακυρώσουν συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου όπως στις διαλέξεις.