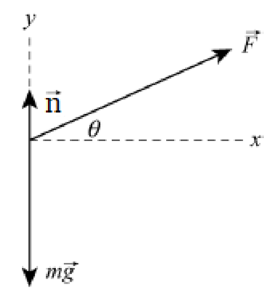
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2020
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Δεύτερης Σειράς Ασκήσεων

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1.
Θεωρούμε θετικές φορές κίνησης τις συμβατικές (πάνω, δεξιά).



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 1.*

(α΄) Η $x-$συνιστώσα της δύναμης F δίνεται ως

$$F_x = F\cos(\theta) = 12\cos(25^\circ) \tag{1}$$

ενώ η $y-$συνιστώσα της δύναμης F δίνεται ως

$$F_y = F\sin(\theta) = 12\sin(25^\circ) \tag{2}$$

Το σώμα υπό επίδραση σταθερής δύναμης επιταχύνεται στον άξονα $x'x$. Από το 2ο Νόμο του Newton έχουμε

$$\sum F_x = ma_x \Longleftrightarrow F_x = ma_x \Longrightarrow a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{12\cos(25^\circ)}{5} = 2.175 \text{ m/s}^2 \tag{3}$$

(β΄) Έστω ότι F_m είναι η ελάχιστη δύναμη για την οποία το σώμα μόλις αφήνει την επιφάνεια. Αφού το σώμα αφήνει την επιφάνεια, η κάθετη δύναμη $\vec{n}$ από το έδαφος στο σώμα παύει να υπάρχει. Στον άξονα $y'y$ έχουμε ισορροπία του σώματος, άρα

$$\sum F_y = 0 \Longleftrightarrow F_{m_y} - mg = 0 \Longrightarrow F_m = \frac{mg}{\sin(\theta)} = 115.9 \text{ N} \tag{4}$$

(γ΄) Η επιτάχυνση υπάρχει ακόμα στην κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και δίνεται ξανά από την παραπάνω σχέση

$$a = \frac{F_m\cos(25^\circ}{m} = 21.02 \text{ m/s}^2 \tag{5}$$

Άσκηση 2.
Θεωρούμε ως θετικές φορές προς τη βάση του κεκλιμένου και προς τα πάνω.

(α΄) Εφαρμόζουμε το 2ο Νόμο του Newton κατά την κατάβαση του αυτοκινήτου και έχουμε

$$\sum F_x = ma_x \Longleftrightarrow F_{g_x} - f_k = ma_x \tag{6}$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα $y'y$, οπότε

$$\sum F_y = 0 \Longleftrightarrow n - mg\cos(\theta) = 0 \Longleftrightarrow n = mg\cos(\theta) \tag{7}$$

οπότε

$$f_k = \mu_k mg\cos(\theta) \tag{8}$$

Με $\mu_k = 0.6$, παιρνουμε

$$mg\sin(\theta) - \mu_k mg\cos(\theta) = ma_x \Longleftrightarrow a_x = g\sin(\theta) - \mu_k g\cos(\theta) = -3.72 \text{ m/s}^2 \tag{9}$$

που σημαίνει ότι το αμάξι επιβραδύνεται. Με αρχική ταχύτητα $u_i = 18$ m/s και απόσταση $d = 24.0$ m, από τη γνωστή εξίσωση της κινηματικής

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Longleftrightarrow u_f = \sqrt{u_i^2 + 2ad} = 12.07 \text{ m/s} \tag{10}$$

(β') Επαναλαμβάνοντας τα παραπάνω βήματα, βρίσκουμε αρχικά ότι $a_x = 1.1$ m/s^2, και η τελική ταχύτητα είναι $u_f = 19.385$ m/s.

Άσκηση 3.

(α') Αφού $K_0 = 30$ J έχουμε

$$K_0 = \frac{1}{2}mu_0^2 = 30 \Longleftrightarrow u_0^2 = \frac{60}{8} = 7.5 \Longrightarrow u_0 = 2.73 \text{ m/s} \tag{11}$$

(β') Αφού η αρχική ταχύτητα είναι 2.73 m/s και η τελική ταχύτητα για $x = 5$, δηλ. για μετατόπιση $\Delta x = 5$ m, είναι 0, από τις εξισώσεις της κινηματικής έχουμε

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Longleftrightarrow a = \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x} = -0.75 \text{ m/s}^2 \tag{12}$$

(γ') Ξανά από την εξίσωση της κινηματικής μεταξύ των θέσεων $x = 0$ και $x = -3$ m, έχουμε

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Longleftrightarrow u_f = -\sqrt{7.5 + 2(-0.75)(-3)} = -\sqrt{12} \text{ m/s} \tag{13}$$

με το πρόσημο να δηλώνει τη φορά του διανύσματος.

Άσκηση 4.

Γνωρίζουμε από την κινηματική ότι η στιγμιαία ταχύτητα είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης θέσης $x(t)$, δηλ.

$$u(t) = \frac{d}{dt}x(t) = 3.0 - 8.0t + 3.0t^2 \tag{14}$$

και αντικαθιστώντας για $t = 0$ και $t = 4$ s, παίρνουμε

$$u(0) = 3.0 \text{ m/s και } u(4) = 19 \text{ m/s} \tag{15}$$

Από το ΘΜΚΕ-Ε επάνω στο σύστημα σώμα, έχουμε

$$\Delta K = W_F \Longleftrightarrow W_F = \frac{1}{2}mu(4)^2 - \frac{1}{2}mu(0)^2 = 528 \text{ J} \tag{16}$$

Άσκηση 5.

(α') Κατά το άλμα σας, εκτελείτε βολή, οπότε το ζητούμενο ύψος είναι το μέγιστο ύψος βολής, όμως δε γνωρίζουμε το μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσης από τη ράμπα. Θεωρώντας ως απομονωμένο σύστημα το άλτης + Γη, η μόνη δύναμη που ασκείται στον άλτη είναι η δύναμη του βάρους, η οποία είναι συντηρητική. Μπορούμε να εφαρμόσουμε την ΑΔΜΕ από τη θέση ύψους H ως τη θέση εκτόξευσης από τη ράμπα, θεωρώντας διάταξη μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας τη διάταξη εκτόξευσης από τη ράμπα.

$$K_i + U_{g_i} = K_f + U_{g_f} \tag{17}$$

$$0 + mgH = \frac{1}{2}mu_f^2 + 0 \tag{18}$$

$$u_f = \sqrt{2gH} = 19.79 \text{ m/s} \tag{19}$$

Από τον τύπο του μέγιστου ύψους h έχουμε

$$h = \frac{u_f^2 \sin^2(28^\circ}{2g} = 4.408 \text{ m} \tag{20}$$

(β') Η μάζα m δεν παίζει ρόλο στο αποτέλεσμα καθώς απαλείφεται στις σχέσεις της ΑΔΜΕ. Άρα το μέγιστο ύψος θα είναι το ίδιο.

Άσκηση 6.

Θεωρούμε ως σύστημα τη Γη+τρενάκι+επιφάνεια με τριβές. Το σύστημα είναι απομονωμένο με δράση μη-συντηρητικής δύναμης (τριβή ολίσθησης). Θεωρούμε ότι η διάταξη μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση εκκίνησης. Από την ΑΔΕ μεταξύ της αρχικής θέσης εκκίνησης και της τελικής θέσης στάσης, έχουμε

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta E_{therm} = 0 \tag{21}$$

$$K_f - K_i + U_{g_f} - U_{g_i} + \Delta E_{therm} = 0 \tag{22}$$

$$0 - \frac{1}{2}mu_i^2 + mgh - 0 + f_k d = 0 \tag{23}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}mu_i^2 - mgh}{f_k} \tag{24}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}mu_i^2 - mgh}{\mu_k n} \tag{25}$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα $y'y$ όσο βρίσκεται στο επίπεδο με τριβές, οπότε

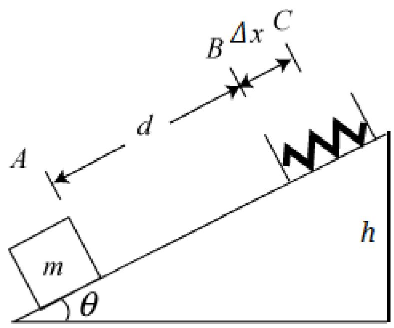
$$\sum F_y = 0 \Longleftrightarrow n - mg = 0 \Longleftrightarrow n = mg \tag{26}$$

οπότε

$$d = \frac{\frac{1}{2}mu_i^2 - mgh}{\mu_k mg} = \frac{u_i^2 - 2gh}{2\mu_k g} = 1.227 \text{ m} \tag{27}$$

Άσκηση 7.

Θεωρούμε ως σύστημα το σώμα+Γη+ελατήριο, το οποίο είναι απομονωμένο, και σε αυτό δρουν μόνο συντηρητικές δυνάμεις (δύναμη ελατηρίου και δύναμη βάρους). Θεωρούμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την αρχική θέση της διάταξης.



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 7.*

(α΄) Από την ΑΔΜΕ μεταξύ της αρχικής θέσης (Α) και τελικής θέσης (συμπίεση ελατηριου κατά 0.2) (C), έχουμε

$$K_i + U_{g_i} + U_{s_i} = K_f + U_{g_f} + U_{s_f} \tag{28}$$

$$16 + 0 + 0 = K_f + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{29}$$

$$K_f = 16 - mgh - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{30}$$

$$= 16 - mg((d + \Delta x)\sin(\theta)) - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{31}$$

$$= 16 - 1 \cdot 9.8 \cdot 0.514 \cdot \sin(40^\circ) - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0.2)^2 \tag{32}$$

$$= 6.96 \text{ J} \tag{33}$$

(β΄) Από την ΑΔΜΕ μεταξύ της αρχικής θέσης (Α) και της θέσης συμπίεσης κατά 0.4 (C), έχουμε

$$K_i + U_{g_i} + U_{s_i} = K_f + U_{g_f} + U_{s_f} \tag{34}$$

$$K_i + 0 + 0 = 0 + mg((d + \Delta x)\sin(\theta)) + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{35}$$

$$K_i = mg((d + \Delta x)\sin(\theta)) + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{36}$$

$$= 1 \cdot 9.8 \cdot 0.64279 + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0.4)^2 \tag{37}$$

$$= 22.2 \text{ J} \tag{38}$$

Άσκηση 8.

Θεωρούμε ως σύστημα εσάς + τσουλήθρα και έναν άξονα $x'x$ παράλληλα με το κεκλιμένο της τσουλήθρας. Έστω h το ύψος της τσουλήθρας και $d = 6.1$ το μήκος της.

(α΄) Ισορροπούμε στον άξονα $y'y$ κατά την κατάβαση, οπότε

$$\sum F_y = 0 \Longleftrightarrow n - mg\cos(\theta) = 0 \Longleftrightarrow n = mg\cos(\theta) \tag{39}$$

Η μεταβολή στη θερμική ενέργεια είναι

$$\Delta E_{therm} = f_k d = \mu_k n d = \mu_k mg\cos(\theta) d = 153.04 \text{ J} \tag{40}$$

(β΄) Θεωρούμε ως σύστημα εσάς, την τσουλήθρα, και τη Γη. Το σύστημα είναι απομονωμένο με εσωτερικές συντηρητικές και μη-συντηρητικές δυνάμεις να δρουν εντός του. Θεωρούμε διάταξη μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας όταν φτάνετε στη βάση της τσουλήθρας. Από την ΑΔΕ μεταξύ της διάταξης στην κορυφή της τσουλήθρας και στη βάση της τσουλήθρας, έχουμε

$$\Delta K + \Delta U_g + \Delta E_{therm} = 0 \tag{41}$$

$$K_f - K_i + U_{g_f} - U_{g_i} + \Delta E_{therm} = 0 \tag{42}$$

$$K_f = \frac{1}{2}mu_i^2 + mgh - 0 - 153.04 \tag{43}$$

$$= \frac{1}{2}mu_i^2 + mgd\sin(\theta) - 153.04 \tag{44}$$

$$u_f = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mu_i^2 + mgd\sin(\theta) - 153.04}{\frac{1}{2}m}} \tag{45}$$

$$= 5.4876 \text{ m/s} \tag{46}$$