ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2019
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Πέμπτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 3/12/2019 | Ημερομηνία Παράδοσης: 12/12/2019

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

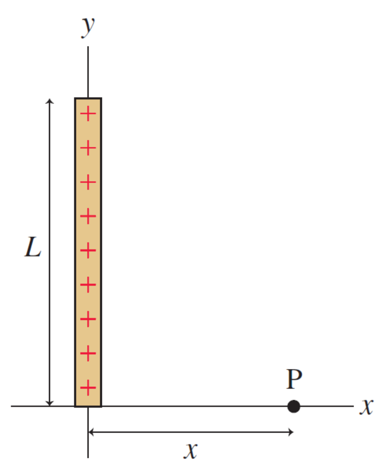
Άσκηση 1. Ένα φορτίο $+2.0$ nC βρίσκεται ακίνητο στη συμβολή των αξόνων $(x, y) = (0, 0)$ και ένα δεύτερο φορτίο -4.0 nC βρίσκεται ακίνητο στη θέση $(x, y) = (1, 0)$ cm.

(α΄) Σε ποιά τετμημένη πρέπει να τοποθετήσετε ένα πρωτόνιο ώστε αυτό να υπόκειται σε μηδενική συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη;

(β΄) Θα ήταν μηδενική η συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη αν αντί ενός πρωτονίου τοποθετούσατε ένα ηλεκτρόνιο; Εξηγήστε.

Απ.: $x = -2.41$ cm

Άσκηση 2. Το Σχήμα 1 δείχνει μια λεπτή ράβδο μήκους L με συνολικό φορτίο Q. Η ράβδος έχει ομοιόμορφη πυκνότητα φορτίου $\lambda = Q/L$.



Σχήμα 1: *Φορτισμένη ράβδος Άσκησης 2.*

i. Δείξτε ότι ένα τμήμα dy με φορτίο dq της ράβδου που βρίσκεται στο σημείο $(0, y)$, συνεισφέρει στο σημείο P ηλεκτρικό πεδίο

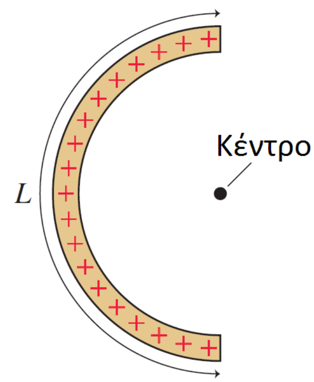
$$d\vec{E} = k_e \frac{dq}{(x^2 + y^2)} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{i} - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{j} \right) \tag{1}$$

ii. Δείξτε ότι το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ στο σημείο P είναι

$$\vec{E} = k_e \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + L^2}} \vec{i} - k_e \frac{Q}{Lx} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} \right) \vec{j} \tag{2}$$

iii. Εξηγήστε τι συμβαίνει αν $x \gg L$. Ως τι συμπεριφέρεται σε αυτήν την περίπτωση η ράβδος;

Άσκηση 3. Φορτίο Q βρίσκεται ομοιόμορφα κατανεμημένο κατά μήκος λεπτής, εύκαμπτης ράβδου μήκους L. Η ράβδος έχει γραμμική πυκνότητα φορτίου λ. Στη συνέχεια, η ράβδος κάμπτεται σε μορφή ημικυκλίου όπως στο Σχήμα 2. Χρησιμοποιήστε ότι ένα μικρό τόξο μήκους ds δημιουργεί γωνία $d\theta = ds/R$, με R την ακτίνα του



Σχήμα 2: *Φορτισμένη ράβδος Άσκησης 3.*

ημικυκλίου.

i. Δείξτε ότι λόγω του σχήματος της ράβδου, στο κέντρο του ημικυκλίου υπάρχει μόνο η $x-$συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου.

ii. Δείξτε ότι ένα τμήμα ds με φορτίο dq της ράβδου συνεισφέρει στο κέντρο του ημικυκλίου ηλεκτρικό πεδίο μέτρου

$$dE_x = k_e \frac{Q}{LR} \cos(\theta_e) d\theta \tag{3}$$

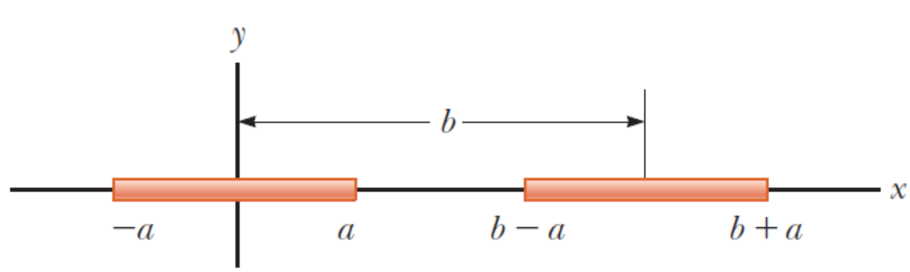
με θ_e τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $d\vec{E}_x$ με τον άξονα $x'x$.

iii. Δείξτε ότι το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}_x$ στο κέντρο του ημικυκλίου δίνεται ως

$$\vec{E}_x = k_e \frac{2\pi Q}{L^2} \vec{i} \tag{4}$$

iv. Εκτιμήστε το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου αν $L = 0.1$ m και $Q = 30 \times 10^{-9}$ C.

Άσκηση 4. Η φιλοσοφία "πρώτα το μικρό κι ύστερο το όλον" που εφαρμόσαμε στις διαλέξεις ισχύει γενικότερα: δυο ομοιόμορφα φορτισμένες ράβδοι με φορτίο Q και μήκος $2a$ η καθεμιά βρίσκονται στον άξονα x όπως στο Σχήμα 3. Η απόσταση b μεταξύ των κέντρων τους είναι μεγαλύτερη του μήκους τους, δηλ. $b > 2a$.



Σχήμα 3: *Φορτισμένες ράβδοι Άσκησης 4.*

i. Δείξτε ότι η αριστερή ράβδος δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση d από το δεξί της άκρο με μέτρο

$$E = k_e \frac{Q}{d(2a+d)} \tag{5}$$

Χρησιμοποιήστε έτοιμα αποτελέσματα από τη θεωρία σας.

ii. Δείξτε ότι για ένα τμήμα μήκους dx της δεξιάς ράβδου, το φορτίο του δίνεται ως

$$dq = \frac{Q}{2a} dx \tag{6}$$

iii. Δείξτε ότι η ηλεκτρική δύναμη dF που ασκείται στο τμήμα μήκους dx της δεξιάς ράβδου λόγω του ηλεκτρικού πεδίου της αριστερής ράβδου έχει μέτρο ως

$$dF = k_e \frac{Q}{d(2a+d)} \frac{Q}{2a} dx \tag{7}$$

iv. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

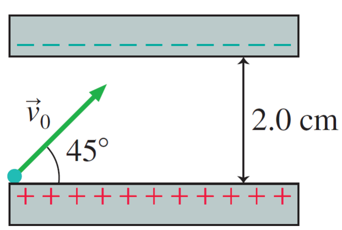
$$F = \int dF \tag{8}$$

το οποίο ουσιαστικά αθροίζει όλες τις ηλεκτρικές δυνάμεις που ασκούνται στα απειροστά μικρά τμήματα της δεξιάς ράβδου εξ' αιτίας της αριστερής ράβδου. Χρησιμοποιήστε το

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x(x+c)} = -\frac{1}{c} \ln\left(\frac{c+x}{x}\right)\Big]_{x_1}^{x_2} \tag{9}$$

Απ.: $F = \frac{k_e Q^2}{4a^2} \ln\left(\frac{b^2}{b^2 - 4a^2}\right)$

Άσκηση 5. Δυο παράλληλες φορτισμένες πλάκες (Σχήμα 4) σε απόσταση 2.0 cm δημιουργούν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέτρου 10^4 N/C. Ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται υπό γωνία 45 μοιρών από τη θετική πλάκα. Δείξτε ότι η μέγιστη



Σχήμα 4: *Παράλληλες φορτισμένες πλάκες Άσκησης 5.*

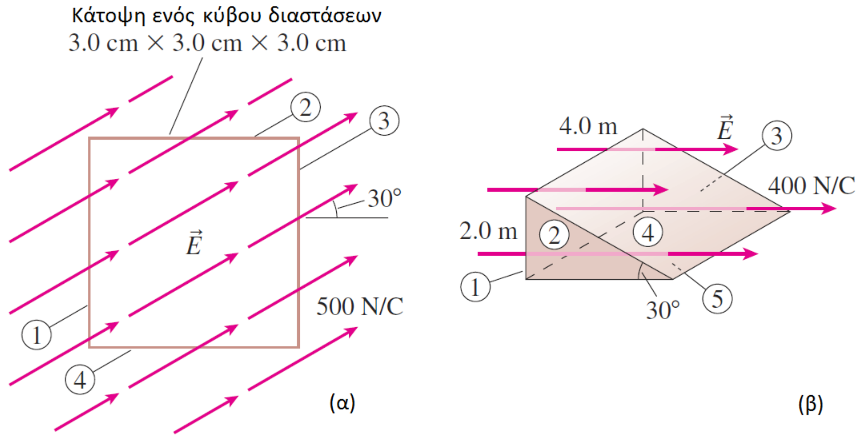
αρχική ταχύτητα u_0 που μπορεί να λάβει το ηλεκτρόνιο χωρίς να χτυπήσει πάνω στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα είναι $u_0 = 1.19 \times 10^7$ m/s.

Άσκηση 6.

(α') Το Σχήμα 5(α) δείχνει μια κάτοψη ενός κύβου διαστάσεων $3 \times 3 \times 3$ εκατοστών. Βρείτε την ηλεκτρική ροή Φ_i, $i = 1, 2, 3, 4$ των επιφανειών 1 ως 4. Πόση είναι η συνολική ηλεκτρική ροή διαμέσου του κύβου;

(β') Βρείτε την ηλεκτρική ροή Φ_i, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ των επιφανειών 1 ως 5 του Σχήματος 5(β). Πόση είναι η συνολική ηλεκτρική ροή διαμέσου του στερεού;

Απ.: (α) 0, (β) 0

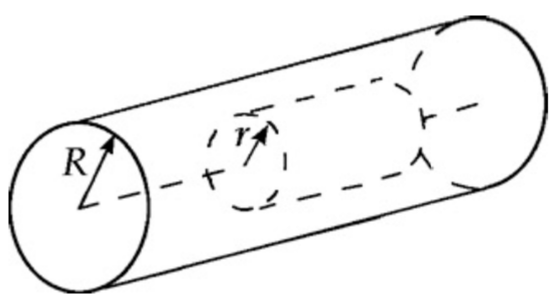


Σχήμα 5: *Σχήμα Άσκησης 6.*

Άσκηση 7. Η Γη διαθέτει ένα κάθετο ηλεκτρικό πεδίο στην επιφάνειά της (με φορά προς το εσωτερικό της), που έχει μέτρο - κατά μέσο όρο - $E = 100$ N/C. Το πεδίο αυτό διατηρείται από διάφορες ατμοσφαιρικές διεργασίες, συμπεριλαμβανομένων και των κεραυνών. Ποιό είναι το φορτίο στην επιφάνεια της Γης; Θεωρήστε τη Γη ως απόλυτα σφαιρική με ακτίνα $r = 6.37 \times 10^6$ m και χρησιμοποιήστε το νόμο του Gauss με $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C^2/Nm^2.

Απ.: $Q_{in} = -4.51 \times 10^5$ C

Άσκηση 8. Θεωρήστε έναν μακρύ, ομοιόμορφα φορτισμένο κύλινδρο ακτίνας R με χωρική πυκνότητα φορτίου ρ. Εφαρμόστε το νόμο του Gauss - επιλέξτε κατάλληλη γκαουσιανή επιφάνεια και ελέγξτε ποιές από τις τέσσερις συνθήκες εφαρμογής του νόμου ισχύουν - και βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση r από τον άξονα του, με $r < R$, όπως στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6: *Σχήμα Άσκησης 8.*

Απ.: $E = \dfrac{\rho r}{2\epsilon_0}$ με φορά ακτινικά μακρια από τον άξονα του κυλίνδρου