

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2019
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 12/11/2019

Ημερομηνία Παράδοσης: 22/11/2019, ως τις 16:00

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1. Η ανθρώπινη όραση θολώνει αν το κεφάλι σας δονείται με συχνότητα 29 Hz, γιατί οι δονήσεις προκαλούν συντονισμό στο σύστημα “μάτι-μυς που το συγκρατεί στη θέση του”. Αν η μάζα του ματιού σας είναι 7.5 gr, και ο μυς που το συγκρατεί μοντελοποιηθεί ως ελατήριο, δείξτε ότι η σταθερά του ελατηρίου είναι $k \approx 250$ N/m.

Άσκηση 2. Αν η φάση μετατόπισης για ένα σύστημα ελατηρίου-σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι $\phi = \pi/6$ rad και η θέση του σώματος δίνεται ως

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1)$$

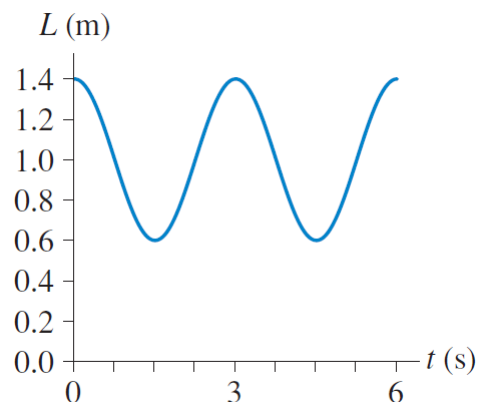
όπως γνωρίζετε, τότε ποιος είναι ο λόγος της κινητικής προς την ελαστική δυναμική ενέργεια του συστήματος όταν $t = 0$;

Απ.: $\frac{1}{3}$

Άσκηση 3. Οι αστροναύτες στο διάστημα δεν μπορούν να ζυγιστούν χρησιμοποιώντας κοινές ζυγαριές που έχουμε στα σπίτια μας.

Αντίθετα, μετρούν τη μάζα τους ταλαντούμενοι σε ένα μεγάλο ελατήριο. Υποθέστε ότι ένας αστροναύτης δένει στη ζώνη του ένα μεγάλο ελατήριο, και την άλλη του άκρη του σε ένα γάντζο στον τοίχο του διαστημικού σταθμού. Ένας συνάδελφος αστροναύτης τον τραβάει μακριά από τον τοίχο, και τον αφήνει ελεύθερο. Το μήκος του ελατηρίου συναρτήσει του χρόνου δίνεται στο Σχήμα 1.

- (α) Ποιά είναι η μάζα του αστροναύτη αν η σταθερά του ελατηρίου είναι 240 N/m;
- (β) Ποιά είναι η ταχύτητα του αστροναύτη καθώς αυτός ταλαντώνεται, όταν το μήκος του ελατηρίου είναι 1.2 m;



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 3.

Απ.: (α) $m = 55$ kg, (β) $u = -0.73$ m/s

Άσκηση 4. Η κυματοσυνάρτηση ενός κύματος που διανύει ένα νήμα δίνεται ως

$$y(x, t) = 0.35 \sin \left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (2)$$

με τα x, y να μετριοούνται σε μέτρα, και το t σε δευτερόλεπτα. Αν η γραμμική πυκνότητα μάζας του νήματος είναι 75 gr/m, τότε

(α') δείξτε ότι ο μέσος ρυθμός μεταφοράς ενέργειας στο νήμα είναι 15.1 W.

(β') η ενέργεια που περιέχεται σε κάθε κύκλο του κύματος είναι 3.02 J.

Άσκηση 5 - bonus 10%. Στο μάθημα είδαμε ότι η γενική εξίσωση κύματος δίνεται ως

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \quad (3)$$

με το σύμβολο $\frac{\partial}{\partial x} y(x, t)$ να συμβολίζει τη μερική παράγωγο του y ως προς x . Στη μερική παραγωγή, παραγωγίζουμε ως προς τη μεταβλητή που μας ενδιαφέρει, θεωρώντας όλες τις άλλες μεταβλητές ως σταθερές. Είδαμε ότι μια λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι η

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (4)$$

(α') Δείξτε ότι η εξίσωση

$$y(x, t) = \ln(b(x - ut)) \quad (5)$$

με b σταθερά, αποτελεί λύση της γενικής εξίσωσης κύματος.

(β') Δείξτε ότι η εξίσωση

$$y(x, t) = e^{b(x-ut)} \quad (6)$$

με b σταθερά, αποτελεί λύση της γενικής εξίσωσης κύματος.

Άσκηση 6. Ένα ηχητικό κύμα έντασης $2 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$ θεωρείται ως μετρίως δυνατό στα αυτιά μας. Το τύμπανο στο εσωτερικό των αυτιών μας έχει διάμετρο 6 χιλιοστά. Δείξτε ότι η ενέργεια που μεταφέρεται στο τύμπανο των αυτιών μας αν ακούσουμε το παραπάνω ηχητικό κύμα για 60 δευτερόλεπτα είναι $E = 3.4 \times 10^{-6} \text{ J}$. Θεωρήστε το τύμπανο ως μια στρογγυλή επιφάνεια.

Άσκηση 7. Ένας τρόπος που το ακουστικό μας σύστημα μπορεί να εντοπίζει την προέλευση των ήχων (sound localization) είναι μετρώντας τη - μικρή - διαφορά στο χρόνο της άφιξης των ηχητικών κυμάτων στα αυτιά μας. Θεωρήστε ότι τα αυτιά σας απέχουν περίπου 20 εκατοστά μεταξύ τους. Θεωρήστε ότι μια πηγή ήχου βρίσκεται 5 μέτρα μακριά από το κέντρο του κεφαλιού σας, και υπό γωνία 45 μοιρών προς τα δεξιά σας. Ποιά είναι η χρονική διαφορά μεταξύ των αφίξεων του σήματος στο δεξιό και στο αριστερό αυτί σας; Δώστε την απάντησή σας σε microseconds - μs , και θεωρήστε ότι η ταχύτητα του ήχου είναι $u_s = 343 \text{ m/s}$.

Απ.: $\Delta t \approx 408 \mu\text{s}$

Άσκηση 8. Τα αυτιά μας είναι ευαίσθητα στην αντίληψη διαφορετικών συχνοτήτων αλλά όχι τόσο στην αντίληψη διαφορετικών εντάσεων. Δεν είμαστε ικανοί/ες, π.χ. να καταλάβουμε τη διαφορά στην αύξηση της έντασης I ενός ήχου, όταν η διαφορά των ηχοστάθμεων $\Delta\beta$ είναι λιγότερη από 1 dB. Δείξτε ότι

$$\frac{I_2}{I_1} = 1.25 \quad (7)$$

αν η ηχοστάθμη ανεβαίνει από τα $\beta_1 = 60 \text{ dB}$ στα $\beta_2 = 61 \text{ dB}$.

Άσκηση 9. Μια σφυρίχτρα συχνότητας 540 Hz κινείται σε κύκλο ακτίνας 0.6 m με γωνιακή ταχύτητα 15 rad/s. Ποιά είναι η χαμηλότερη και η υψηλότερη συχνότητα που ακούει ένας ακίνητος ακροατής ο οποίος βρίσκεται αρκετά μακριά από το κέντρο του κύκλου;

Απ.: 526 και 555 Hz