

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων - Λύσεις

**Άσκηση 1.** Ισχύει ότι

$$a = r\omega^2 \quad (1)$$

(α) Αν  $r' = 2r$ , τότε  $a' = (2r)\omega^2 = 2(r\omega^2) = 2a$ , οπότε η κεντρομόλος επιτάχυνση θα διπλασιαστεί,  $a' = 40 \text{ m/s}^2$ .

(β) Αν  $\omega' = 2\omega$ , τότε  $a' = r\omega'^2 = r(2\omega)^2 = 4r\omega^2 = 4a$ , άρα θα τετραπλασιαστεί η κεντρομόλος επιταχυνση, δηλ.  $a' = 80 \text{ m/s}^2$ .

**Άσκηση 2.** Ο δορυφόρος εκτελεί μια πλήρη περιστροφή σε 24 ώρες. Η ακτίνα της κίνησής του είναι  $r = 6.37 \times 10^6 + 3.58 \times 10^7 = 4.22 \times 10^7 \text{ m}$ . Η ταχύτητα του δορυφόρου είναι

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{24 \times 60 \times 60} = 3.07 \times 10^3 \text{ m/s} \quad (2)$$

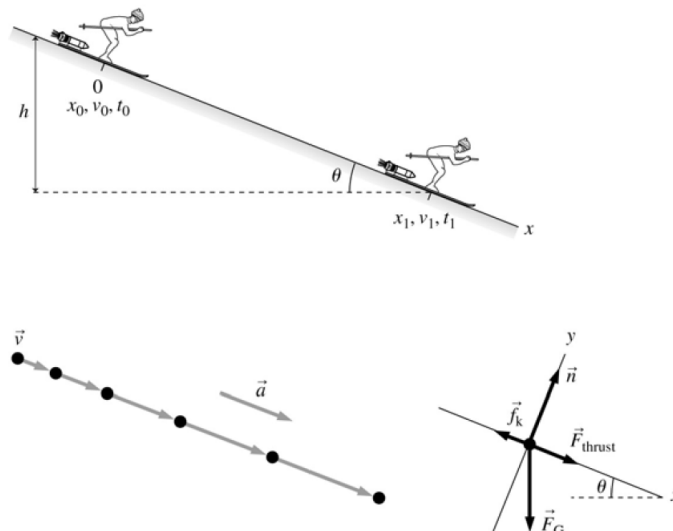
Η επιτάχυνσή του θα είναι μέτρου

$$a_r = \frac{u^2}{r} = \frac{3.07 \times 10^3}{4.22 \times 10^7} = 0.223 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

**Άσκηση 3.** Από το ύψος και τη γωνία που μας δίνεται, έχουμε ότι το μήκος του κεκλιμένου είναι

$$\frac{h}{\Delta x} = \sin \theta \Rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin \theta}$$

Ο Πάνος δεν επιταχύνει στον άξονα  $y$ , άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πρώτο νόμο του Newton



για να βρούμε τη δύναμη από το κεκλιμένο στον Πάνο.

$$\sum F_y = n - F_g \cos \theta = 0 \Rightarrow n = F_g \cos \theta = mg \cos \theta = 724 \text{ N}$$

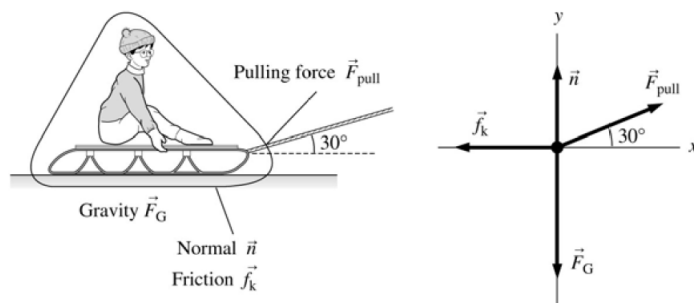
Από τις γνωστές εξισώσεις κίνησης έχουμε

$$u^2 = u_0^2 + 2a_x \Delta x \Rightarrow a_x = \frac{u^2}{2\Delta x} = 2.78 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

Από το 2ο νόμο του Newton και από τη σχέση  $f_k = \mu_k n$  έχουμε:

$$\sum F_x = F_g \sin \theta + F_{\text{thrust}} - f_k = ma_x \Rightarrow \mu_k = \frac{mg \sin \theta + F_{\text{thrust}} - ma_x}{n} = 0.165 \quad (5)$$

**Άσκηση 4.** Η συνολική δύναμη στο έλκηθρο είναι μηδέν, αφού η ταχύτητα είναι σταθερή. Αυτό σημαίνει ότι η συνιστώσα της δύναμης που τραβά το έλκηθρο στο  $x$ -άξονα είναι ίση με το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης στον  $x$ -άξονα. Προσέξτε επίσης ότι  $\sum F_y = 0$ , αφού δεν υπάρχει κίνηση στον άξονα  $y$ . Από το



2ο νόμο του Newton στους δυο άξονες, έχουμε

$$\sum F_x = n_x + F_{G_x} + f_{k_x} + F_{\text{pull}_x} = 0 + 0 - f_k + F_{\text{pull}} \cos \theta = 0 \quad (6)$$

$$\sum F_y = n_y + F_{G_y} + f_{k_y} + F_{\text{pull}_y} = n - mg + 0 + F_{\text{pull}} \sin \theta = 0 \quad (7)$$

Η πρώτη σχέση γράφεται ως

$$\mu_k n = F_{\text{pull}} \cos \theta$$

ενώ η δεύτερη ως

$$n = mg - F_{\text{pull}} \sin \theta$$

Αντικαθιστώντας έχουμε

$$\mu_k = \frac{F_{\text{pull}} \cos \theta}{mg - F_{\text{pull}} \sin \theta} = 0.077 \quad (8)$$

### Άσκηση 5.

(α) Η ηλεκτρική ακτίνα ασκεί δύναμη στο μικρότερο σκάφος, και από τον 3ο νόμο του Newton, μια άλλη δύναμη ασκείται επάνω στο Σκάφος Voyager. Ως αποτέλεσμα, και το μεγάλο και το μικρό σκάφος κινούνται το ένα προς το άλλο. Όμως, λόγω των πολύ διαφορετικών μαζών που έχουν, οι αποστάσεις που διανύουν το καθένα είναι πολύ διαφορετικές. Έστω  $t_1$  ο χρόνος που συναντώνται, δηλ. όταν  $x_{M_1} = x_{m_1}$ . Μόνο μια δύναμη ασκείται σε κάθε σκάφος, άρα ο 2ος νόμος του Newton εκφράζεται πολύ απλά. Επιπλέον, επειδή οι δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις ζεύγους δράσης - αντίδρασης, ισχύει ότι

$$F_{M \text{ επάνω } m} = F_{m \text{ επάνω } M} = 4 \times 10^4 \text{ N} \quad (9)$$

Οι επιταχύνσεις των δυο σκαφών είναι

$$a_M = \frac{F_{m \text{ επάνω } M}}{M} = 0.020 \text{ m/s}^2 \quad (10)$$

$$a_m = \frac{F_{M \text{ επάνω } m}}{m} = -2 \text{ m/s}^2 \quad (11)$$

Η επιτάχυνση του μικρού σκάφους είναι αρνητική γιατί τα διανύσματα επιτάχυνσης και δύναμης “δείχνουν” προς τα αριστερά, δηλ. προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα  $x$ . Σε χρόνο  $t_1$ , οι θέσεις των σκαφών θα είναι

$$x_{M_1} = X_{M_0} + u_{M_0}t_1 + \frac{1}{2}a_M t_1^2 \quad (12)$$

$$x_{m_1} = x_{m_0} + u_{m_0}t_1 + \frac{1}{2}a_m t_1^2 \quad (13)$$

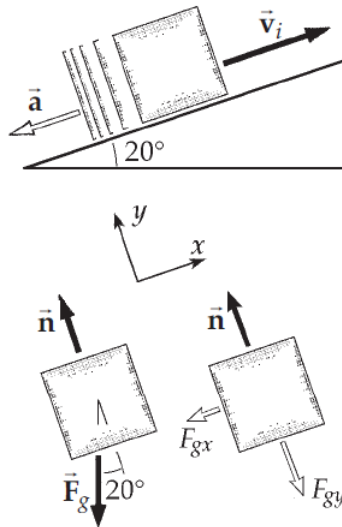
Όταν τα σκάφη συναντούνται, ισχύει ότι  $x_{M_1} = x_{m_1}$ , και άρα

$$\frac{1}{2}a_M t_1^2 = x_{m_0} + \frac{1}{2}a_m t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x_{m_0}}{a_M + |a_m|}} = 99.5 \text{ s} \quad (14)$$

(β) Η θέση του Σκάφους Voyager τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι

$$x_{M_1} = \frac{1}{2}a_M t_1^2 = 99 \text{ m} \quad (15)$$

**Άσκηση 6.** Μόλις το σώμα φεύγει από το χέρι μας, η ταχύτητά του αλλάζει μόνο εξαιτίας της συνιστώσας του βάρους του - συγκεκριμένα της  $x$ -συνιστώσας. Στον  $x$ -άξονα, θα είναι



$$\sum F_x = ma \Rightarrow -mg \sin(20^\circ) = ma \Rightarrow a = -g \sin(20^\circ) \quad (16)$$

Επίσης, από τους νόμους της κίνησης, είναι

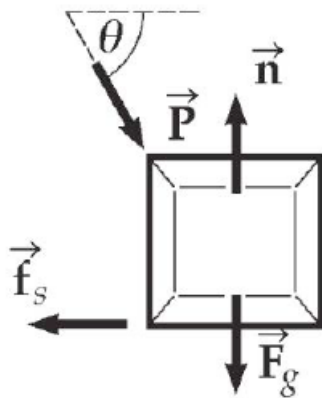
$$u_f^2 = u_i^2 + 2a(x_f - x_i) \Leftrightarrow 0 = 25 - 2(9.8) \sin(20^\circ)(x_f - 0) \Rightarrow x_f = 3.73\text{m} \quad (17)$$

**Άσκηση 7.** Το σώμα βρίσκεται σε ισορροπία, πριν ακριβώς αρχίσει να κινείται. Με εφαρμογή του 2ου νόμου του Newton στον άξονα  $y$ , έχουμε

$$\sum F_y = ma_y \Leftrightarrow n = F_g + P \sin \theta \quad (18)$$

Στον οριζόντιο άξονα,

$$\sum F_x = ma_x \Leftrightarrow P \cos \theta = f \quad (19)$$



Όμως  $f_s \leq \mu_s n$ , δηλ.

$$P \cos \theta \leq \mu_s (F_g + P \sin \theta) \quad (20)$$

$$P(\cos \theta - \mu_s \sin \theta) \leq \mu_s F_g \quad (21)$$

$$P(1 - \mu_s \tan \theta) \leq \mu_s F_g \sec \theta \quad (22)$$

Άρα

$$P_{min} = \frac{\mu_s F_g \sec \theta}{1 - \mu_s \tan \theta} \quad (23)$$