ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 30/11/2018 Ημερομηνία Παράδοσης: 11/12/2018

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1.

(α΄) Προφανώς

$$\begin{aligned} u &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \Delta t &= t - 0 = T = \frac{\Delta x}{u} \\ &= \frac{8000000}{1480} = 5405.40 \text{ s} \end{aligned}$$

(β΄) Επίσης,

$$\begin{aligned} u &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{8000000}{5406.40} = 1479.72 \text{m/s} \end{aligned}$$

(γ΄) Θα είναι

$$u = 1480 + 4\Delta C \Longrightarrow |\Delta C| = \frac{|u - 1480|}{4} = \frac{|1479.72 - 1480|}{4} = 0.07 \text{ C}^o$$

Άσκηση 2. Προφανώς εμείς είμαστε ακίνητοι και η νυχτερίδα πρέπει να πετάξει μακριά από εμάς, ώστε η συχνότητα που θα ακούσουμε να είναι μικρότερη από την παραγόμενη. Άρα από τη σχέση του Doppler

$$f' = \frac{u}{u + u_{bat}} f \Longleftrightarrow \frac{20}{25} = \frac{u}{u + u_{bat}} \Longleftrightarrow \frac{4}{5} = \frac{343}{343 + u_{bat}} \Longrightarrow u_{bat} = 85.75 \text{ m/s}$$

Άσκηση 3. Η ταχύτητα του ήχου στο κτήριο είναι

$$u = 331\sqrt{1 + \frac{T_c}{273}} = 343 \text{ m/s}$$

Το μήκος κύματος της πηγής ήχου είναι

$$u = \lambda f \Longrightarrow \lambda = \frac{u}{f} = \frac{343}{1200} = 0.285 \text{ m/s}$$

Θέλουμε να έχουμε καταστρεπτική συμβολή του ανακλώμενου κύματος από τον τοίχο με το κύμα στο πλέγμα, άρα πρέπει να ισχύει

$$2\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \Longleftrightarrow \Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2n+1) \times 0.071$$

όπου $2\Delta r$ γιατί το κύμα που περνά το πλέγμα ταξιδεύει δυο φορές την απόσταση ανάμεσα στο πλέγμα και στον τοίχο, μέχρι να συμβάλλει ξανά πίσω καταστρεπτικά. Άρα η ελάχιστη απόσταση ανάμεσά τους δίνεται για $n = 0$, δηλ. $\Delta r = 0.071$ m.

Άσκηση 4.

(α΄) Το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P, λόγω της συνεισφοράς ενός στοιχείου της ράβδου μήκους dx απο το δεξιό τμήμα της, είναι

$$dE = \frac{k_e dq}{x^2 + d^2}$$

με διεύθυνση κατά μήκος της γραμμής που ενώνει το στοιχείο dx με το σημείο P. Το πεδίο μπορεί να αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, μια παράλληλη στον άξονα $y'y$ και μια κάθετη στον $y'y$. Η κάθετη συνιστώσα έχει φορά προς τα αριστερά. Το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P, λόγω της συνεισφοράς του συμμετρικού του προηγούμενου στοιχείου της ράβδου μήκους dx απο το αριστερό τμήμα της, είναι

$$dE = \frac{k_e dq}{x^2 + d^2}$$

με διεύθυνση κατά μήκος της γραμμής που ενώνει το συμμετρικό στοιχείο dx με το σημείο P. Το πεδίο μπορεί να αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, μια παράλληλη στον άξονα $y'y$ και μια κάθετη στον $y'y$. Η κάθετη συνιστώσα έχει φορά προς τα δεξιά.

Οι δυο κάθετες συνιστώσες έχουν αντίθετη φορά και ίδιο μέτρο, άρα αλληλοακυρώνονται. Οπότε

$$E_x^P = \int dE_x^P = 0$$

(β΄) Λόγω της παραπάνω παρατήρησης, το ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τη σχέση

$$E = E_y = \int dE_y = \int dE \cos(\theta)$$

όπου

$$\cos(\theta) = \frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

Επίσης, η γραμμική πυκνότητα φορτίου μας δίνει ότι

$$dq = \lambda dx$$

οπότε

$$E = 2k_e \lambda d \int_0^{l/2} \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{3/2}} = \frac{2k_e \lambda \sin(\theta_0)}{d}$$

με

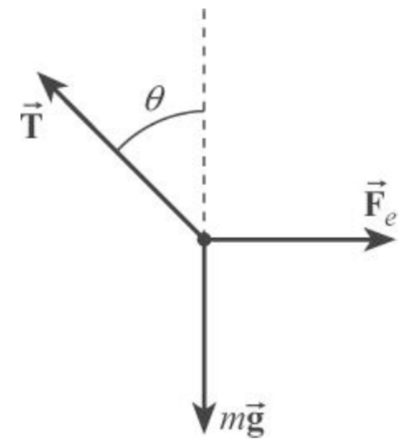
$$\sin(\theta_0) = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + d^2}}$$

(γ΄) Αν η ράβδος έχει άπειρο μήκος, τότε η γωνία θ_0 πλησιάζει τις 90^o, και άρα

$$E = \frac{2k_e \lambda}{d}$$

Άσκηση 5. Από τον 2ο νόμο του Newton, έχουμε ότι

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\cos(\theta) = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos(\theta)}$$



και

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_e = T\sin(\theta) = \frac{mg}{\cos(\theta)}\sin(\theta) = mg\tan(\theta)$$

Όμως

$$F_e = k_e\frac{q^2}{r_1^2} + k_e\frac{q^2}{r_2^2} = \frac{k_e q^2}{(L\sin(\theta))^2} + \frac{k_e q^2}{(2L\sin(\theta))^2} = \frac{5k_e q^2}{4L^2\sin^2(\theta)}$$

Οπότε

$$\frac{5k_e q^2}{4L^2\sin^2(\theta)} = mg\tan(\theta) \Longleftrightarrow q = \sqrt{\frac{4L^2 mg\sin^2(\theta)\tan(\theta)}{5k_e}}$$

Άσκηση 6. Η φράση "Δεν μπορώ να κλείσω μάτι, η ηχοστάθμη με τα δυο τρυπάνια είναι διπλάσια αυτής με το ένα τρυπάνι!" υπονοεί ότι η ηχοστάθμη μιας έντασης I_1 διπλασιάζεται όταν διπλασιάζεται η ένταση $2I_1$, δηλ. ότι αν

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0}$$

η ηχοστάθμη του ενός τρυπανιού, τότε ισχύει

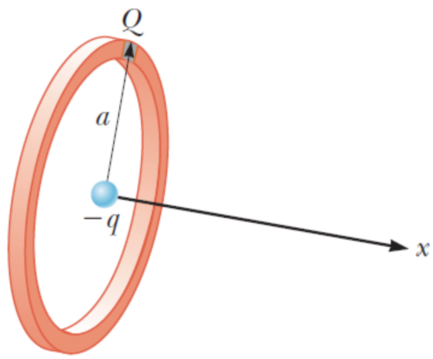
$$\beta_2 = 10\log\frac{2I_1}{I_0} = 2\beta_1$$

Ας δούμε αν αυτό ισχύει.

$$\begin{aligned} \beta_2 = 10\log\frac{2I_1}{I_0} &= 2\beta_1 = 2\times 10\log\frac{I_1}{I_0} \\ 10\log\frac{2I_1}{I_0} &= 10\log\frac{I_1^2}{I_0^2} \\ \frac{2I_1}{I_0} &= \frac{I_1^2}{I_0^2} \\ 2 &= \frac{I_1}{I_0} \\ I_1 &= 2I_0 \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι ο διπλασιασμός της ηχοστάθμης όταν διπλασιάζεται η ένταση συμβαίνει μόνον όταν $I_1 = 2I_0$. Προφανώς, η ένταση των τρυπανιών είναι πολύ μεγαλύτερη από την ελάχιστη αντιληπτή ένταση I_0, άρα η φράση είναι όντως λάθος στη συγκεκριμένη περίπτωση.

Άσκηση 7. Γνωρίζουμε από τις διαλέξεις ότι το πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του $x-$άξονα δίνεται από τη



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 7.

σχέση

$$E = E_x = \frac{k_e Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Η δύναμη που ασκείται σε ένα φορτίο $-q$ που βρίσκεται στον άξονα είναι

$$F_e = -k_e Q q \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

και όταν $x << a$, η παραπάνω σχέση γράφεται

$$F_e = -\left(\frac{k_e Q q}{a^2}\right) x$$

Αυτή η έκφραση είναι στη μορφή του νόμου του Hooke, με σταθερά

$$k = \frac{k_e Q q}{a^3}$$

Άρα επειδή η δύναμη που ασκείται στο φορτίο είναι αντίθετη της μετατόπισής του και προσπαθεί να το επαναφέρει στη θέση ισορροπίας του, η κίνηση του φορτίου είναι απλή αρμονική. Γνωρίζουμε ότι για έναν απλό αρμονικό ταλαντωτή ισχύει

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

και άρα

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_e Q q}{m a^3}}$$