ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων - Λύσεις

Ημερομηνία Ανάθεσης: 13/11/2018 Ημερομηνία Παράδοσης: 27/11/2018

Σημείωση: Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστή για τις πράξεις. Δείξτε όμως όλα τα βήματα της λύσης σας.

Άσκηση 1.

(α΄) Η αρχική κινητική του ενέργεια είναι

$$K = \frac{1}{2}mu^2 = 320 \text{ kJ}$$

(β΄) Σε ύψος ενός χιλιομέτρου, η δυναμική του ενέργεια είναι

$$U_g = mgh = 39.24 \text{ kJ}$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, ισχύει

$$\begin{aligned} K_i + U_i &= K_f + U_f \\ 320000 + 0 &= \frac{1}{2}mu_f^2 + 39240 \\ u &= \sqrt{\frac{2 \times 280760}{4}} \\ u &= 374.7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(γ΄) Στο μέγιστο ύψος, η ταχύτητα του δοχείου είναι μηδέν, και όλη η κινητική του ενέργεια έχει μετατραπεί σε δυναμική. Άρα μεταξύ εδάφους και μέγιστου ύψους

$$\begin{aligned} K_i &= U_f \\ 320000 &= mgh_{max} \\ h_{max} &= 8163 \text{ m} \end{aligned}$$

Άσκηση 2. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας,

$$W_F = \Delta K + \Delta U + W_{f_k}$$

Το έργο της δύναμης F θα είναι

$$W_F = F\Delta x = 100 \times 15 = 1500 \text{ J}$$

Οι μεταβολές στην κινητική και δυναμική ενέργεια του συστήματος κιβώτιο-γη-έδαφος είναι

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_f - K_i = \frac{1}{2}mu_f^2 - 0 = 60 \text{ J} \\ \Delta U &= U_f - U_i = mgh - 0 = 588 \text{ J} \end{aligned}$$

Άρα το έργο της δύναμης τριβής f_k είναι

$$W_{f_k} = W_F - \Delta K - \Delta U = 852 \text{ J}$$

Όμως ξέρουμε ότι το έργο της δύναμης τριβής δίνεται και ως

$$W_{f_k} = f_k \Delta x \cos(180^o) \Longrightarrow f_k = \frac{W_{f_k}}{-\Delta x} = -56.8 \text{ N}$$

που σημαίνει ότι το μέτρο της είναι 56.8 N και η φορά της αντίθετη στη μετατόπιση.

Άσκηση 3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του bungee-jumper όταν βρίσκεται επάνω στη γέφυρα είναι

$$U_{gi} = mgy = mgL_{max}$$

υποθέτοντας ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στο επίπεδο της επιφάνειας του νερού. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ του σημείο επάνω στη γέφυρα και του σημείου όταν ο bungee-jumper έχει εκτελέσει το άλμα και βρίσκεται με το κεφάλι αριβώς επάνω από το νερό (έχοντας οριακά μηδενική ταχύτητα), έχουμε

$$E_f^{mech} = E_i^{mech} \Longleftrightarrow K_f + U_{gf} + U_{ef} = K_i + U_{gi} + U_{ei}$$

με U_e την ελαστική δυναμική ενέργεια του σχοινιού. Άρα

$$0 + 0 + \frac{1}{2}k(L_{max} - L_{jumper} - L_0)^2 = 0 + mgL_{max} + 0$$

οπότε

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}k(L_{max} - L_{jumper} - L_0)^2 &= mgL_{max} \\ L_0 &= L_{max} - L_{jumper} - \sqrt{\frac{2mgL_{max}}{k}} \\ &= 24.6\text{m} \end{aligned}$$

Άσκηση 4. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, έχουμε ότι

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

και άρα

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mu_f^2 + mgy_f &= \frac{1}{2}mu_i^2 + mgy_i \\ \frac{1}{2}u_f^2 + gy_f &= \frac{1}{2}u_i^2 + gy_i \\ u_f = \sqrt{u_i^2 + 2g(y_i - y_f)} \end{aligned}$$

Για $y_i - y_f = 7.2$ m και $u_i = 14.2$ m/s, είναι

$$u_f = 18.5\text{m/s}$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της κίνησης, έχουμε μια αρχική ταχύτητα $\vec{u}_i$, η οποία έχει συνιστώσες

$$\begin{aligned} \vec{u}_{xi} &= u_i \cos(\theta_i)\vec{i} \\ \vec{u}_{yi} &= u_i \cos(\theta_i)\vec{j} \end{aligned}$$

Η τελική $x-$συνιστώσα της ταχύτητας, u_{xf}, είναι ίση με την αρχική $x-$συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας, u_{xi}:

$$u_{xf} = u_{xi} = u_i \cos(\theta_i)$$

Η τελική συνιστώσα στον $y-$άξονα, μπορεί να βρεθεί από τη σχέση

$$u_{yf}^2 = u_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$$

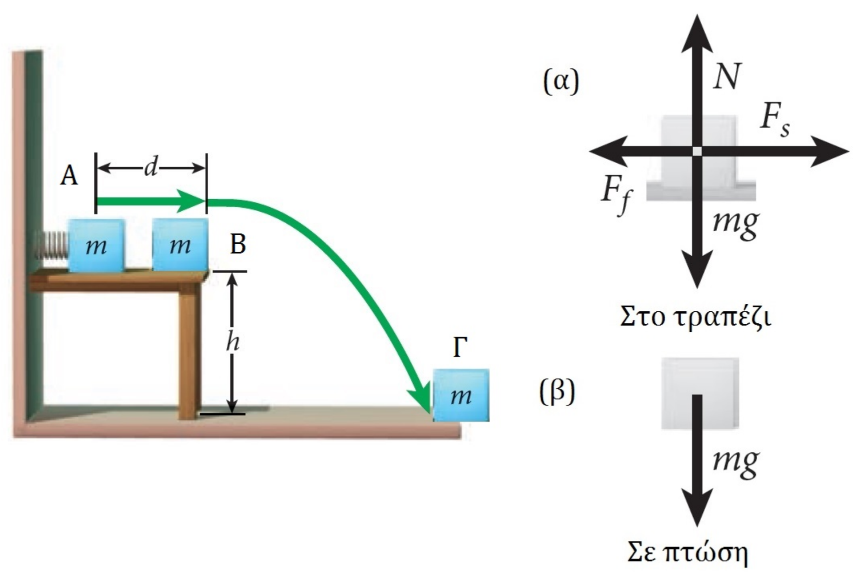
Έτσι, η τελική ταχύτητα του βράχου όταν χτυπά το έδαφος θα είναι

$$\begin{aligned} u_f &= \sqrt{u_{xf}^2 + u_{yf}^2} \\ &= \sqrt{(u_i^2 \cos^2(\theta_i) + (u_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i))} \\ &= \sqrt{(u_i^2 \cos^2(\theta_i) + u_i^2 \sin^2(\theta_i) - 2g(y_f - y_i)} \\ &= \sqrt{u_i^2 - 2g(y_f - y_i)} \\ &= \sqrt{u_i^2 + 2g(y_i - y_f)} \end{aligned}$$

που είναι η ίδια σχέση με τη μέθοδο της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Άσκηση 5.

(α΄) Σύμφωνα με το Σχήμα (1) η δύναμη τριβής ολίσθησης δίνεται από τη σχέση



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 5.

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$$

Το έργο της δύναμης τριβής κατά μήκος της διαδρομής είναι

$$W_f = -f_k d = -\mu_k mgd$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης της ενέργειας στο σύστημα του σώματος-ελατηρίου-γης από το σημείο A ως το σημείο Γ, έχουμε

$$\begin{aligned} W_F^{A\to\Gamma} &= \Delta K^{A\to\Gamma} + \Delta U_g^{A\to\Gamma} + \Delta U_e^{A\to\Gamma} \\ -mgd\mu_k &= \frac{1}{2}mu_\Gamma^2 - 0 + 0 - mgh + 0 - \frac{1}{2}kx^2 \\ u_\Gamma^2 &= \frac{kx^2}{m} + 2gh - 2gd\mu_k \\ u_\Gamma^2 &= 17.64 \\ u_\Gamma &= 4.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(β΄) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας στο σύστημα σώματος-ελατηρίου από το σημείο Α ως το σημείο Β:

$$\begin{aligned} W_F^{A\to \mathrm{B}} &= \Delta K^{A\to\mathrm{B}} + \Delta U_e^{A\to\mathrm{B}} \\ -mgd\mu_k &= \frac{1}{2}mu_{\mathrm{B}}^2 - 0 + 0 - \frac{1}{2}kx^2 \\ u_{\mathrm{B}}^2 &= \frac{kx^2}{m} - 2gd\mu_k \\ u_{\mathrm{B}}^2 &= 2.98 \\ u_{\mathrm{B}} &= 1.72\ \mathrm{m/s} \end{aligned}$$

Άσκηση 6.

(α΄) Η κυματοσυνάρτηση γράφεται ως

$$\begin{aligned} 0.175 &= 0.35\sin(99.6t) \\ \sin(99.6t) &= 0.5 \end{aligned}$$

Η μικρότερες δυο γωνίες που δίνουν ημίτονο ίσο με 0.5 είναι οι 30^o και 150^o, οι οποίες αντιστοιχούν σε 0.523 και 2.618 rad. Άρα

$$\begin{aligned} 99.6t_1 &= 0.523 \Longrightarrow t_1 = 5.26\ \mathrm{ms} \\ 99.6t_2 &= 2.618 \Longrightarrow t_2 = 26.3\ \mathrm{ms} \end{aligned}$$

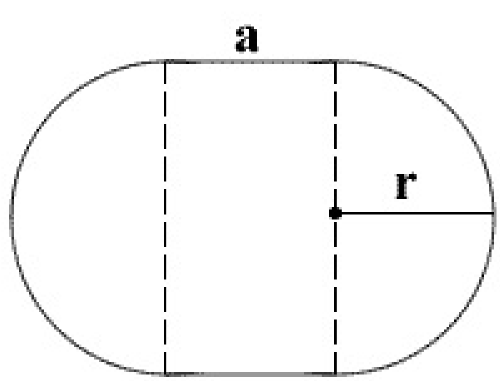
Άρα

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 21\ \mathrm{ms}$$

(β΄) Η απόσταση που διανύει το κύμα είναι

$$d = \frac{\omega}{k}\Delta t = \frac{99.6 \times 21 \times 10^{-3}}{1.25}\ \mathrm{s} = 1.673\ \mathrm{m}$$

Άσκηση 7. Αφού η αντίδραση του θεατή είναι 0.1 s και η απόσταση μεταξύ δυο θεατών είναι 0.5 m, η ταχύτητα του κύματος είναι $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.5}{0.1} = 5$ m/s. Ο χρόνος που χρειάζεται για μια πλήρη περιφορά γύρω από το



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 7 - Διαστάσεις σταδίου.

γήπεδο είναι

$$T = \frac{L}{u} = \frac{2\pi r + 2a}{u} = \frac{160\pi + 200}{5} = 140.5\ \mathrm{s}$$