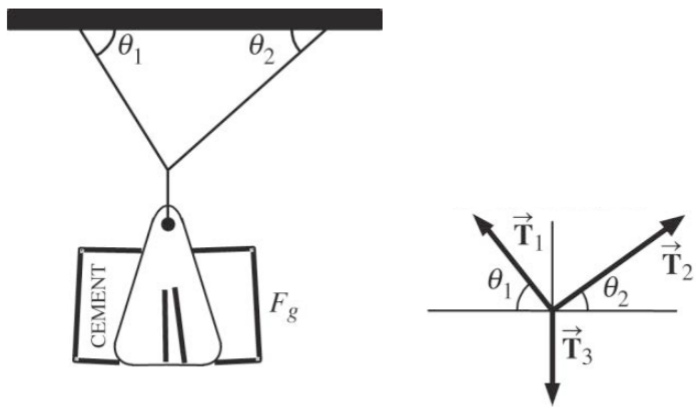
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2015
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων - Λύσεις

Άσκηση 1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις επάνω στο σάκο όπως στο Σχήμα 1 και αναλύουμε σε συνιστώσες. Ορίζουμε θετική φορά προς τα πάνω.



Σχήμα 1: *Σάκος με τσιμέντο.*

(α΄) Ο σάκος ισορροπεί, άρα $\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_3 + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow T_3 = F_g$. Από την ανάλυση σε συνιστώσες, θα είναι

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{F}_g = \vec{0} \Longrightarrow T_1 \sin(\theta_1) + T_2 \sin(\theta_2) = F_g \tag{1}$$

Όμοια στον $x-$άξονα,

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = \vec{0} \Longrightarrow T_1 \cos(\theta_1) = T_2 \cos(\theta_2) \tag{2}$$

Άρα

$$T_1 = \frac{F_g \cos(\theta_2)}{(\sin(\theta_1)\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2))} = \frac{F_g \cos(\theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \tag{3}$$

(β΄) Αντικαθιστώντας, έχουμε

$$T_3 = F_g = 325 \text{ N}$$

$$T_1 \approx 253 \text{ N}$$

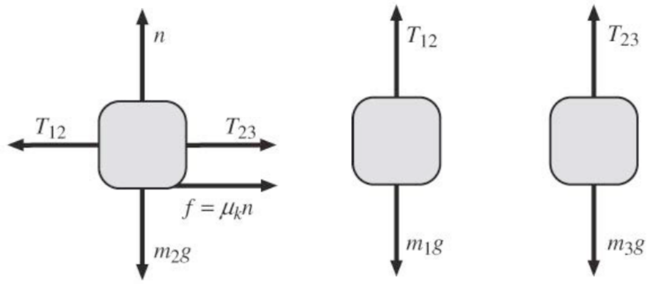
και

$$T_2 \approx 165 \text{ N}$$

Άσκηση 2. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα όπως στο Σχήμα 2.

(α΄) Δείτε το Σχήμα (2).

(β΄) Ας συμβολίσουμε με a το μέτρο της επιτάχυνσης $-a\vec{j}$ του σώματος m_1, της επιτάχυνσης $-a\vec{i}$ του σώματος m_2, και της επιτάχυνσης $+a\vec{j}$ του m_3. Επίσης, έστω $\vec{T}_{12}$ την τάση του αριστερού νήματος, και



Σχήμα 2: *Τρια σώματα δεμένα με σχοινί - Δυνάμεις.*

$\vec{T}_{23}$ την τάση του δεξιού νήματος. Για το σώμα m_1, έχουμε επιτάχυνση στον $y-$άξονα, οπότε είναι

$$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{a}_y \tag{4}$$
$$\vec{T}_{12} + m_1\vec{g} = m_1\vec{a} \tag{5}$$
$$T_{12} - m_1 g = -m_1 a \tag{6}$$

Για το σώμα m_2, αφού κινείται επιταχυνόμενα στον $x-$άξονα, είναι

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a}_x \tag{7}$$
$$\vec{T}_{12} + \vec{f}_k + \vec{T}_{23} = m_2\vec{a}_x \tag{8}$$
$$-T_{12} + f_k + T_{23} = -m_2 a \tag{9}$$
$$-T_{12} + \mu_k n + T_{23} = -m_2 a \tag{10}$$

και αφού ισορροπεί στον $y-$άξονα,

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \tag{11}$$
$$\vec{n} + m_2\vec{g} = \vec{0} \tag{12}$$
$$n - m_2 g = 0 \tag{13}$$
$$n = m_2 g \tag{14}$$

Με όμοια διαδικασία, για το σώμα m_3 που επιταχύνεται στον κατακόρυφο άξονα, έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_y = m_3\vec{a}_y \tag{15}$$
$$T_{23} - m_3 g = m_3 a \tag{16}$$

Έχουμε τρεις εξισώσεις

$$-T_{12} + 39.2 = 4a \tag{17}$$
$$T_{12} - 0.35(9.8) - T_{23} = a \tag{18}$$
$$T_{23} - 19.6 = 2a \tag{19}$$

οι οποίες αν προστεθούν κατά μέλη δίνουν

$$a = 2.31 \text{ m/s}^2 \tag{20}$$

με κατεύθυνση προς τα κάτω για το m_1, αριστερά για το m_2, επάνω για το m_3.

(γʹ) Αντικαθιστώντας στις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$T_{12} = 30 \text{ N} \tag{21}$$
$$T_{23} = 24.2 \text{ N} \tag{22}$$

Άσκηση 3.

(α΄) Το αεροσκάφος επιταχύνεται στον $x-$άξονα και ισορροπεί στον $y-$άξονα, οπότε

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{F}_y + m\vec{g} = \vec{0} \tag{23}$$
$$F\sin(\theta) - mg = 0 \tag{24}$$
$$mg = F\sin(\theta) \tag{25}$$
$$mg = 8000\sin(65^o) = 7.25\times10^3 \text{ N} \tag{26}$$

(β΄) Στον οριζόντιο άξονα

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a}_x \tag{27}$$
$$F_x = ma_x \tag{28}$$
$$F\cos(\theta) = ma_x \tag{29}$$
$$a_x = \frac{F\cos(\theta)}{m} = \frac{F\cos(\theta)}{\frac{F\sin(\theta)}{g}} \qquad \text{(από προηγ. ερώτημα)} \tag{30}$$
$$= \frac{8000\cos(65^o)}{\frac{7.25\times10^3}{9.8}} \tag{31}$$
$$= 4.57 \text{ m/s}^2 \tag{32}$$

Άσκηση 4. Η ρόδα γυρίζει δεξιόστροφα, οπότε η τριβή ολισθήσεως έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της κίνησης (προς τα δεξιά). Από το 2ο νόμο του Newton έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a} \tag{33}$$
$$\vec{f}_k = m\vec{a} \tag{34}$$
$$f_k = ma \tag{35}$$
$$\mu_s mg = ma \tag{36}$$
$$a = \mu_s g \tag{37}$$

Όμως ξέρουμε ότι αν $x_i = 0$ και $u_{x_i} = 0$,

$$x_f = x_i + u_{x_i}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{\mu_s g t^2}{2} \Longleftrightarrow \mu_s = \frac{2x_f}{gt^2} = 4.16 \tag{38}$$

Άσκηση 5. Θα κρατήσουμε τη γωνία ως μεταβλητή για να μη λύσουμε τρεις φορές το ίδιο πρόβλημα. Το αυτοκίνητο κινείται σε κεκλιμένο γωνίας θ και έστω ότι κινείται προς τα δεξιά (πάνω) στο κεκλιμένο. Έστω ότι ο άξονας x είναι παράλληλος του κεκλιμένου. Από το 2ο νόμο του Newton έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_x = \vec{F}_{g_x} + \vec{f}_k = m\vec{a}_x \tag{39}$$
$$-mg\sin(\theta) - f_k = ma_x \tag{40}$$
$$-mg\sin(\theta) - \mu_k n = ma_x \tag{41}$$

και

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{F}_{g_y} + \vec{n} = \vec{0} \tag{42}$$
$$-mg\cos(\theta) + n = 0 \tag{43}$$
$$n = mg\cos(\theta) \tag{44}$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση του x-άξονα

$$-mg\sin(\theta) - \mu_k mg\cos(\theta) = ma_x \tag{45}$$
$$mg(\sin(\theta) + \mu_k\cos(\theta)) = ma_x \tag{46}$$
$$a_x = -g(\sin(\theta) + \mu_k\cos(\theta)) \tag{47}$$

Το αυτοκίνητο κινείται ομαλά επιταχυνόμενα, οπότε από τις εξισώσεις της κίνησης έχουμε

$$u_{x_f}^2 = u_{x_i}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \Longleftrightarrow 0 = u_{x_i}^2 + 2a_x x_f \Rightarrow x_f = -\frac{u_{x_i}^2}{2a_x} = \frac{u_{x_i}^2}{2g(\sin(\theta) + \mu_k\cos(\theta))} \tag{48}$$

Για γωνίες $\theta = 10^o, 0, -10^o$, λαμβάνουμε

$$x_f = \begin{cases} 48 \text{ m}, & \theta = 10^o \\ 57 \text{ m}, & \theta = 0 \\ 75 \text{ m}, & \theta = -10^o \end{cases} \tag{49}$$

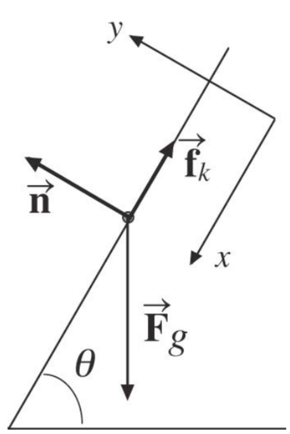
Άσκηση 6. Το βιβλίο ταξιδεύει απόσταση 1.00 m σε διάστημα 0.483 s, οπότε από την εξίσωση κίνησης

$$x_f = x_i + u_{x_i}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \tag{50}$$

με $x_i = 0$, $x_f = 1.00$, $u_{x_i} = 0$, και $t = 0.483$ s, έχουμε

$$a = \frac{2x_f}{t^2} = 8.57 \text{ m/s}^2 \tag{51}$$

Σχεδιάζοντας τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα όπως στο Σχήμα 3 και ορίζοντας τον άξονα $x'x$ παράλ-



Σχήμα 3: *Βιβλίο που ολισθαίνει.*

ληλο με το επικλινές και τον άξονα $y'y$ κάθετο σε αυτό, έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \tag{52}$$
$$\vec{n} + \vec{F}_{gy} = 0 \tag{53}$$
$$n - mg\cos(\theta) = 0 \tag{54}$$
$$n = mg\cos(\theta) \tag{55}$$

και

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a}_x \tag{56}$$
$$\vec{F}_{gx} + \vec{f}_k = m\vec{a}_x \tag{57}$$
$$mg\sin(\theta) - f_k = ma_x \tag{58}$$
$$mg\sin(\theta) - \mu_k n = ma_x \tag{59}$$
$$mg\sin(\theta) - \mu_k mg\cos(\theta) = ma_x \tag{60}$$
$$a_x = g(\sin(\theta) - \mu_k\cos(\theta)) \tag{61}$$
$$= 7.02\ \mathrm{m/s^2} \tag{62}$$

Άρα πράγματι η περιγραφή δεν είναι ακριβής.