ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΗΥ-112 : ΦΥΣΙΚΗ Ι

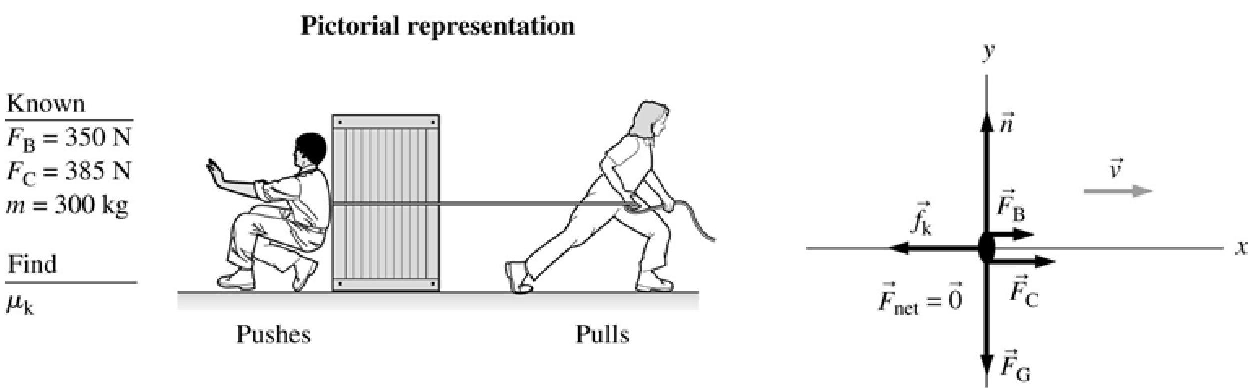
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2017

ΔΙΔΑΣΚΩΝ : Γ. ΚΑΦΕΤΖΗΣ

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων – Λύσεις

Άσκηση 1

Θεωρούμε ότι το χρηματοκιβώτιο κινείται μόνο στον άξονα χ. Συνεπώς, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο της τριβής της ολίσθησης.



Το χρηματοκιβώτιο βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση αφού δεν επιταγχύνεται. Επομένως, εφαρμόζοντας τον 1ο Νόμο του Νεύτωνα στην οριζόντια και στην κάθετη διεύθυνση θα έχουμε:

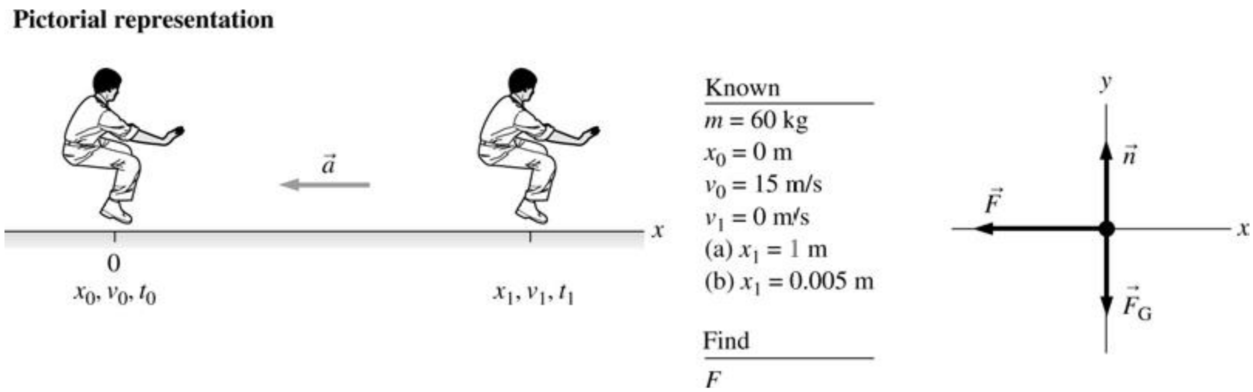
$$\left(F_{net}\right)_X = \sum F_X = F_B + F_C - f_k = 0 \Rightarrow f_k = F_B + F_C = 350N + 385N = 735N$$
$$\left(F_{net}\right)_Y = \sum F_Y = n + F_G = 0 \Rightarrow n = F_G = mg = (300kg)(9.80m/s^2) = 2.94\times10^3 N$$

Άρα, για την τριβή της ολίσθησης ισχύει :

$$f_k = \mu_k n \Rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{735N}{2.9\times10^3 N} = 0.250$$

Άσκηση 2

Θεωρούμε ότι το άτομο κινείται ευθύγραμμα, είτε λόγω της επιβράδυνσης που δημιουργείται από τη ζώνη και τον αερόσακο είτε λόγω της επιβράδυνσης που δημιουργείται από το τζάμι ή το ταμπλώ του αυτοκινήτου.



i. Για να εφαρμόσουμε τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για τον επιβάτη, χρειάζεται να υπολογίσουμε την επιτάχυνση. Από τη στιγμή που δεν έχουμε τον χρόνο ακινητοποιήσης :

$$v_1^{\,2} = v_0^{\,2} + 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow a = \frac{v_1^{\,2} - v_0^{\,2}}{2(x_1 - x_0)} = \frac{0m/s^2 - (15m/s)^2}{2(1m - 0m)} = -112.5m/s^2$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma = m\frac{v_1^{\,2} - v_0^{\,2}}{2(x_1 - x_0)} = (60kg)(-112.5m/s^2) = -6750\text{N}$$

Άρα, η συνισταμένη δύναμη θα είναι 6750N προς τα αριστερά.

ii. Χρησιμοποιώντας την ίδια προσέγγιση όπως στο (i) :

$$F = ma = m\frac{v_1^{\,2} - v_0^{\,2}}{2(x_1 - x_0)} = (60kg)\frac{0m/s^2 - (15m/s)^2}{2(0.005m)} = -1{,}350{,}000N$$

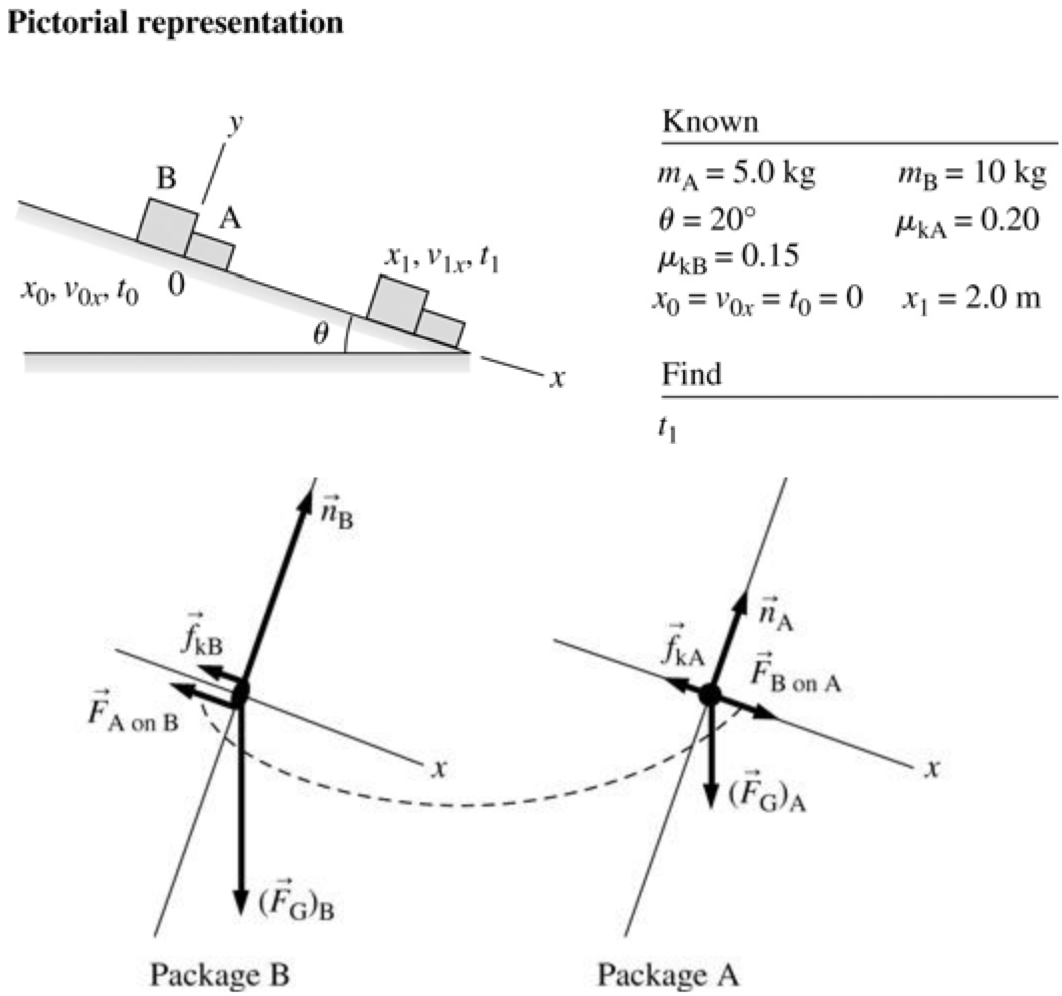
Άρα, η συνισταμένη δύναμη θα είναι 6750N προς τα αριστερά.

iii. Το βάρος του επιβάτη είναι $(60kg)(9.8m/s^2) = 588N$. Η δύναμη στο (i) είναι 11.5 φορές το βάρος του επιβάτη. Η δύναμη στο (ii) είναι 2300 φορές το βάρος του επιβάτη.

iv. Φοράτε ζώνες!

Άσκηση 3

Θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο της τριβής της ολίσθησης της και τις κινηματικές εξισώσεις για τη σταθερή επιτάχυνση.



Το δέμα Β έχει μικρότερο συντελεστή τριβής επομένως θα έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση προς τα κάτω από ότι το δέμα Α. Επιπλέον, το δέμα Β ασκεί δύναμη στο δέμα Α αλλά λόγω του 3ου Νόμου του Νεύτωνα και το δέμα Α ασκεί δύναμη στο Β. Ο συντελεστής επιτάχυνσης είναι $a_A = a_B \equiv a$. Εφαρμόζοντας τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα σε κάθε δέμα έχουμε:

$$\sum F_{(on\ \text{A})_x} = F_{B\text{ on A}} + (F_G)_A \sin\theta - f_{kA} = m_A a$$
$$F_{B\text{ on A}} + m_A g \sin\theta - \mu_{kA}(m_A g \cos\theta) = m_A a$$
$$\sum F_{(on\ \text{B})_x} = -F_{\text{A on B}} - f_{kB} + (F_G)_B \sin\theta = m_B a$$
$$-F_{\text{A on B}} - \mu_{kB}(m_B g \cos\theta) + m_B g \sin\theta = m_B a$$

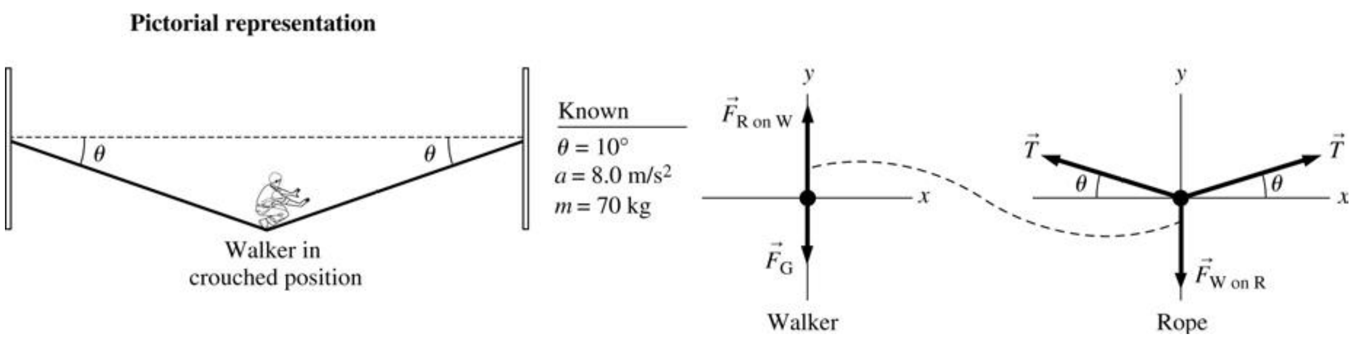
όπου έχουμε χρησιμοποιήσει $n_A = m_A \cos\theta g$ και $n_B = m_B \cos\theta g$. Προσθέτοντας τις 2 εξισώσεις για τη δύναμη και χρησιμοποιώντας την σχέση $F_{\mathrm{A\ on\ B}} = F_{\mathrm{B\ on\ A}}$ (αποτελούν ένα ζευγάρι δράσης/αντίδρασης) θα έχουμε:

$$a = h\sin\theta - \frac{(\mu_{kA}m_A + \mu_{kB}m_B)(g\cos\theta)}{m_A + m_B} = \frac{[(0.20)(5.0kg) + (0.15)(10kg)](9.8m/s^2)\cos(20^\circ)}{5.0kg + 10kg} = 1.82m/s^2$$

Τελικά εφαρμόζοντας την εξίσωση:

$$x_1 = x_0 + v_0(t_1 - t_2) + \frac{1}{2}(t_1 - t_2)^2 \Rightarrow 2.0m = 0m + 0m + \frac{1}{2}(1.82m/s^2)(t_1 - 0s)^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{2(2.0m)/(1.82m/s^2)} = 1.5s$$

Άσκηση 4



Εφαρμόζοντας τον 2^o Νόμο του Νεύτωνα για τον σχοινοβάτη έχουμε:

$$F_{\mathrm{R\ on\ W}} - F_G = ma \Rightarrow F_{\mathrm{R\ on\ W}} = m(a+g) = (70kg)(8.0m/s^2 + 9.8m/s^2) = 1.25\times10^3 N$$

Εφαρμόζοντας τον 2^o Νόμο του Νεύτωνα για το σχοινί έχουμε:

$$\sum (F_{on\ \mathrm{R}})_y = T\sin\theta + \mathrm{T}\sin\theta - F_{\mathrm{W\ on\ R}} = 0N \Rightarrow T = \frac{F_{\mathrm{W\ on\ R}}}{2\sin(10^\circ)} = \frac{F_{\mathrm{R\ on\ W}}}{2\sin(10^\circ)} = \frac{1.25\times10^3 N}{2\sin(10^\circ)} = 3.6\times10^3 N$$

Χρησιμοποιήσαμε το $F_{\mathrm{W\ on\ R}} = F_{\mathrm{R\ on\ W}}$ επειδή αποτελούν ένα ζευγάρι δράσης/αντίδρασης.

Άσκηση 5

Μια ενδεικτική εμφώνηση για το πρόβλημα θα μπορούσε να είναι η παρακάτω:

Μια μπάλα που έχει μάζα 2,5 kg ρίχνεται προς τα πάνω με ταχύτητα 4,0 m/s από ύψος 82 cm πάνω από ένα κατακόρυφο ελατήριο. Όταν η μπάλα έρχεται προς τα κάτω προσγειώνεται και συμπιέζει το ελατήριο. Εάν το ελατήριο έχει σταθερά ελατηρίου $k = 600\ \mathrm{N/m}$, πόσο θα συμπιεστεί;

Άσκηση 6

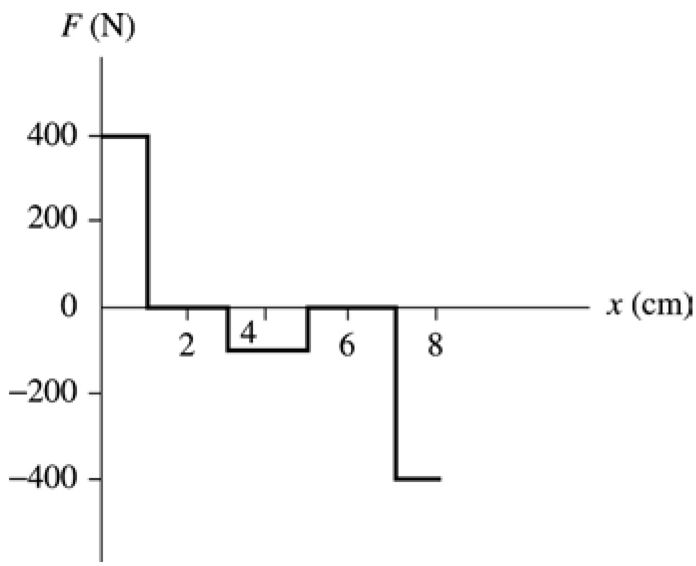
Θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση μεταξύ δύναμης, δυναμικής και κινητικής ενέργειας. Για να κατασκευαστεί το διάγραμμα, θα βρούμε την κλίση για τα διαστήματα:

$$0\ \mathrm{cm} < x < 1\ \mathrm{cm},\ 1 < x < 3\ \mathrm{cm},\ 3 < x < 5\ \mathrm{cm},\ 5 < x < 7\ \mathrm{cm},\ 7 < x < 8\ \mathrm{cm}.$$

i. Η F_x είναι η αρνητική κλίση στο διάγραμμα U-x , για παράδειγμα για το διάστημα $0\ \mathrm{cm} < x < 2\ \mathrm{cm}$ έχουμε:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{-4J}{0.01m} = -400N \Rightarrow F_x = +400N$$

Υπολογίζοντας όλες τις τιμές της F_x όπως προηγουμένως μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα δύναμης-μετατόπισης όπως φαίνεται παρακάτω:



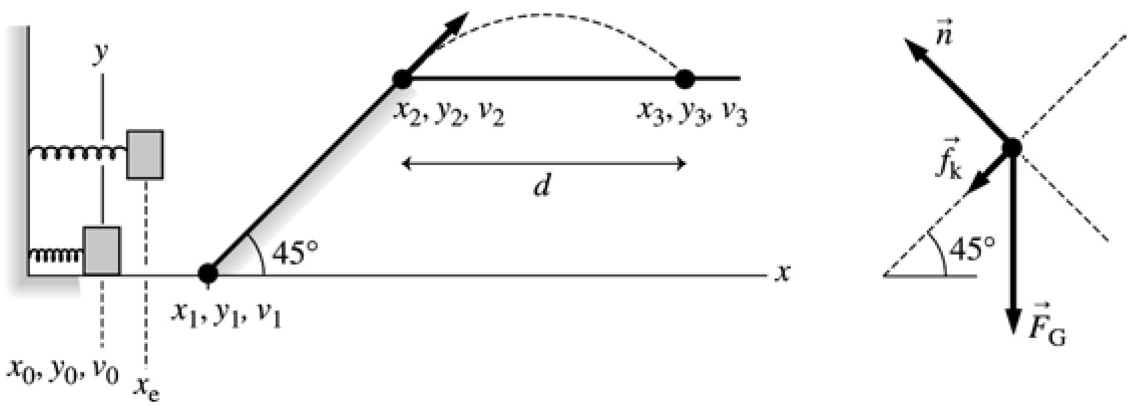
ii. Εφόσον το $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$ ισούται με το εμβαδόν του διαγράμματος $F_x - x$ μεταξύ των $x_i = 2$ και $x_f = 6$ cm, το έργο που παράγεται από τη δύναμη όσο μετακινείται το σωματίδιο από το $x_i = 2$ cm στο $x_i = 6$ cm ισούται με $-2J$.

iii. Η εξίσωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας ισούται με $K_f + U_f = K_i + U_i$. Μπορούμε να δούμε από το διάγραμμα ότι $U_i = 0J$ και $U_f = 2J$, καθώς κινείται από το $x_i = 2$ στο $x_f = 6$. Η τελική ταχύτητα είναι $v_f = 10m/s$. Άρα:

$$2J + \frac{1}{2}(0.010kg)(10.0m/s)^2 = 0J + \frac{1}{2}(0.010kg)v_i^2 \Rightarrow v_i = 22m/s$$

Άσκηση 7

Υποθέτουμε ότι το ελατήριο είναι ιδανικό και υπακούει στο νόμο του Hooke. Τοποθετούμε το συστήμα συντεταγμένων στο ελεύθερο άκρο του συμπιεσμένου ελατηρίου που έρχεται σε επαφή με το σώμα. Επειδή η οριζόντια επιφάνεια στο κάτω μέρος της ράμπας είναι χωρίς τριβή, η ενέργεια του ελατηρίου εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια του σώματος έως ότου αρχίσει το σώμα να ανεβαίνει πάνω στο κεκλιμένο.



Παρόλο που θα μπορούσαμε να βρούμε την ταχύτητα v_1 καθώς φεύγει το σώμα από την πηγή, δεν μας χρειάζεται. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για να συσχετίσουμε την αρχική δυναμική ενέργεια της πηγής με την ενέργεια του σώματος καθώς αρχίζει η κίνηση του στο σημείο 2. Ωστόσο, η τριβή απαιτεί να υπολογίσουμε την αύξηση της θερμικής ενέργειας. Η εξίσωση της ενέργειας είναι:

$$K_2 + U_{g2} + \Delta E_{th} = K_0 + U_{g0} + W_{ext} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + f_k \Delta s = \frac{1}{2}k(x_0 - x_e)^2$$

Η απόσταση κατά μήκος της κλίσης είναι $\Delta s = y_2 / \sin(45^o).$ Η δύναμη της τριβής είναι $f_k = \mu_k n,$ και όπως φαίνεται από το διάγραμμα $n = mg\cos(45^o).$ Επομένως:

$$v_2 = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0 - x_e)^2 - 2gy_2 - 2\mu_k g y_2 - 2\mu_k g y_2 \cot(45^o)}$$

$$= \left[\frac{1000N/m}{0.20kg}(0.15m)^2 - 2(9.8m/s^2)(2.0m) - 2(0.20)(9.8m/s^2)(2.0m)\cot(45^o)\right]^{1/2} = 8.091m/s$$

Έχοντας βρει την ταχύτητα v_2, μπορούμε τώρα να βρούμε την απόσταση $d = x_3 - x_2$ χρησιμοποιώντας τις κινηματικές εξισώσεις:

$$y_3 = y_2 + v_{2y}(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}a_{2y}(t_3 - t_2)^2$$

$$\Rightarrow 2.0m = 2.0m + v_2\sin(45^o)(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2)(t_3 - t_2)^2$$

$$\Rightarrow t_3 - t_2 = 0s \text{ και } 1.168\text{s}$$

Τελικά:

$$x_3 = x_2 + v_{2x}(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}a_{2x}(t_3 - t_2)^2$$

$$d = x_3 - x_2 = v_2\cos(45^o)(1.168s) + 0m = 6.7m$$

Άσκηση 8

i. Το σύστημα του αεροπλάνου και του περιβάλλοντος αέρα δεν είναι απομονωμένο. Υπάρχουν δύο δυνάμεις που επενεργούν στο αεροπλάνο και το κάνουν να κινείται μέσω μετατοπίσεων. Η ώθηση που οφείλεται στον κινητήρα (που δρα στα όρια του συστήματος) και η δύναμη της αντίστασης που οφείλεται στον αέρα (που ενεργεί μέσα στο σύστημα). Δεδομένου ότι η δύναμη αντίστασης του αέρα δεν είναι συντηρητική, μέρος της ενέργειας στο σύστημα μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια στον αέρα και στην επιφάνεια του αεροπλάνου. Επομένως, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αεροπλάνου είναι μικρότερη από το θετική έργο που παράγεται από την ώθηση του κινητήρα. Συνεπώς, σε αυτή την περίπτωση η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται.
ii. Από τη στιγμή που το αεροπλάνο βρίσκεται σε ύψος πτήσης θα ισχυεί $U_{gf} = U_{gi}$ και η διατήρηση της ενέργειας για μη απομωνομένα θα μειώθει σε:

$$\sum W_{other\ \text{forces}} = W = \Delta \mathrm{K} + \Delta U + \Delta \mathrm{E}_{\text{int}}$$

ή

$$W = W_{thrust} = K_f - K_i - fs$$
$$F\cos(0^o)s = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - f(\cos 180^o)s$$
$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2(F-f)s}{m}}$$
$$= \sqrt{(60.0m/s^2) + \frac{2\left[(7.50-4.00)\times 10^4 N\right](500m)}{1.50\times 10^4 kg}}$$
$$\Rightarrow v_f = 77.0m/s$$

Άσκηση 9

i. Ορίζουμε ότι το σύστημα αποτελείται από το σώμα και τη Γη:
Για το σημείο B:

$$\Delta\mathrm{K} + \Delta U = 0$$
$$\left(\frac{1}{2}mv_B^2 - 0\right) + \left(mgh_B - mgh_A\right) = 0$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg\left(h_A - h_B\right)$$
$$v_B = \sqrt{2g\left(h_A - h_B\right)}$$
$$v_B = \sqrt{2(9.8m/s^2)(5.00m - 3.20m} = 5.94m/s$$

Ομοίως για το σημείο C:

$$v_C = \sqrt{2g(h_A - h_C)}$$
$$v_C = \sqrt{2g(5.00 - 2.00} = 7.67m/s$$

ii. Αν υποθέσουμε οτι όλο το σύστημα αποτελείται μόνο από το σώμα έχουμε:

$$W_g\,|_{A\to C} = \Delta\mathrm{K} = \frac{1}{2}mv_C^2 - 0 = \frac{1}{2}(5.00kg)(7.67m/s)^2 = 147J$$