

# Φροντιστήριο Φυσικής ΗΥ-112

Ηλεκτρισμός

Δύναμη *Coulomb*

Ηλεκτρικό Πεδίο

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Επιμέλεια:

Σελήσιος Στράτος

*selisios@csd.uoc.gr*

Ημερομηνία:

5/12/2025

## Τυπολόγιο

Δύναμη *Coulomb*

Νόμος *Coulomb*:

$$F_e = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Σταθερά *Coulomb* σε *SI*:

$$k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Διανυσματική μορφή:

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

Φορτία σε *SI*:

$$q_e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_p = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

## Ηλεκτρικό Πεδίο

Ορισμός από δύναμη:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

Πεδίο σημειακού φορτίου:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Πεδίο από πολλές πηγές φορτίου (Αρχή Επαλληλίας):

$$\vec{E}_{\text{ολ}} = \sum_i \vec{E}_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

## Ηλεκτρικό Δυναμικό

Δυναμικό σημειακού φορτίου:

$$V_A = k_e \frac{q}{r_A}$$

Διαφορά δυναμικού:

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Σχέση δυναμικού – δυναμικής ενέργειας:

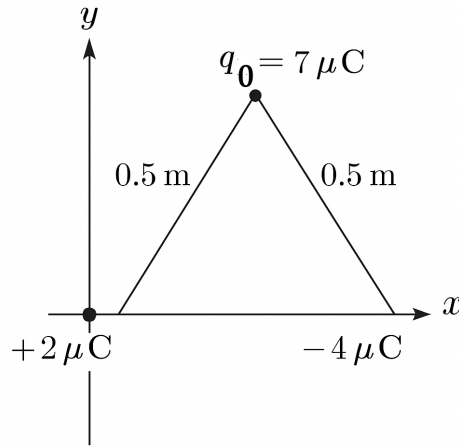
$$U_e = qV$$

Δυναμικό από πολλές πηγές φορτίου:

$$V_{\text{ολ}} = \sum_i V_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

## Άσκηση 1

Τρία φορτισμένα σωματίδια βρίσκονται στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου. Υπολογίστε τη συνολική ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο φορτίο  $7\mu\text{C}$ .



Σχήμα 1: Γεωμετρία της διάταξης των φορτίων.

Λύση:

Έχουμε ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $a = 0.5\text{ m}$  με φορτία:

$$q_A = +2\mu\text{C} \text{ (στο } (0,0)), \quad q_B = -4\mu\text{C} \text{ (στο } (0.5,0)), \quad q_0 = +7\mu\text{C} \text{ (στην κορυφή)}. \quad (1)$$

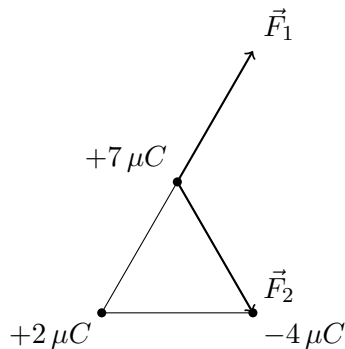
Η απόσταση κάθε φορτίου της βάσης από το  $q_0$  είναι

$$r = 0.5\text{ m}. \quad (2)$$

- Εφόσον το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, κάθε γωνία είναι

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ. \quad (3)$$

- Ορίζουμε  $\vec{F}_1$  τη δύναμη που ασκεί το  $q_A = +2\mu\text{C}$  στο  $q_0$ . Τα φορτία είναι ομώνυμα, άρα **απωθούνται** και η δύναμη στο  $q_0$  έχει φορά κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία, με κατεύθυνση **μακριά** από το  $q_A$ .



Σχήμα 2: Δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  στο φορτίο  $+7\mu\text{C}$ .

Το μέτρο:

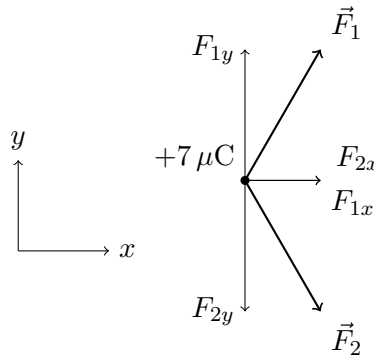
$$F_1 = k \frac{|q_A| |q_0|}{r^2} = k \frac{(2 \cdot 10^{-6}\text{ C})(7 \cdot 10^{-6}\text{ C})}{(0.5\text{ m})^2} \approx 0.50\text{ N}. \quad (4)$$

- Αντίστοιχα, ορίζουμε  $\vec{F}_2$  τη δύναμη που ασκεί το  $q_B = -4\mu\text{C}$  στο  $q_0$ . Τα φορτία είναι ετερόνυμα, άρα **έλκονται**, και η δύναμη στο  $q_0$  έχει φορά κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία, με κατεύθυνση προς το  $q_B$  (δηλαδή προς τα δεξιά και προς τα κάτω).

Το μέτρο:

$$F_2 = k \frac{|q_B| |q_0|}{r^2} = k \frac{(4 \cdot 10^{-6} \text{ C})(7 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{(0.5 \text{ m})^2} \approx 1.01 \text{ N}. \quad (5)$$

- Οι γωνίες που σχηματίζουν οι  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  με τον άξονα  $x$  είναι αντίστοιχα  $+60^\circ$  και  $-60^\circ$ . Αναλύουμε τις δυνάμεις σε συνιστώσες:



Σχήμα 3: Ανάλυση των δυνάμεων σε συνιστώσες  $x$  και  $y$ .

$$F_{1x} = F_1 \cos 60^\circ = \frac{F_1}{2}, \quad F_{1y} = F_1 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} F_1, \quad (6)$$

$$F_{2x} = F_2 \cos(-60^\circ) = \frac{F_2}{2}, \quad F_{2y} = F_2 \sin(-60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} F_2. \quad (7)$$

Άρα οι συνολικές συνιστώσες:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = \frac{F_1 + F_2}{2} \quad (8)$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = \frac{\sqrt{3}}{2} (F_1 - F_2) \quad (9)$$

Αριθμητικά:

$$F_x \approx 0,76 \text{ N} \quad (10)$$

$$F_y \approx -0,44 \text{ N} \quad (11)$$

- Η συνολική δύναμη είναι

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}. \quad (12)$$

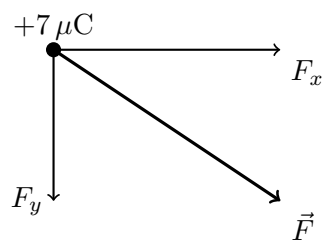
Το μέτρο:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \approx 0,87 \text{ N} \quad (13)$$

και η γωνία της ως προς τον άξονα  $x$ :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \approx -30^\circ \quad (14)$$

δηλαδή η  $\vec{F}$  δείχνει προς τα δεξιά και ελαφρώς προς τα κάτω.



Σχήμα 4: Συνολική δύναμη στο φορτίο  $+7\mu C$ .

Έτσι τελικά:

$$\boxed{\vec{F} \approx 0,76\hat{i} - 0,44\hat{j} \text{ N}} \quad (15)$$

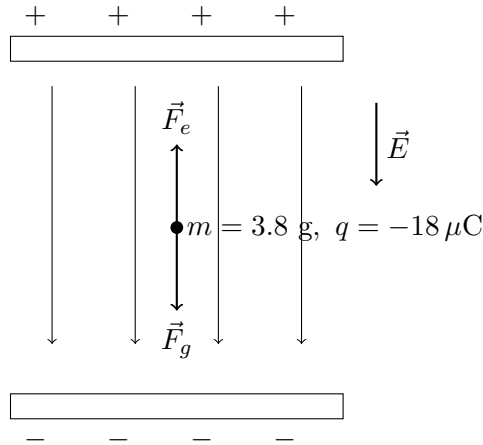
και

$$\boxed{F \approx 0,87 \text{ N}, \quad \theta \approx -30^\circ.} \quad (16)$$

## Άσκηση 2

Όταν ένα μικρό σώμα μάζας  $3.8\text{ g}$  και φορτίου  $-18\text{ }\mu\text{C}$  βρεθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο κάθετο προς το έδαφος, το σώμα αιωρείται ακίνητο επάνω από το έδαφος, όπως στο Σχήμα 5. Να βρεθούν:

- (α') το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου  $E$ ,  
 (β') η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου.



Σχήμα 5: Σώμα με αρνητικό φορτίο σε ισορροπία σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Λύση:  
 Δίνεται:

$$m = 3.8\text{ g} = 3.8 \cdot 10^{-3}\text{ kg} \quad (17)$$

$$q = -18\text{ }\mu\text{C} = -18 \cdot 10^{-6}\text{ C} \quad (18)$$

Θεωρούμε θετική κατεύθυνση προς τα επάνω.

(α') Το σώμα **αιωρείται ακίνητο**, άρα ισχύει ισορροπία, κι ο 1ος νόμος Newton μας δίνει:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (19)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι:

- Το βάρος:  $\vec{F}_g = m\vec{g}$ , με κατεύθυνση προς τα **κάτω**.
- Η ηλεκτρική δύναμη:  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ .

Για να αιωρείται το σώμα, η ηλεκτρική δύναμη πρέπει να είναι προς τα **πάνω** και να έχει ίδιο μέτρο με το βάρος:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \iff \vec{F}_e + \vec{F}_g = \vec{0} \implies F_e = F_g \implies |q|E = mg \quad (20)$$

Άρα:

$$E = \frac{mg}{|q|} = \frac{3.8 \cdot 10^{-3}\text{ kg} \cdot 9.81\text{ m/s}^2}{18 \cdot 10^{-6}\text{ C}} \approx 2.1 \cdot 10^3\text{ N/C} \quad (21)$$

(β') Επειδή το φορτίο είναι **αρνητικό**, η δύναμη  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  έχει φορά **αντίθετη** από τη φορά του ηλεκτρικού πεδίου. Για να είναι λοιπόν η ηλεκτρική δύναμη προς τα **πάνω**, το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι προς τα **κάτω** (προς το έδαφος).

$$\boxed{E \approx 2.1 \cdot 10^3\text{ N/C, κατεύθυνση προς τα κάτω (προς το έδαφος)}} \quad (22)$$

### Άσκηση 3

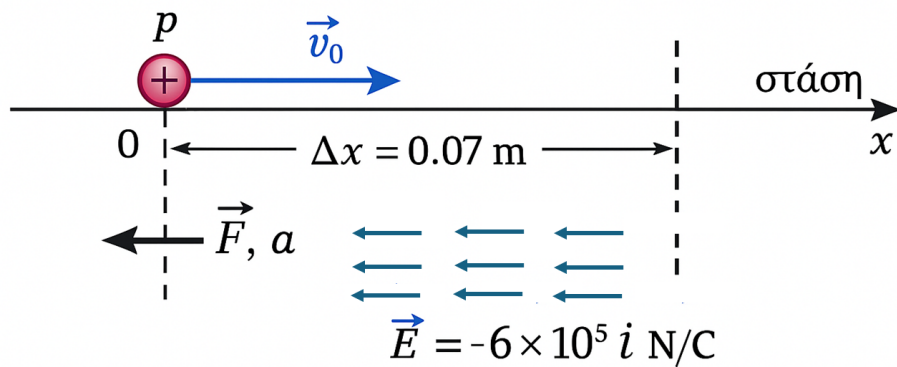
Ένα πρωτόνιο εκτοξεύεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$  μέσα σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

$$\vec{E} = (-6 \times 10^5 \text{ N/C})\hat{i} \quad (23)$$

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το πρωτόνιο αρχίζει να κινείται και σταματά αφού διανύσει απόσταση 7 cm κατά μήκος του άξονα  $x$ . Να προσδιορίσετε:

- (α') την επιτάχυνση του πρωτονίου,
- (β') το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας,
- (γ') το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να ακινητοποιηθεί.

Δίνονται:  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .



Σχήμα 6: Διάγραμμα κίνησης πρωτονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Λύση:

Δεδομένα:

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (24)$$

$$q_p = +e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (25)$$

$$\vec{E} = (-6 \cdot 10^5 \text{ N/C})\hat{i} \quad (26)$$

$$\Delta x = 7 \text{ cm} = 0.07 \text{ m} \quad (27)$$

Το πρωτόνιο κινείται αρχικά προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$  με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  και σταματά μετά από μετατόπιση  $\Delta \vec{x}$ .

(α') Η δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο λόγω του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$\vec{F} = q_p \vec{E} = (1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}) ((-6 \cdot 10^5 \text{ N/C})\hat{i}) = (-9.6 \cdot 10^{-14} \text{ N})\hat{i} \quad (28)$$

Η επιτάχυνση, μέσω του 2ου νόμου Newton:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_p} = \frac{-9.6 \cdot 10^{-14}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \hat{i} \approx (-5.8 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2) \hat{i} \quad (29)$$

Άρα το μέτρο:

$$a \approx 5.8 \times 10^{13} \text{ m/s}^2 \quad (30)$$

και η κατεύθυνση είναι προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα  $x$  (αντίθετη της κίνησης).

(β') Χρησιμοποιούμε τη σχέση κίνησης με σταθερή επιτάχυνση:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (31)$$

Τη στιγμή που σταματά,  $v = 0$ , οπότε:

$$0 = v_0^2 + 2a\Delta x \iff v_0^2 = -2a\Delta x \quad (32)$$

και άρα

$$v_0 = \sqrt{-2a\Delta x} \quad (33)$$

$$= \sqrt{-2(-5.8 \cdot 10^{13})(0.07)} \quad (34)$$

$$\approx \sqrt{8.1 \cdot 10^{12}} \quad (35)$$

$$\approx 2.8 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad (36)$$

(γ') Χρησιμοποιούμε:

$$v = v_0 + at \quad (37)$$

Για τη στιγμή της ακινητοποίησης  $v = 0$ , άρα:

$$0 = v_0 + at \implies t = -\frac{v_0}{a} \quad (38)$$

και λύνοντας ως προς  $t$ ,

$$t = -\frac{2.8 \cdot 10^6}{-5.8 \cdot 10^{13}} \approx 4.9 \cdot 10^{-8} \text{ s} \quad (39)$$

Συνολικά

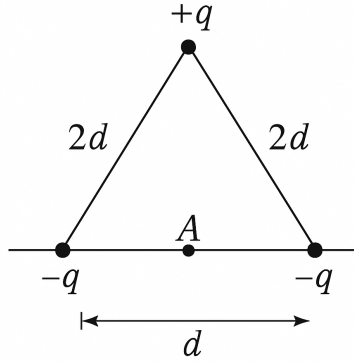
|                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a \approx 5.8 \times 10^{13} \text{ m/s}^2, \quad v_0 \approx 2.8 \times 10^6 \text{ m/s}, \quad t \approx 4.9 \times 10^{-8} \text{ s}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(40)



## Άσκηση 4

Τα τρία φορτισμένα σωματίδια βρίσκονται στις κορυφές ενός ισοσκελούς τριγώνου με βάση  $d = 2 \text{ cm}$ . Στις κορυφές της βάσης βρίσκονται δύο ίσα φορτία  $-q$ , ενώ στην κορυφή του ισοσκελούς τριγώνου, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $y$ , βρίσκεται φορτίο  $+q$ . Κάθε ένα από τα φορτία  $-q$  απέχει από το φορτίο  $+q$  απόσταση  $2d$ . Το σημείο  $A$  είναι το μέσο της βάσης του τριγώνου. Αν  $q = 7 \mu\text{C}$ , να υπολογίσετε το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο  $A$ .



Σχήμα 7: Διάταξη φορτίων στις γωνίες ισοσκελούς τριγώνου

Λύση:

Δεδομένα:

$$d = 2 \text{ cm} = 0.020 \text{ m}, \quad q = 7 \mu\text{C} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2 \quad (41)$$

Τα δύο φορτία στη βάση είναι  $-q$  και το φορτίο στην κορυφή είναι  $+q$ . Θέλουμε το δυναμικό στο σημείο  $A$ , το μέσο της βάσης.

- Γεωμετρία του τριγώνου: Θέτουμε το αριστερό  $-q$  στη θέση  $(0, 0)$  και το δεξί  $-q$  στη θέση  $(d, 0)$ . Τότε το σημείο  $A$  είναι

$$A \left( \frac{d}{2}, 0 \right) \quad (42)$$

Άρα οι αποστάσεις του  $A$  από τα δύο αρνητικά φορτία είναι

$$r_- = \frac{d}{2} \quad (43)$$

Το τρίγωνο είναι ισοσκελές με πλευρές από την κορυφή προς τη βάση ίσες με  $2d$ . Αν  $(\frac{d}{2}, h)$  είναι η θέση του  $+q$ , τότε:

$$(2d)^2 = \left( \frac{d}{2} \right)^2 + h^2 \implies h^2 = 4d^2 - \frac{d^2}{4} = \frac{15}{4}d^2 \implies h = \frac{\sqrt{15}}{2}d. \quad (44)$$

Άρα η απόσταση του  $A$  από το  $+q$  είναι

$$r_+ = h = \frac{\sqrt{15}}{2}d \quad (45)$$

- Υπολογισμός δυναμικού στο  $A$ : το δυναμικό από σημειακό φορτίο είναι

$$V = k \frac{q}{r} \quad (46)$$

Το συνολικό δυναμικό στο  $A$  είναι το αλγεβρικό άθροισμα:

$$V_A = k \left( \frac{-q}{r_-} + \frac{-q}{r_-} + \frac{+q}{r_+} \right) \quad (47)$$

Αντικαθιστούμε τα  $r_-, r_+$ :

$$V_A = k \left( \frac{-q}{d/2} + \frac{-q}{d/2} + \frac{q}{(\sqrt{15}/2)d} \right) = kq \left( -\frac{4}{d} + \frac{2}{\sqrt{15}d} \right) = \frac{2kq}{d} \left( -2 + \frac{1}{\sqrt{15}} \right) \quad (48)$$

- Αριθμητικό αποτέλεσμα:

$$V_A = \frac{2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0.020} \left( -2 + \frac{1}{\sqrt{15}} \right) \approx -1.1 \cdot 10^7 \text{ V} \quad (49)$$

Άρα το δυναμικό στο σημείο  $A$  είναι

$$\boxed{V_A \approx -1.1 \times 10^7 \text{ V}} \quad (50)$$