

Φροντιστήριο Φυσικής ΗΥ-112

Στους Νόμους του Newton

Επιμέλεια:

Έλενα Καλαϊτζή

Ημερομηνία:

17/10/2025

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Τυπολόγιο

Νόμοι του Newton

1ος Νόμος:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

2ος Νόμος:

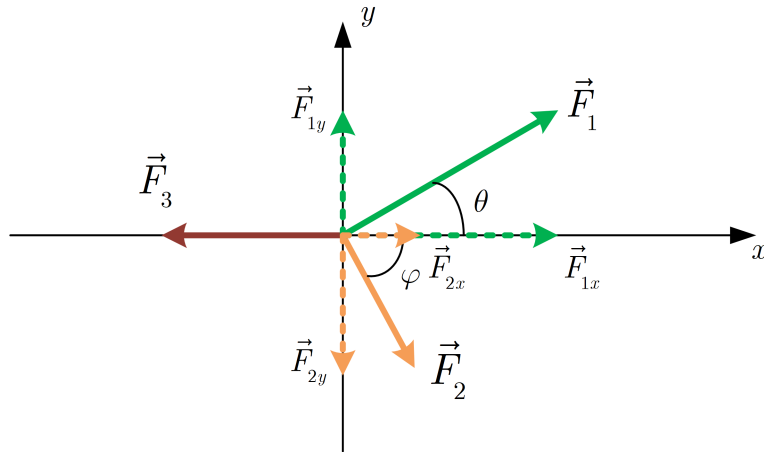
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

3ος Νόμος:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Άσκηση 1

Ένα σώμα μάζας $m = 2$ κιλά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του οι οριζόντιες δυνάμεις του Σχήματος 1.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

Τα δεδομένα μας είναι

$$F_1 = 9\sqrt{3} \text{ N} \quad (1)$$

$$F_2 = 14 \text{ N} \quad (2)$$

$$F_3 = 6 \text{ N} \quad (3)$$

$$\theta = 30^\circ \quad (4)$$

$$\phi = 60^\circ \quad (5)$$

και σας δίνεται ότι

$$\sin(30^\circ) = 1/2 \quad (6)$$

$$\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2 \quad (7)$$

$$\sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \quad (8)$$

$$\cos(60^\circ) = 1/2 \quad (9)$$

(α') Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους άξονες x, y και να υπολογίσετε τα μέτρα των συνιστωσών των τριων διανυσμάτων.

(β') Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα $x'x$ και στον άξονα $y'y$.

(γ') Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

(δ') Πόσο θα είναι το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει το σώμα;

Λύση:

(α') Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε την κάθε συνιστώσα, προβάλλοντας τα διανύσματα $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ στους δυο άξονες. Η δύναμη $\vec{F}_1$ σχηματίζει γωνία $\theta = 30$ μοίρες με τον οριζόντιο άξονα, οπότε

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y} = F_{1x}\vec{i} + F_{1y}\vec{j} \quad (10)$$

$$= F_1 \cos(30^\circ)\vec{i} + F_1 \sin(30^\circ)\vec{j} \quad (11)$$

$$= (12\text{N})\vec{i} + (4\sqrt{3} \text{ N})\vec{j} \quad (12)$$

Η δύναμη $\vec{F}_2$ σχηματίζει γωνία -30 μοιρών με τον άξονα $x'x$, οπότε

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y} = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} \quad (13)$$

$$= F_2 \cos(-30^\circ)\vec{i} + F_2 \sin(-30^\circ)\vec{j} \quad (14)$$

$$= F_2 \cos(30^\circ)\vec{i} - F_2 \sin(30^\circ)\vec{j} \quad (15)$$

$$= (7\text{N})\vec{i} + (-7\sqrt{3}\text{ N})\vec{j} \quad (16)$$

Η δύναμη $\vec{F}_3$ βρίσκεται ήδη στον $x'x$ οπότε δε χρειάζεται κάποια ανάλυση. Τα μέτρα των συνιστωσών είναι

$$F_{1x} = 12\text{ N} \quad (17)$$

$$F_{1y} = 4\sqrt{3}\text{N} \quad (18)$$

$$F_{2x} = 7\text{ N} \quad (19)$$

$$F_{2y} = 7\sqrt{3}\text{ N} \quad (20)$$

$$F_3 = 6\text{N} \quad (21)$$

(β') Η συνισταμένη των συνιστωσών σε κάθε άξονα αποτελείται από το διανυσματικό άθροισμα των αντίστοιχων συνιστωσών. Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_3 \implies \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} - F_{3x} = 12 + 7 - 6 = 13\text{ N} \quad (22)$$

άρα

$$\sum \vec{F}_x = (13\text{ N})\vec{i} \quad (23)$$

Αντίστοιχα,

$$\sum \vec{F}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} \implies \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -3\sqrt{3}\text{ N} \quad (24)$$

άρα

$$\sum \vec{F}_y = (-3\sqrt{3}\text{ N})\vec{j} \quad (25)$$

(γ') Αφού γνωρίζουμε πλέον ότι

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_x + \sum \vec{F}_y = \sum F_x\vec{i} + \sum F_y\vec{j} = (13\text{ N})\vec{i} + (-3\sqrt{3}\text{ N})\vec{j} \quad (26)$$

μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο ως

$$|\sum \vec{F}| = \sqrt{13^2 + (-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{196} = 14\text{ N} \quad (27)$$

και τη γωνία ως

$$\psi = \tan^{-1} \frac{-3\sqrt{3}}{13} \approx -22^\circ \quad (28)$$

(δ') Η επιτάχυνση, από το 2ο νόμο του Newton, θα πρέπει να έχει ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη των δυνάμεων. Άρα η γωνία της θα είναι επίσης -22° και το μέτρο της θα είναι

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{14}{2} = 7\text{ m/s}^2 \quad (29)$$

Άσκηση 2

Ένα σώμα μάζας $m = 5$ κιλά βρίσκεται σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο. Σε αυτό ασκείται οριζόντια δύναμη $F = 20$ N. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιφάνειας ισούται με $\mu_k = 0.2$. Σας δίνεται επίσης ότι $|\vec{g}| = 9.8 \text{ m/s}^2$.

(α') Σχεδιάστε τις δυνάμεις στο σώμα.

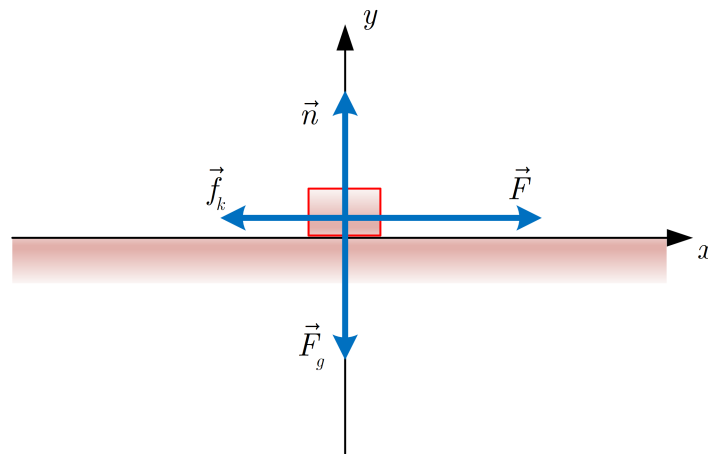
(β') Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη στον άξονα $x'x$.

(γ') Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος.

(δ') Υπολογίστε την απόσταση που διανύει σε $t = 4 \text{ s}$, αν ξεκινά από ηρεμία.

Λύση:

(α') Στο Σχήμα 2 φαίνονται οι τέσσερις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 2.

(β') Στον άξονα $x'x$ έχουμε δυο δυνάμεις, και επιλέγοντας θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F} + \vec{f}_k \implies \sum F_x = 20 - \mu n \quad (30)$$

Όμως, το σώμα ισορροπεί στον άξονα $y'y$, οπότε ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, δηλ.

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \iff \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \implies n - mg = 0 \iff n = mg \quad (31)$$

Οπότε τελικά

$$\sum F_x = 20 - 0.2 \cdot 5 \cdot 9.8 = 10.2 \text{ N} \quad (32)$$

Το πρόσημο δηλώνει ότι το σώμα επιταχύνεται προς τα δεξιά.

(γ') Το σώμα ισορροπεί στον άξονα $y'y$, οπότε $\vec{a}_y = \vec{0}$, αλλά επιταχύνει στον $x'x$ λόγω μη μηδενικής συνισταμένης δυνάμεων σε αυτόν. Άρα $\vec{a}_x \neq \vec{0}$. Από το 2ο νόμο του Newton στον άξονα $x'x$ έχουμε

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \implies \sum F_x = ma_x \implies a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{10.2}{5} = 2.04 \text{ m/s}^2 \quad (33)$$

(δ') Έστω A η αρχική θέση ηρεμίας και B η τελική θέση του σώματος, μετά από 4 δευτερόλεπτα. Στη διαδρομή αυτή ισχύουν οι εξισώσεις της επιταχυνόμενης κίνησης, με τη σταθερή επιτάχυνση που βρήκαμε παραπάνω. Άρα

$$x_B = x_A + u_{xA}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (34)$$

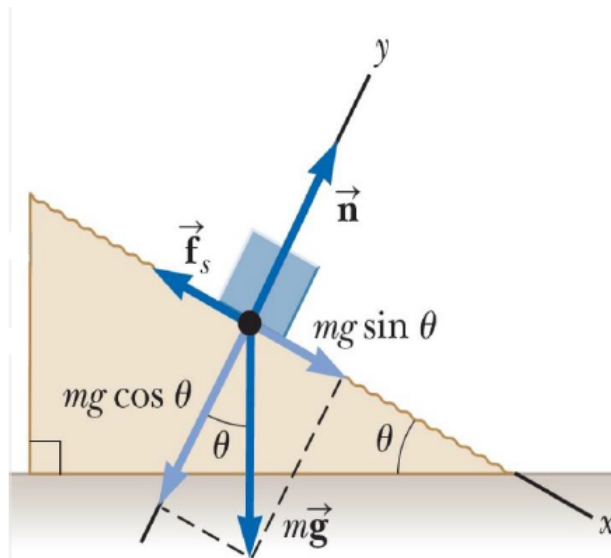
$$= 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(2.04)(4^2) \quad (35)$$

$$= 16.3 \text{ m} \quad (36)$$

Άρα διανύει απόσταση 16.3 μέτρα σε 4 δευτερόλεπτα, ξεκινώντας από ακινησία.

Άσκηση 3

Θεωρούμε ακίνητο σώμα μάζας m τοποθετημένο σε κεκλιμένη επιφάνεια με τριβές υπό γωνία θ , όπως στο Σχήμα 3. Αυξάνουμε τη γωνία θ μέχρι το σώμα να ολισθήσει. Δείξτε ότι μπορείτε να βρείτε το συντελεστή στατικής τριβής μ_s μετρώντας την κρίσιμη γωνία θ_c στην οποία το σώμα μόλις ξεκινά να ολισθαίνει.



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 3.

Λύση:

Επιλέγουμε σύστημα αξόνων στο οποίο ο x -άξονας είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Οι θετικές φορές είναι οι συμβατικές. Το σώμα ισορροπεί και στους δυο άξονες, οριακά όμως στον x . Το διάγραμμα ελευθέρου σώματος είναι ήδη σχεδιασμένο στο σχήμα, όπου έχει αναλυθεί κάθε δύναμη στους άξονες μας. Ξέρουμε ότι οριακά ισχύει

$$f_s = \mu_s n \quad (37)$$

οπότε πρέπει να εκφράσουμε τη σχέση αυτή με γνωστές μεταβλητές του προβλήματος. Στον x -άξονα, το σώμα ισορροπεί οριακά οπότε

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \iff \vec{f}_s + \vec{F}_{gx} = \vec{0} \implies -f_s + F_{gx} = 0 \implies F_{gx} = f_s = \mu_s n \iff mg \sin(\theta) = \mu_s n \quad (38)$$

Στον y -άξονα, το σώμα επίσης ισορροπεί, οπότε

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \iff \vec{n} + \vec{F}_{gy} = \vec{0} \implies n - F_{gy} = 0 \implies n = F_{gy} = mg \cos(\theta) \quad (39)$$

Από τις δυο σχέσεις που καταλήξαμε, έχουμε

$$\mu_s mg \cos(\theta) = mg \sin(\theta) \iff \mu_s \cos(\theta) = \sin(\theta) \iff \mu_s = \tan(\theta) \quad (40)$$

με την τελευταία σχέση να ισχύει αφού μπορούμε να διαιρέσουμε με $\cos(\theta)$, γιατί $\theta \in (0, \pi/2)$ όπου το συνημίτονο είναι μη μηδενικό. Καταλήξαμε λοιπόν στη σχέση

$$\mu_s = \tan(\theta) \quad (41)$$

Όταν $\theta = \theta_c$, δηλ. το σώμα μόλις ετοιμάζεται να ολισθήσει, μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή στατικής τριβής μ_s .