ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2019
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Εκφωνήσεις και Λύσεις Τρίτου Φροντιστηρίων

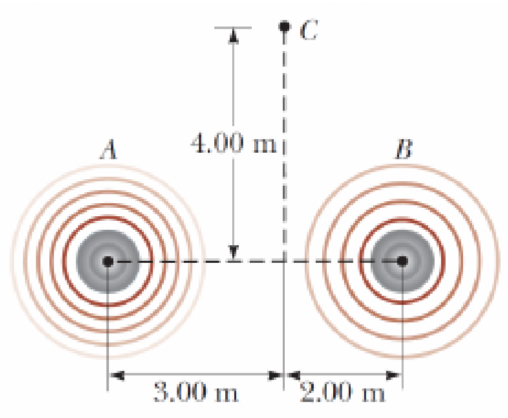
3ο Φροντιστήριο
Επιμέλεια: Άρτεμις Αγιομαυρίτη

Άσκηση 1.
Δύο μικρά ηχεία εκπέμπουν ηχητικά κύματα διαφορετικών συχνοτήτων, κατά τον ίδιο τρόπο προς κάθε κατεύθυνση. Το ηχείο A έχει εξαγώμενη ισχύ 1.00 mW και το ηχείο B έχει εξαγώμενη ισχύ 1.50 mW. Υπολογίστε το επίπεδο του ήχου στο σημείο C, σε dB, υποθέτοντας ότι

(α) μόνο ο A εκπέμπει ήχο

(β) μόνο ο B εκπέμπει ήχο

(γ) και οι δύο εκπέμπουν ήχο



Λύση:
Καθώς τα ηχεία μεταδίδουν τον ήχο ομοίως προς κάθε κατεύθυνση η ένταση του ήχου είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης από την πηγή του ήχου.

(α) Είναι $r_{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2\text{ m}} = 5$ m. Άρα

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1 \times 10^{-3}\text{ W}}{4\pi (5\text{ m})^2} = 3.18 \times 10^{-6}\text{ W/m}^2$$

Οπότε

$$\beta = (10\text{ dB})\log\left(\frac{3.18 \times 10^{-6}\text{ W/m}^2}{10^{-12}\text{ W/m}^2}\right) = (10\text{ dB})6.5 = 65\text{ dB}$$

(β) Είναι $r_{BC} = \sqrt{2^2 + 4^2\text{ m}} = 4.47$ m. Άρα

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1.5 \times 10^{-3}\text{ W}}{4\pi (4.47\text{ m})^2} = 5.97 \times 10^{-6}\text{ W/m}^2$$

Οπότε

$$\beta = (10\text{ dB})\log\left(\frac{5.97 \times 10^{-6}\text{ W/m}^2}{10^{-12}\text{ W/m}^2}\right) = 67.8\text{ dB}$$

(γ) Είναι $I = 3.18\mu\text{W/m}^2 + 5.97\mu\text{W/m}^2$. Άρα

$$\beta = (10\ \text{dB})\log\left(\frac{9.15\times 10^{-6}\ \text{W/m}^2}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right) = 69.6\ \text{dB}$$

Άσκηση 2.

Ένας οδηγός οδηγεί προς Βορρά και με ταχύτητα 25 m/s. Ένα περιπολικό κινείται προς τον Νότο με ταχύτητα 40 m/s, δηλαδή προσεγγίζει τον οδηγό και μάλιστα η σειρίνα του παράγει ήχο με συχνότητα 2500 Hz. Θεωρήστε ταχύτητα ήχου ίση με 343 m/s.

(α) Ποια είναι η συχνότητα που παρατηρεί ο οδηγός καθώς το περιπολικό τον προσεγγίζει ;

(β) Ποια είναι η συχνότητα που παρατηρεί ο οδηγός καθώς το περιπολικό απομακρύνεται από αυτόν ;

(γ) Επαναλάβετε τα ερωτήματα (α) και (β) για την περίπτωση όπου το περιπολικό βρίσκεται πίσω από τον οδηγό και κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με αυτόν.

Λύση:

Ο γενικός τύπος Doppler δίνεται ως

$$f' = \frac{u \pm u_o}{u \pm u_s} f$$

με u_o την ταχύτητα του παρατηρητή και u_s την ταχύτητα της πηγής, ενώ u είναι η ταχύτητα του ήχου.

(α) Παρατηρητής και πηγή κινούνται ο ένας προς τον άλλο. Άρα πρέπει να διαλέξουμε πρόσημα που αυξάνουν την παρατηρούμενη συχνότητα, δηλ.

$$f' = \frac{u + u_o}{u - u_s} f = \frac{343 + 25}{343 - 40} 2500 = 3.036\ \text{kHz}$$

(β) Παρατηρητής και πηγή κινούνται ο ένας μακριά από τον άλλο. Άρα πρέπει να διαλέξουμε πρόσημα που μειώνουν την παρατηρούμενη συχνότητα, δηλ.

$$f' = \frac{u - u_o}{u + u_s} f = \frac{343 - 25}{343 + 40} 2500 = 2.075\ \text{kHz}$$

(γ) Καθώς το περιπολικό πλησιάζει τον οδηγό, η συχνότητα πρέπει να αυξάνεται, αφού οι δυο τους κινούνται ο ένας προς τον άλλο. Στη σχετική αυτή κίνηση, ο οδηγός προσπαθεί να απομακρυνθεί από το περιπολικό, ενώ το περιπολικό να πλησιάσει τον οδηγό. Άρα

$$f' = \frac{u - u_o}{u - u_s} f = \frac{343 - 25}{343 - 40} 2500 = 2.62\ \text{kHz}$$

Αφότου το περιπολικό προσπεράσει τον οδηγό, η συχνότητα πρέπει να μειώνεται αφού οι δυο τους κινούνται ο ένας μακριά από τον άλλο. Στη σχετική αυτή κίνηση, ο οδηγός προσπαθεί να πλησιάσει το περιπολικό, ενώ το περιπολικό να απομακρυνθεί από τον οδηγό. Άρα

$$f' = \frac{u + u_o}{u + u_s} f = \frac{343 + 25}{343 + 40} 2500 = 2.40\ \text{kHz}$$

Άσκηση 3.

Μια νυχτερίδα εντοπίζει έντομα εκπέμποντας υπερηχητικά σήματα και στην συνέχεια ακούει την ηχώ τους. Έ-στω ότι ένα τέτοιο σήμα έχει συνχνότητα $25kHz$. Πόσο γρήγορα πρέπει να πετάει η νυχτερίδα και προς ποια κατεύθυνση έτσι ώστε ένας παρατηρητής να μπορεί μετά βίας να ακούσει ένα σήμα στα $20kHz$;

Λύση:

Τα ηχητικά κύματα που αποστέλει η νυχτερίδα μεταβάλονται λόγω του φαινομένου Doppler. Η συνχότητα αυξάνεται καθώς η νυχτερίδα προσεγγίζει τα έντομα και μειώνεται καθώς απομακρύνεται.

Επομένως θα πρέπει να απομακρυνθεί από τον παρατηρητή ώστε η συχνότητα των παρατηρούμενων σημάτων να γίνει μικρότερη των 25 kHz. Άρα

$$f_i = \frac{f_0}{1 + v_S/v} \Rightarrow 20000 \text{ Hz} = \frac{25000 \text{ Hz}}{1 + \frac{v_S}{340 \text{ m/s}}} \Rightarrow v_s \approx 85 \text{ m/s}$$

Άσκηση 4.

Η ένταση του ήχου $5m$ μακρυά από μια μουσική σκηνή είναι $100dB$. Σε ποια απόσταση θα είναι έχει ο ήχος την περισσότερο ανεκτή ένταση των $80dB$;

Λύση:

Θεωρούμε τους ήχους που προκύπτουν λόγω ηχητικών ανακλάσεων αμελητέους. Παρατηρούμε ότι

$$\beta_1 - \beta_2 = 20 \text{ dB} \Rightarrow 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_2} = 20 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^2 = 100$$

Μια μεταβολή 10 dB αντιστοιχεί σε μεταβολή επί 10 στην ένταση του ήχου. Εν συνεχεία

$$P = I_1 A_1 \text{ και } P = I_2 A_2 \Rightarrow A_2 = P/I_2 \Longleftrightarrow 4\pi r_2^2 = P/I_2$$

Επομένως

$$r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{4\pi}} = \sqrt{\frac{\frac{P}{I_2}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{\frac{I_1 A_1}{I_2}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{\frac{I_1}{I_2}(4\pi r_1^2)}{4\pi}} = r_1 \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = r_1 \sqrt{100} = (5.0 \text{ m})10 = 50 \text{ m}$$

Άσκηση 5.

Ένας εκκεντρικός γιατρός πιστεύει ότι μπορεί να θεραπεύσει την φαλάκρα ζεσταίνοντας το κρανίο με ηχητικά κύματα. Οι ασθενείς του κάθονται κάτω από μεγάφωνα[1], όπου τα κεφάλια τους βομβαρδίζονται με $93dB$ καταπραϋντικων ηχητικών κυμάτων των $800Hz$. Έστω ότι μοντελοποιούμε το φαλακρό κεφάλι ως ένα ημισφαίριο με διάμετρο $16cm$. Αν τα $10J$ ηχητικής ενέργεια θεωρούνται κατάλληλη δοσολογία, πόσα λεπτά πρέπει να διαρκεί μια επίσκεψη στον γιατρό ;

Λύση:

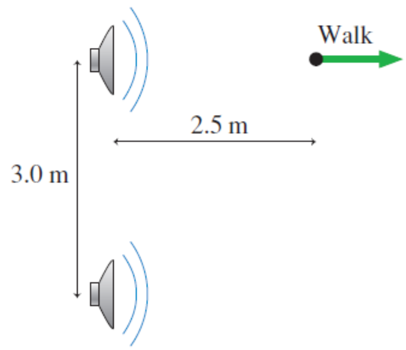
Σύμφωνα με την εκφώνηση θεωρούμε το φαλακρό κεφάλι ως ημισφαίριο με ακτίνα $R = 0,08$ m. Αυτό συνεπάγεται ότι το εμβαδόν της επιφάνειας είναι $A = 2\pi R^2 = 0.0402 \text{ m}^2$.

Γνωρίζουμε ότι $\beta = 93$ dB και $\Delta E = 0.10$ J. Επίσης γνωρίζουμε ότι $I = I_0 \times 10^{\beta/10 \text{ dB}}$, $P = IA$, όπως και $P = \Delta E \Delta t$. Επομένως

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{\Delta E}{IA} = \frac{\Delta E}{(I_0 \times 10^{\beta/10 \text{ dB}})} = \frac{0.1 \text{ J}}{(10^{-12} \text{ W/m}^2 \times 10^{9.3})(0.0402 \text{ m}^2)} = 1250 \text{ s} \approx 21 \text{ min}$$

[1] Μάρκας Bald-o-Matic.

Άσκηση 6.
Καθόμαστε 2.5 m μπροστά από ένα ηχείο (όπως φαίνεται στο Σχήμα 1). Τα ηχεία μεταξύ τους έχουν απόσταση 3 m και εκπέμπουν ήχο με συχνότητα 686 Hz στην ίδια φάση. Καθώς απομακρυνόμαστε από τα ηχεία σε ποια απόσταση θα ακούμε την ήχο με την ελάχιστη ένταση ;



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 6.*

Λύση:
Η αλλαγή στην ένταση του ήχου οφείλεται στη συμβολή των δύο αλληλοεπικαλυπτόμενων ηχητικών κυμάτων. Η ελάχιστη ένταση υπονοεί καταστρεπτική συμβολή, η οποία συμβαίνει όταν η διαφορά του μήκους του μονοπατιού των δύο κυμάτων είναι $\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$. Υποθέτουμε ότι $\Delta\varphi_0 = 0$ rad για τα ηχεία που εκπέμπουν ακριβώς τον ίδιο τόνο. Το μήκος κύματος του ήχου είναι $\lambda = v_{sound}/f = (340\ \mathrm{m/s})/(680\ \mathrm{Hz}) = 0.5$ m. Θεωρούμε ένα σημείο που έχει απόσταση x από το ένα ηχείο, όπως φαίνεται στο σχήμα, και θέτουμε r_1 την απόσταση αυτού του σημείο από το ένα ηχείο και r_2 από το άλλο. Άρα

$$r_1 = x \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (3\ \mathrm{m})^2}$$

Η καταστρεπτική συμβολή συμβαίνει σε απόσταση x τέτοια ώστε

$$\Delta r = \sqrt{x^2 + 9\ \mathrm{m}^2} - x = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Λύνουμε ως προς x

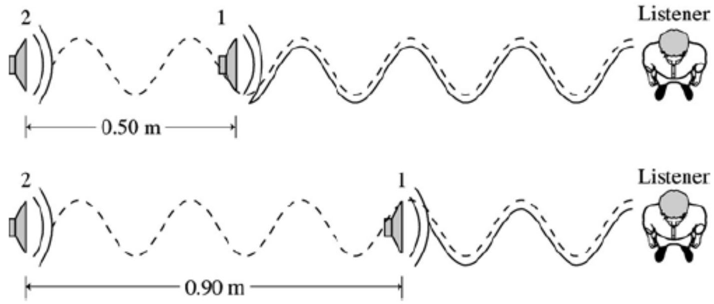
$$x^2 + 9\ \mathrm{m} = \left[x + \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda\right]^2 = x^2 + 2\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda x + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2\lambda^2 \Rightarrow x = \frac{9\ \mathrm{m} - \left(m + \frac{1}{2}\right)^2\lambda^2}{2\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}$$

Υπολογίζουμε το x για διαφορετικές τιμές του m

m	$x(m)$
0	17.88
1	5.62
2	2.98
3	1.79

Καθώς η αρχική μας θέση είναι στα $x = 2.5$ m και απομακρυνόμαστε από τα ηχεία, θα ακούσουμε τα ελάχιστα για τιμές $x > 2.5$ m. Επομένως η ελάχιστη ένταση του ήχου εμφανίζεται στα σημεία 2.98 m, 5.62 m και 17, 88 m.

Άσκηση 7.
Δύο ηχεία εκπέμπουν ηχητικά κύματα κατα μήκος του άξονα $x'x$. Ένας ακροατής, που κάθεται μπροστά από τα δύο ηχεία, ακούει την μέγιστη ένταση όταν το ηχείο 2 βρίσκεται στο σημείο $x = 0$ m και το ηχείο ένα $x = 0.5$ m. Όταν το ηχείο 1 μετακινείται αργά προς τα δεξιά, η ένταση του ήχου αρχικά μειώνεται και ύστερα αυξάνεται, φτάνοντας ένα άλλο μέγιστο όταν το ηχείο 1 βρίσκεται στην θέση $x = 0.9$ m.



1. Ποια είναι η συνχότητα του ήχου; Υποθέτουμε ότι $v_{sound} = 340$ m/s.
2. Ποια είναι η διαφορά φάσης ανάμεσα στα δύο ηχεία ;

Λύση:
Η ανάμειξη συμβαίνει κατά την διαφορά ανάμεσα στις φάσεις των δυο κυμάτων.

1. Η διαφορά φάσης ανάμεσα στα ηχητικά κύματα των δυο ηχείων είναι

$$\Delta\Phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0$$

Έχουμε την μέγιστη συχνότητα όταν $\Delta x = 0.5$ m και $\Delta x = 0.9$ m. Επομένως

$$\Delta\Phi = 2\pi\left(\frac{0.5}{\lambda}\right) + \Delta\phi = 2m\pi, \qquad \Delta\Phi = 2\pi\left(\frac{0.9}{\lambda}\right) + \Delta\phi = 2(m+1)\pi \text{ rad} \tag{1}$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις παίρνουμε

$$2\pi\left(\frac{0.4}{\lambda}\right) = 2\pi \Rightarrow \lambda = 0.4 \Rightarrow f = \frac{v_{sound}}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{0.4 \text{ m}} = 850 \text{ Hz}$$

2. Από τις εξισώσεις (1) βρίσκουμε

$$2\pi\left(\frac{0.5}{0.4}\right) + \Delta\phi = 2m\pi\Big|_{m=1} \text{ rad} \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi - \frac{10\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Στην τελευταία εξίσωση βάλαμε $m = 1$ καθώς συχνά υπολογίζουμε την φάση στο εύρος από $-\pi$ έως π (ή από 0 έως 2π).[2]

[2]Θα μπορούσαμε αντί για $m = 1$ να βάλουμε $m = 2$ το οποίο θα έδινε το ισοδύναμο αποτέλεσμα: $\frac{3}{2}\pi$ rad.