ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2019
Διδάσκων : Γ. Καφεντζής

Εκφωνήσεις και Λύσεις Δεύτερου Φροντιστηρίων

2ο Φροντιστήριο
Επιμέλεια : Άρτεμις Αγιομαυρίτη

Άσκηση 1.
Στις 10 Αυγούστου του 1972, ένας μεγάλος μετεωρίτης προσπέρασε την ατμόσφαιρα πάνω από τις δυτικές Ηνωμένες Πολιτείες και το δυτικό Καναδά. Η πύρινη σφαίρα που τον συνόδευε ήταν τόσο φωτεινή που ήταν ορατή στον πρωινό ουρανό και ήταν φωτεινότερη από ότι μια συνηθισμένη ούρα μετεωρίτη. Η μάζα του μετεωρίτη ήταν περίπου 4×10^6 kg, η ταχύτητά του ήταν περίπου 15 km/s. Αν είχε εισέλθει κάθετα στην ατμόσφαιρα, θα είχε συγκρουστεί με την επιφάνεια της Γης με την ίδια περίπου ταχύτητα.

(α΄) Υπολογίστε την απώλεια κινητικής ενέργειας του μετεωρίτη (σε joules) η οποία θα προερχόταν από τη κάθετη πρόσκρουση.

(β΄) Να εκφραστεί η ενέργεια ως πολλαπλάσιο της εκρηκτικής ενέργειας ενός μεγατόνου TNT, η οποία είναι 4.2×10^15 J.

(γ΄) Η ενέργεια που σχετίζεται με την έκρηξη της ατομικής βόμβας στη Χιροσίμα ήταν ισοδύναμη με 13 κιλοτόνους TNT. Με πόσες βόμβες σαν της Χιροσίμα θα ήταν ισοδύναμη η πρόσκρουση του μετεωρίτη ;

Λύση :

(α΄) Η αλλαγή στην κινητική ενέργεια του μετεωρίτη θα είναι

$$\Delta K = K_f - K_i = -K_i = -\frac{1}{2}mu_i^2 = -5 \times 10^{14}\ \mathrm{J} \tag{1}$$

Το αρνητικό πρόσημο καταδεικνύει ότι η κινητική ενέργεια χάθηκε στη διαδρομή από την αρχική στην τελική θέση.

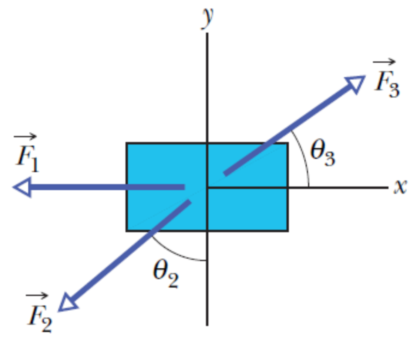
(β΄) Η απώλεια της ενέργειας σε μεγατόνους TNT θα είναι

$$-\Delta K = -5 \times 10^{14}/4.2 \times 10^{15} = 0.1 \text{ μεγατόνους TNT} \tag{2}$$

(γ΄) Ο αριθμός N των βομβών που ισοδυναμεί με τη σύγκρουση του μετεωρίτη βρισκεται ως

$$N = \frac{0.1 \times 1000\text{kilotonos TNT}}{13\text{kilotons TNT}} = 8 \tag{3}$$

Άσκηση 2.
Η παρακάτω εικόνα δείχνει τη προβολή τριών οριζόντιων δυνάμεων που δρουν σε ένα κουτί, που αρχικά ήταν ακίνητο και τώρα κινείται σε επίπεδο χωρίς τριβή. Τα μεγέθη των δυνάμεων είναι $F_1 = 3.00N$, $F_2 = 4.00N$, $F_3 = 10.00N$. Οι γωνίες είναι $\theta_2 = 50^o$ και $\theta_3 = 35^o$. Ποιο είναι το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που δημιουργείται στο κουτί από τις τρεις δυνάμεις κατά τα πρώτα 4 μέτρα της μετατόπισης ;



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 2.*

Λύση:
Οι δυνάμεις είναι σταθερές, άρα το έργο τους δίνεται από τη σχέση

$$W = F\Delta x\cos(\theta) \tag{4}$$

με θ τη γωνία μεταξύ του διανύσματος της δύναμης και της μετατόπισης. Αναλύουμε τις δυνάμεις κατά άξονες και έχουμε

$$F_x = -F_1 - F_2\sin(50^o) + F_3\cos(35^o) = 2.13 \text{ N} \tag{5}$$

και

$$F_y = -F_2\cos(50^o) + F_3\sin(35^o) = 3.17 \text{ N} \tag{6}$$

Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο

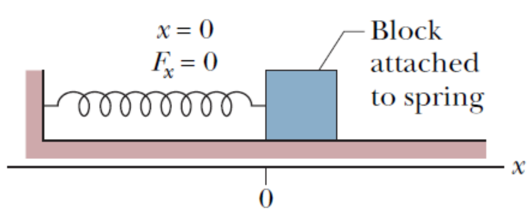
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 3.82 \text{ N} \tag{7}$$

Το έργο της θα είναι

$$W_F = F\Delta x = 3.82 \cdot 4 = 15.3\text{J} \tag{8}$$

Έχουμε χρησιμοποιήσει ότι η συνισταμένη δύναμη F είναι παράλληλη της μετατόπισης, το οποίο προκύπτει από το ότι το κουτί ξεκίνησε από την ακινησία και κινήθηκε προς τα δεξιά.

Άσκηση 3.
Το σώμα του παρακάτω σχήματος βρίσκεται σε οριζόντιο χωρίς τριβή επίπεδο, η σταθερά του ελατηρίου είναι 50 N/m. Αρχικά το ελατήριο βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους και το σώμα είναι



Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 3.*

ακίνητο στη θέση $x = 0$. Στη συνέχεια ασκείται μια δύναμη σταθερού μεγέθους 3.00 N η οποία ωθεί το σώμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x, επιμηκύνοντας το ελατήριο μέχρι που το σώμα σταματάει. Όταν το σώμα σταματήσει:

(α΄) Ποια είναι η θέση του σώματος;

(β΄) Ποιο είναι το έργο που έχει παραχθεί στο σώμα λόγω της εξωτερικής δύναμης που του ασκείται;

(γ΄) Ποιο το έργο που έχει παραχθεί στο σώμα λόγω της δύναμης του ελατηρίου;

(δ΄) Κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του σώματος:

i. Σε ποια θέση η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται μέγιστη;

ii. Ποια είναι η τιμή αυτής της μέγιστης κινητικής ενέργειας;

Λύση:

(α΄) Είναι

$$W_F = F\Delta x = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \Longleftrightarrow 3\Delta x = 25\Delta x^2 \Longleftrightarrow x = 0.12 \text{ m} \tag{9}$$

(β΄) Το έργο θα είναι

$$W_F = F\Delta x = 3 \times 0.12 = 0.36 \text{ J} \tag{10}$$

(γ΄) Είναι

$$W_s = -W_F = -0.36 \text{ J} \tag{11}$$

(δ΄) i. Για να βρούμε τη θέση μέγιστης κινητικής ενέργειας θα πρέπει να θέσουμε τη συνάρτηση πρώτης παραγώγου κινητικής ενέργειας - θέσης ίση με το μηδέν, δηλ.

$$K_f - K_i = K_f = K = F\Delta x - \frac{1}{2}k\Delta x^2 \Longrightarrow \frac{d}{dx}K(x) = \frac{d}{dx}\Big(Fx - \frac{1}{2}kx^2\Big) = F - kx = 0 \tag{12}$$

δηλ.

$$F = kx \Longleftrightarrow x = \frac{F}{k} = 0.060 \text{ m} \tag{13}$$

ii. Αντικαθιστώντας το x που βρήκαμε πριν στη σχέση της κινητικής ενέργειας έχουμε

$$K_{max} = Fx\Big]_{x=0.06} - \frac{1}{2}kx^2\Big]_{x=0.06} = 0.09 \text{ J} \tag{14}$$

Άσκηση 4.
Μια δύναμη $\vec{F} = (cx - 3x^2)\vec{i}$;δρα σε σωματίδιο όσο αυτό κινείται κατά μήκος του άξονα x, με F σε N, x σε μέτρα (m) και c σταθερά. Στο σημείο $x = 0$ η κινητική ενέργεια του σωματιδίου είναι 20J, στο $x = 3$m είναι 11J. Να βρεθεί η σταθερά c.

Λύση:
Ενώ το σώμα κινείται από τη θέση $x_i = 0$ ως $x_f = 4$, θα έχουμε έργο ίσο με

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_0^3 (cx - 3x^2)dx = \Big[\frac{c}{2}x^2 - x^3\Big]_0^3 = \frac{9}{2}c - 27 \tag{15}$$

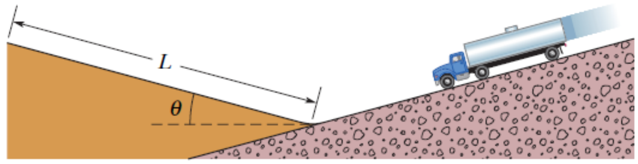
Όμως από το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας - έργου επάνω στο σώμα, έχουμε

$$W = \Delta K = 11 - 20 = -9 \text{ J} \tag{16}$$

οπότε

$$\frac{9}{2}c - 27 = -9 \Longrightarrow c = 4\text{N/m} \tag{17}$$

Άσκηση 5.
Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε ένα φορτηγό εκτός ελέγχου με χαλασμένα φρένα να κατηφορίζει με 130 km/h, ακριβώς πριν ο οδηγός το ανεβάσει σε ράμπα έκτακτου κινδύνου χωρίς τριβή με κλίση $\theta = 35^o$. Η μάζα του φορτηγού είναι 1.2×10^4 kg.



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 5.*

(α΄) Ποιο είναι το ελάχιστο μήκος L που πρέπει να έχει η ράμπα ώστε να μπορεί το φορτηγό να σταματήσει (στιγμιαία) πάνω της; (Θεωρήστε το φορτηγό σαν σωματίδιο και αιτιολογείστε τη θεώρηση αυτή).

(β΄) Το ελάχιστο αυτό μήκος L αυξάνεται, μειώνεται ή παραμένει το ίδιο όταν:

i. Η μάζα του φορτηγού μειώνεται;

ii. Η ταχύτητά του μειώνεται;

Λύση:

Αρχικά μετατρέποθμε την ταχύτητα σε m/s, δηλ.

$$u = 130\frac{1000}{3600} = 36.1 \text{ m/s} \tag{18}$$

Θεωρουμε το σύστημα φορτηγό-Γη. Η μόνη δύναμη που ασκείται στο σύστημα και παράγει έργο είναι η δύναμη του βάρους, η οποία είναι εσωτερική και συντηρητική. Έστω ότι το φορτηγο βρίσκεται σε ύψος 0 στην αρχική του θέση (ακριβώς πριν τη ράμπα), όπου θεωρούμε ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι μηδέν, ως την τελική θέση, όπου το φορτηγό στιγμιαία βρίσκεται ακίνητο επάνω στην μπάρα σε ύψος h από την αρχική του θέση.

(α΄) Από την Α.Δ.Μ.Ε θα έχουμε

$$K_f + U_f = K_i + U_i \Longleftrightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mu_i^2 + 0 \Longleftrightarrow h = \frac{u_i^2}{2g} = 66.5 \text{ m} \tag{19}$$

Αφού L είναι το μήκος της ράμπας, τότε από το σχήμα έχουμε ότι

$$h = L\sin(15^o) = 66.5 \Longrightarrow L = 257 \text{ m} \tag{20}$$

(β΄) Το ελάχιστο αυτό μήκος L:

i. δεν εξαρτάται από τη μάζα του φορτηγού, άρα είτε μειωθεί είτε αυξηθεί η τελευταία, το μήκος παραμένει το ίδιο.

ii. μειώνεται κι αυτό αν μειωθεί η ταχύτητα, αφού τότε επηρεάζεται το ύψος h (μειώνεται) και κατά συνέπεια το μήκος L.

Άσκηση 6.

Ένα σώμα 700g αφήνεται σε ηρεμία από ύψος h_0 πάνω από κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά $k = 400$ N/m και αμελητέα μάζα. Το σώμα κολλάει στο ελατήριο και στιγμιαία σταματάει αφού συμπιέζει το ελατήριο κατά 19cm.

(α΄) Πόσο έργο παράγεται από το σώμα στο ελατήριο;

(β΄) Πόσο έργο παράγεται από το ελατήριο στο σώμα;

(γ΄) Ποια είναι η τιμή του h_0;

(δ΄) Αν το σώμα ελευθερωνόταν από ύψος $2h_0$ από το ελατήριο, ποια θα ήταν η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου;

Λύση:

Αρχικά ορίζουμε σημείο αναφοράς στη θέση ισορροπίας του ελατηρίου $x = 0$, και για $x > 0$ έχουμε συμπίεση του ελατηρίου.

(α΄) Είναι

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 = -7.22\ \mathrm{J} \tag{21}$$

Από τον 3ο νόμο του Newton έχουμε ότι το έργο από το σώμα στο ελατήριο είναι 7.22 J.

(β΄) Όπως βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα, το έργο από τη δύναμη του ελατηρίου είναι -7.22 J.

(γ΄) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε στο σύστημα ελατήριο-σώμα, από τη θέση ηρεμίας ως την θέση συμπίεσης, έχουμε

$$K_f + U_{f_g} + U_{f_s} = K_i + U_{f_g} + U_{f_s} \tag{22}$$

$$0 + mgh_0 + 0 = 0 - mgx + \frac{1}{2}kx^2 \tag{23}$$

$$h_0 = \frac{\frac{1}{2}kx^2 - mgx}{mg} \tag{24}$$

$$= 0.86\ \mathrm{m} \tag{25}$$

(δ΄) Λύνοντας ξανά την προηγούμενη εξίσωση για $h'_0 = 2h_0 = 1.72$ m και για τη νεα τιμή του x, έχουμε

$$x = \frac{mg + \sqrt{(mg)^2 + 2mgkh'_0}}{k} = 0.26\ \mathrm{m} \tag{26}$$