ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

Λύσεις Φροντιστηρίων

2ο Φροντιστήριο

Άσκηση 1.
Στο μέγιστο ύψος, έχουμε $u_y = 0$, και ο χρόνος για να φτάσει το πούμα αυτό το ύψος δίνεται από

$$u_{yf} = u_{yi} + a_y t \Longrightarrow t = \frac{u_{yi}}{g} \tag{1}$$

Η κατακόρυφη μετατόπιση που έχει συμβεί σε αυτό το διάστημα είναι

$$\Delta y_{max} = u_{y,avg} t = \frac{u_{yi}^2}{2g} \tag{2}$$

Άρα αν $\Delta y_{max} = 4$ m, τότε $u_{yi} = \sqrt{2g\Delta y_{max}} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 4} = 8.85$ m/s, οπότε αν η γωνία είναι $\theta = 45^o$, η αρχική ταχύτητα είναι

$$u_i = \frac{u_{yi}}{\sin\theta} = 12.5 \text{ m/s} \tag{3}$$

Άσκηση 2.
Αν θεωρήσουμε ως σημείο εκκίνησης μελέτης του προβλήματος ($t_i = 0$, $x_i = y_i = 0$) το σημείο όπου το ποτήρι "αφήνει" τον πάγκο, οι συντεταγμένες του ποτηριού για κάθε χρονική στιγμή t είναι

$$x_f = x_i + u_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \Longrightarrow x_f = u_{xi}t \tag{4}$$

αφού $x_i = 0$ και $a_x = 0$, και

$$y_f = y_i + u_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Longrightarrow y_f = -\frac{1}{2}gt^2 \tag{5}$$

αφού $y_i = 0$ και $u_{yi} = 0$.

(α΄) Όταν το ποτήρι φτάνει στο πάτωμα, $y_f = h$ και $x_f = d$, έτσι

$$-h = -\frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{6}$$

είναι ο χρόνος της σύγκρουσης, ενώ

$$x_f = u_{xi}t \Longrightarrow u_{xi} = \frac{d}{t} = d\sqrt{\frac{g}{2h}} \tag{7}$$

είναι η ταχύτητα που φεύγει το ποτήρι από τον πάγκο.

(β΄) Ακριβώς πριν τη σύγκρουση, η $x-$συνιστώσα της ταχύτητα είναι ίση με $u_{xf} = u_{xi}$ ενώ η $y-$συνιστώσα της είναι

$$u_{yf} = u_{yi} + at \Longrightarrow u_{yf} = -\sqrt{2gh} \tag{8}$$

Έπειτα, η κατεύθυνση της κίνησης πριν ακριβώς τη σύγκρουση είναι υπό γωνία

$$\theta = \tan^{-1}\frac{u_{yf}}{u_{xf}} = \tan^{-1}\frac{-\sqrt{2gh}}{d\sqrt{\frac{g}{2h}}} = \tan^{-1}\frac{-2h}{d} = -\tan^{-1}\frac{2h}{d} \tag{9}$$

κάτω από το οριζόντιο άξονα.

Άσκηση 3.

(α΄) Ο “χρόνος πτήσης ” μιας σταγόνας νερού του καταρράκτη είναι

$$y_f = y_i + u_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Longrightarrow 0 = y_i - \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.693 \text{ s} \tag{10}$$

Το οριζόντιο εύρος του καταρράκτη είναι

$$x_f = x_i + u_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 1.18 \text{ m} \tag{11}$$

Άρα υπάρχει χώρος για τους πεζούς.

(β΄) Τώρα έχουμε

$$0 = y_2 + 0 - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{y_1}{12} - \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow t_2 = \frac{t_1}{\sqrt{12}} \tag{12}$$

Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με πριν, έχουμε

$$u_2 = \frac{x_1}{t_1\sqrt{12}} = \frac{u_1}{\sqrt{12}} = 0.49 \text{ m/s} \tag{13}$$

Άσκηση 4.

g) Βρίσκουμε το χρόνο

$$y_f = -\frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow -h = -\frac{1}{2}gt^2 \tag{14}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3.19 \text{ s} \tag{15}$$

h) Τη στιγμή του χτυπήματος της πέτρας στο νερό, έχουμε $u_{xf} = u_{xi} = 18$ m/s, και η κάθετη συνιστώσα είναι

$$u_{yf} = -gt = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -31.3 \text{ m/s} \tag{16}$$

Οπότε

$$u_f = \sqrt{u_{xf}^2 + u_{yf}^2} = 36.1 \text{ m/s} \tag{17}$$

και

$$\theta_f = \tan^{-1}\frac{u_{yf}}{u_{xf}} = \tan^{-1}\frac{-31.3}{18} = -60^o \tag{18}$$

γιατί η ταχύτητα “δείχνει” προς το 4ο τεταρτημόριο (αφού η $y-$συνιστώσα της είναι αρνητική).

Άσκηση 5.

Η αρχική $y-$συνιστώσα της ταχύτητας είναι

$$u_{yi} = u_i \sin\theta = 3.46 \text{ m/s} \tag{19}$$

και η $y-$συνιστώσα της είναι

$$y_f = y_i + u_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = h + u_i \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{20}$$

που μας δίνει

$$y_f = 2.5 + 3.46t - 4.9t^2 \tag{21}$$

Θεωρώντας ότι η επιφάνεια του νερού είναι στη θέση $y = 0$, τότε στο νερό

$$4.9t^2 - 3.46t - 2.5 = 0 \tag{22}$$

και κρατώντας τη θετική ρίζα, έχουμε $t = 1.15$ s. Η $y-$συνιστώσα της ταχύτητας της πέτρας όταν φτάνει στο νερό σε χρόνο t είναι

$$u_{yf} = u_{yi} + a_y t = -7.81 \text{ m/s} \tag{23}$$

Όταν η πέτρα μπει στο νερό, η ταχύτητά της (και άρα οι συνιστώσες της) μειώνονται στο μισό. Άρα

$$u_{yi} = -3.91 \text{ m/s} \tag{24}$$

Όσο η πέτρα κινείται στο νερό, η $y-$συνιστώσα της είναι

$$y_f = y_i + u_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = -3.91t \tag{25}$$

Αφού ο πάτος της πισίνας είναι στα $y_f = -3$ m, έχουμε

$$y_f = -3.91t = -3 \Longrightarrow t = 0.77 \text{ s} \tag{26}$$

Άρα τελικά ο συνολικός χρόνος που χρειάζεται η πέτρα για να φτάσει στον πάτο είναι

$$T = 1.15 + 0.77 = 1.92 \text{ s} \tag{27}$$