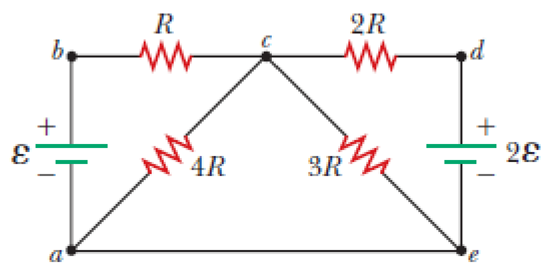
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-112: Φυσική Ι
Χειμερινό Εξάμηνο 2016
Διδάσκων: Γ. Καφεντζής

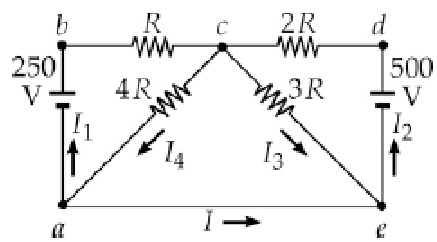
Έκτο Φροντιστήριο

Άσκηση 1.
Βρείτε την κατεύθυνση και την ποσότητα του ρεύματος, για $R = 1.00$ kV και $e = 250$ V, ανάμεσα στο a και στο e στο οριζόντιο καλώδιο στο παρακάτω σχήμα.



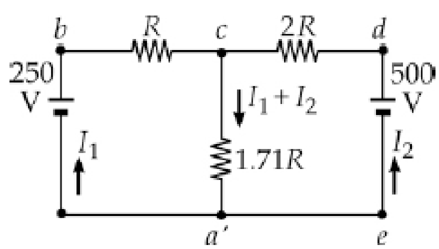
Λύση:

Για τις ακόλουθες κατευθύνσεις των ρευμάτων, το κύκλωμα μας γίνεται όπως στο Σχήμα 1. Συνδυάζοντας τις



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1α.

δύο παράλληλες αντιστάσεις το κύκλωμα μας λαμβάνει την μορφή του Σχήματος 2. Εφαρμόζοντας τον νόμο του



Σχήμα 2: Σχήμα Άσκησης 1β.

Kirchoff και για τους δύο βρόχους έχουμε

$$(2.71R)I_1 + (1.71R)I_2 = 250V$$
$$(1.71R)I_1 + (3.71R)I_2 = 500V$$

όπου $R = 1000\Omega$. Επομένως οι λύσεις των δύο εξισώσεων είναι $I_1 = 10.0$ mA και $I_2 = 130.0$ mA. Άρα $V_c - V_a = (I_1 + I_2)(1.71R) = 240V$. Συνεπώς

$$I_4 = \frac{V_c - V_a}{4R} = \frac{240V}{4000\Omega} = 60.0 \text{ mA}$$

Τέλος από τον νόμο του Kirchoff για το σημείο a έχουμε

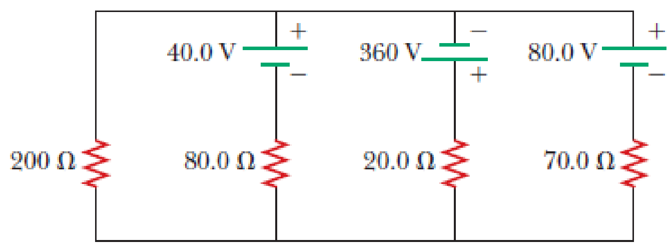
$$I = I_4 - I_1 = 60.0 \text{ mA} - 10.0 \text{ mA} = +50.0 \text{ mA}$$

ή $I = 50$ mA από το σημείο a προς το σημείο e.

Άσκηση 2.
Στο κύκλωμα του παρακάτω Σχήματος 3, βρείτε

α) Την ένταση του ρεύματος που διαπερνά την κάθε αντίσταση.

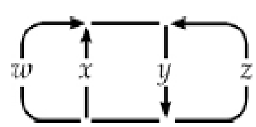
β) Την διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης των 200 Ω.



Σχήμα 3: Σχήμα Άσκησης 2.

Λύση:

Το κύκλωμα βάσει των ρευμάτων μπορεί να πάρει την μορφή του Σχήματος 4, όπου $y = w + x + z$. Από το



Σχήμα 4: Σχήμα Άσκησης 2β.

καινούργιο κύκλωμα προκύπτουν οι εξισώσεις

$$\begin{cases} -200w + -40.0 + 80.0x & = 0 \\ -80.0x + 40.0 + 360 - 20.0y & = 0 \\ +360 - 20.0y - 70.0z + 80.0 & = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & = 2.5w + 0.5 \\ 20 & = 4x + 1y \\ 22 & = 1y + 3.5y \end{cases}$$

Χρησιμοποιούμε την σχέση $y = w + x + z$, οπότε

$$\begin{cases} x & = 2.5w + 0.5 \\ 20 & = 4x + 1(w + x + z) \\ 22 & = 1(w + x + z) + 3.5y \end{cases}$$

Αντικαθιστούμε το x

$$\begin{cases} 20 & = 5(2.5w + 0.5) + 1w + 1z \\ 22 & = 1w + 1(2.5w + 0.5) + 4.5z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17.5 & = 13.5w + 1z \\ 21.5 & = 3.5w + 4.5z \end{cases}$$

Από την πρώτη εξίσωση παίρνουμε $z = 17.5 - 13.5w$ και αντικαθιστώντας στην δεύτερη έχουμε $w = 1$.

α) Αντικαθιστώντας στις σχέσεις που βρίκαμε για τις αντιστάσεις w, x, y και z παίρνουμε

$w = 1$ A στην αντίσταση των 200 Ω με κατεύθυνση προς τα πάνω

$x = 3$ A στην αντίσταση των 80 Ω με κατεύθυνση προς τα πάνω

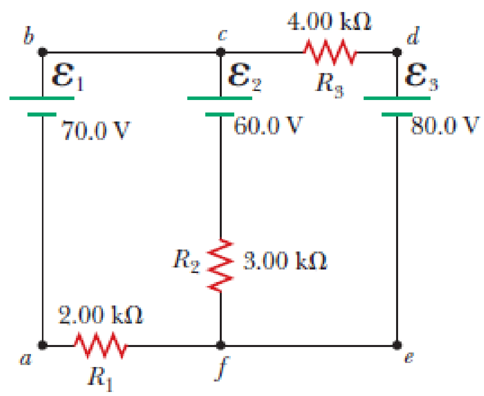
$y = 8$ A στην αντίσταση των 20 Ω με κατεύθυνση προς τα κάτω

$z = 4$ A στην αντίσταση των 70 Ω με κατεύθυνση προς τα πάνω

β) Για την αντίσταση των $200\ \Omega$ βρίσκουμε ότι,

$$\Delta V = IR = (1A)(200\Omega) = 200V$$

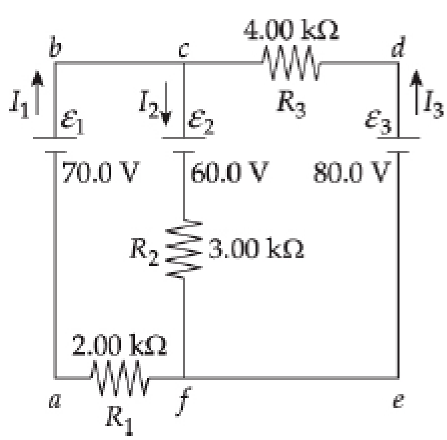
Άσκηση 3.
Χρησιμοποιώντας τους νόμους του Kirchhoff να βρείτε α) την ένταση του ρεύματος σε κάθε αντίσταση του Σχήματος 5 και β) να βρείτε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων e και f.



Σχήμα 5: Σχήμα Άσκησης 3.

Λύση:

α) Σημειώνουμε τα ρεύματα στο παραπάνω σχήμα και παίρνουμε το Σχήμα 6 όπου εφαρμόζοντας τον νόμο



Σχήμα 6: Σχήμα Άσκησης 3α.

του Kirchhoff για τον βρόχο $abcdea$ έχουμε

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow 70V - 60V - (3k\Omega)I_1 - (3k\Omega)I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = 5mA - 1.5I_2$$

Ομοίως για τον βρόχο $edcfe$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 - R_2I_2 - R_3I_3 = 0 \Rightarrow 80V - 60V - (4k\Omega)I_1 - (3k\Omega)I_2 = 0 \Rightarrow I_3 = 5mA - 0.75I_2$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Kirchhoff για το σημείο c παίρνουμε

$$I_2 = I_3 + I_1 \Rightarrow I_2 = 3.08 \text{ mA}$$

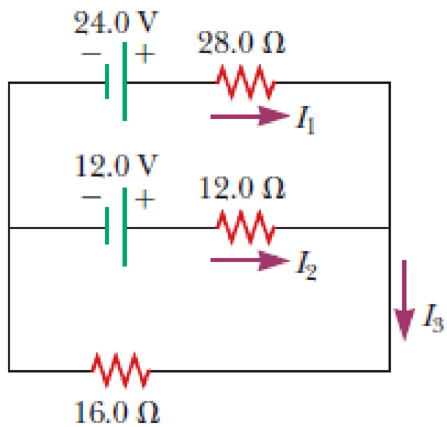
Συνεπώς $I_1 = 0.385$ mA και $I_3 = 2.69$mA.

β) Κατευθυνόμαστε από το σημείο c προς το σημείο f,

$$V_f - V_c = -\mathcal{E}_2 - R_2I_2 = -60V - (3\times10^3\Omega)(3.08\times10^{-3}A) = -69.2V$$

ή $|\Delta V|_{cf} = 69.2$ V, όπου το σημείο c έχει το υψηλότερο δυναμικό.

Άσκηση 4.
Στο κύκλωμα να βρείτε



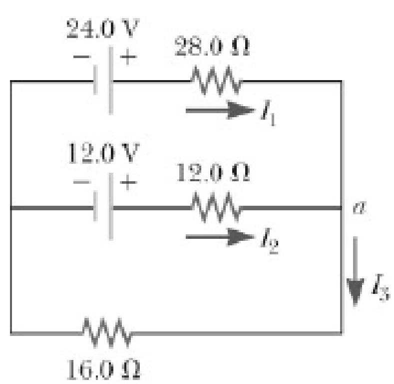
Σχήμα 7: Σχήμα Άσκησης 4.

α) Την ένταση του ρεύματος σε κάθε αντίσταση.

β) Την ισχύ που παραδίδεται σε κάθε αντίσταση.

Λύση:

α) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Kirchhoff στο σημείο a



Σχήμα 8: Σχήμα Άσκησης 4α.

έχουμε

$$I_3 = I_1 + I_2 \tag{1}$$

Από τον κανόνα του βρόχου στον κάτω βρόχο έχουμε

$$12 - 12I_2 - 16I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = 1 - \frac{4I_3}{3} \tag{2}$$

Εφαρμόζοντας τον κανόνα του βρόχου για τον βρόχο που σχηματίζει την περίμετρο του κυκλώματος έχουμε

$$24 - 28I_1 - 16I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{24 - 16I_3}{28} \tag{3}$$

Αντικαθιστούμε τις εξισώσεις (2) και (3) στην (1) και παίρνουμε

$$I_3 = \frac{24 - 16I_3}{28} + 1 - \frac{4I_3}{3} \Rightarrow I_3 = 0.639 \text{ A}$$

Επομένως οι εξισώσεις (2) και (3) δίνουν

$$I_2 = 0.148 \text{ A και } I_1 = 0.492 \text{ A}$$

β) Η ισχύς που παραδίδεται σε καθεμία από τις αντιστάσεις είναι

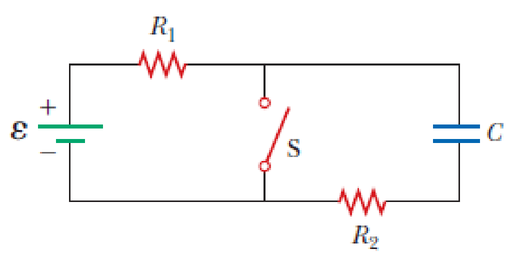
$$P_{28\Omega} = I_1^2 R_{28\Omega} = (0.492A)^2(28\Omega) = 6.77 \text{ W}$$

$$P_{12\Omega} = I_2^2 R_{12\Omega} = (0.148A)^2(12\Omega) = 0.261 \text{ W}$$

$$P_{16\Omega} = I_3^2 R_{16\Omega} = (0.639A)^2(16\Omega) = 6.54 \text{ W}$$

Άσκηση 5.

Στο κύκλωμα του Σχήματος 9, ο διακόπτης είναι ανοιχτός για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα. Ύστερα κλείνει απότομα. Θεωρείστε ότι $\mathcal{E} = 10V$, $R_1 = 50k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$ και $C = 10\,\mu$F.



Σχήμα 9: Σχήμα Άσκησης 5.

α) Βρείτε την χρονική σταθερά τ πριν κλείσει ο διακόπτης.

β) Βρείτε την χρονική σταθερά τ αφότου έκλεισε.

γ) Έστω ότι ο διακόπτης κλείνει την χρονική στιγμή $t = 0$. Εκφράστε την ένταση του ρεύματος στον διακόπτη ως συνάρτηση του χρόνου.

Λύση:

α) Προτού κλείσει ο διακόπτης οι δύο αντιστάσεις έχουν σειριακή διάταξη, άρα η χρονική σταθερά είναι

$$\tau = (R_1 + R_2)C = (1.5 \times 10^5\Omega)(10 \times 10^{-6}F) = 1.5 \text{ sec}$$

β) Αφότου κλείσει ο διακόπτης, ο πυκνωτής αποφορτίζει μέσω της αντίστασης R_2, άρα η χρονική σταθερά είναι

$$\tau = (1 \times 10^5 \Omega)(10 \times 10^{-6} F) = 1 \text{ sec}$$

γ) Πριν κλείσει ο διακόπτης το κύκλωμα δεν διατρέχεται από ρεύμα καθώς ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος και η διαφορά δυναμικού στα άκρα του είναι ίση με $\mathcal{E}$. Από την στιγμή που κλείσουμε το διακόπτη, το ρεύμα διατρέχει και δεξιόστροφρα (από την μπαταρία προς την αντίσταση R_1 και από εκεί προς τα κάτω μέσω του διακόπτη) και αριστερόστροφα (από τον πυκνωτή προς τον διακόπτη και από εκεί προς τα κάτω προς την αντίσταση R_2). Άρα το συνολικό ρεύμα που περνάει από τον διακόπτη είναι $I_1 + I_2$. Για τον αριστερό βρόχο έχουμε (δεξιόστροφα)

$$\mathcal{E} - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{10V}{50 \times 10^3 \Omega} = 200\, \mu A$$

ενώ για τον δεξιό βρόχο (αριστερόστροφα)

$$\frac{q}{C} - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{q}{R_2 C} = \frac{\varepsilon}{R_2} e^{-t/(R_2 C)} = \left(\frac{10V}{100 \times 10^3 \Omega} \right) e^{-t/1sec}$$

Άρα η συνολική ένταση του ρεύματος που διατρέχει τον διακόπτη (προς τα κάτω) είναι

$$I_1 + I_2 = 200\, \mu A + \left(\frac{10\, V}{100 \times 10^3\, \Omega} \right) e^{-t/1\, sec}$$