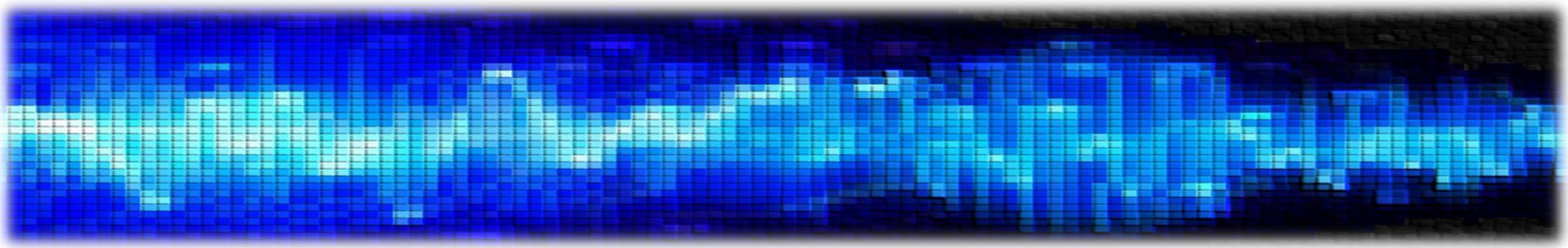
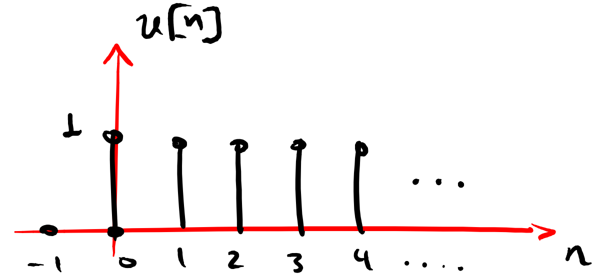
Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

ΔΙΑΛΕΞΗ 8Η



- Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου
- Ιδιότητες

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα:
    - Να βρεθεί ο DTFT του σήματος $x[n] = u[n]$.



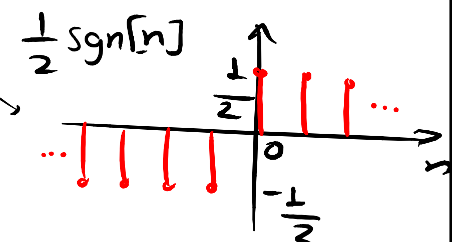
$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u[n] e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{+\infty} (e^{-j\omega})^n$$

sign function

Μπορούμε να γράψουμε ότι $u[n] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]$

$$\mathrm{sgn}[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ -1, & n < 0 \end{cases}$$

Ας βρούμε το DTFT της παρακάτω σχέσης:



$$F\{u[n]\} = F\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]\right\}$$

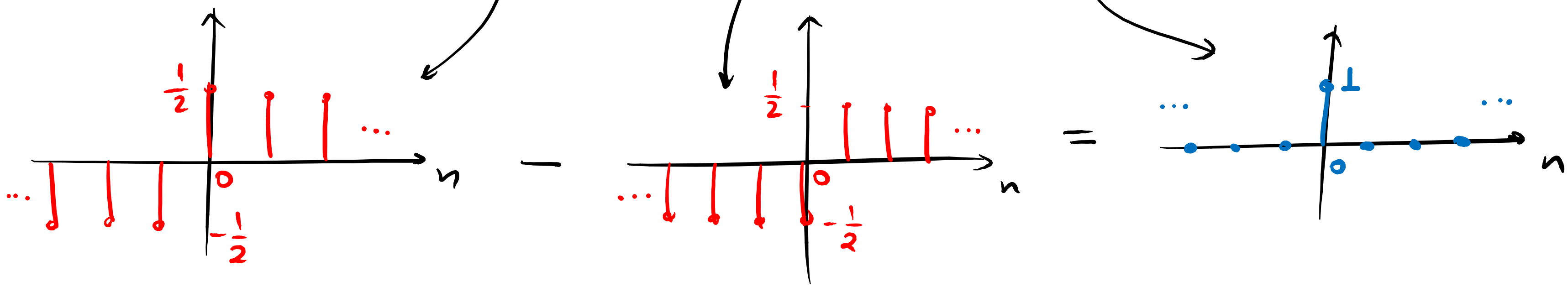
$$= F\left\{\frac{1}{2}\right\} + F\left\{\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]\right\}$$

$$= \pi\delta(\omega) + F\left\{\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]\right\} \quad (1)$$

Άρα πρέπει να βρούμε το $F\left\{\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]\right\}$!

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα:

Παρατηρούμε ότι $\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n] - \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n-1] = \delta[n]$



$$F\left\{\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n] - \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n-1]\right\} = F\{\delta[n]\} = 1$$

$$F\{\underbrace{\tfrac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]}_{w[n]}\} - F\{\underbrace{\tfrac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n-1]}_{w[n-1]}\} = 1$$

$$\underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} w[n]e^{-j\omega n}}_{W(e^{j\omega})} - \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} w[n-1]e^{-j\omega n}}_{e^{-j\omega}W(e^{j\omega})} = 1$$

$$W(e^{j\omega}) - e^{-j\omega}W(e^{j\omega}) = 1$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} w[n-1]e^{-j\omega n}$$

Θέτω $k = n-1 \Rightarrow n = k+1$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} w[k]e^{-j\omega(k+1)} = e^{-j\omega\cdot 1}\underbrace{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} w[k]e^{-j\omega k}}_{W(e^{j\omega})}$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα:

Άρα $W(e^{j\omega})\left[1 - e^{-j\omega}\right] = 1 \Longrightarrow W(e^{j\omega}) = F\left\{\frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}[n]\right\} =$

$= \dfrac{1}{1-e^{-j\omega}}$. (2)

Η (1) $\xRightarrow{(2)}$ $F\{u[n]\} = \pi\delta(\omega) + \dfrac{1}{1-e^{-j\omega}}$.

Οπότε

$$u[n] \xleftrightarrow{F} \pi\delta(\omega) + \frac{1}{1-e^{-j\omega}}$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**

Ζεύγη Μετασχηματισμού Fourier Διακριτού Χρόνου

Ακολουθία	Μετασχ. Fourier
$\delta[n]$	1
$\delta[n-n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$
1	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega+2\pi k)$
$a^n u[n],\ \lvert a\rvert<1$	$\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$
$-a^n u[-n-1],\ \lvert a\rvert>1$	$\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$
$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}}+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\pi\delta(\omega+2\pi k)$
$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}}-\sum_{k=-\infty}^{\infty}\pi\delta(\omega+2\pi k)$
$(n+1)a^n u[n],\ \lvert a\rvert<1$	$\frac{1}{(1-ae^{-j\omega})^2}$
$a^{\lvert n\rvert},\ \lvert a\rvert<1,$	$\frac{1-a^2}{1-2a\cos(\omega)+a^2}$
$\frac{r^n\sin(\omega_c(n+1))}{\sin(\omega_c)}u[n],\ \lvert r\rvert<1$	$\frac{1}{1-2r\cos(\omega_c)e^{-j\omega}+r^2e^{-j2\omega}}$
$\frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$	$X(e^{j\omega})=\begin{cases}1, & \lvert\omega\rvert<\omega_c\\ 0, & \omega_c<\lvert\omega\rvert\le\pi\end{cases}$
$x[n]=\begin{cases}1, & 0\le n\le M\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases}$	$\frac{\sin[\omega\ (M+1)/2]}{\sin(\omega/2)}e^{-j\omega M/2}$
$e^{j\omega_0 n}$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega-\omega_0+2\pi k)$
$\cos(\omega_0 n+\phi)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty}[\pi e^{j\phi}\delta(\omega-\omega_0+2\pi k)+\pi e^{-j\phi}\delta(\omega+\omega_0+2\pi k)]$
$\sin(\omega_0 n+\phi)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty}-j[\pi e^{j\phi}\delta(\omega-\omega_0+2\pi k)-\pi e^{-j\phi}\delta(\omega+\omega_0+2\pi k)]$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**

Ιδιότητες Μετασχηματισμού Fourier Διακριτού Χρόνου

Ιδιότητα	Σήμα	Μετασχ. Fourier
Γραμμικότητα	$ax[n]+by[n]$	$aX(e^{j\omega})+bY(e^{j\omega})$
Μετατόπιση στο χρόνο	$x[n-n_0]$	$e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
Μετατόπιση στη συχνότητα	$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
Αντιστροφή στο χρόνο	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$, ή $X^*(e^{j\omega})$ αν $x[n]$ είναι πραγματικό.
Συζυγία στο χρόνο	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
Παραγώγιση στη συχνότητα	$nx[n]$	$j\dfrac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
$k-$οστή παραγώγιση στη συχνότητα	$(-jn)^k x[n]$	$\dfrac{d^k X(e^{j\omega})}{d\omega^k}$
Συνέλιξη στο χρόνο	$x[n]*y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
Γινόμενο στο χρόνο	$x[n]y[n]$	$\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
Διαφορά στο χρόνο	$x[n]-x[n-1]$	$(1-e^{-j\omega})X(e^{j\omega})$
Άθροισμα στο χρόνο	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\dfrac{1}{1-e^{j\omega}}X(e^{j\omega})$
Συζυγής συμμετρία	$x[n]$ πραγματικό	$\begin{cases} X(e^{j\omega})=X^*(e^{-j\omega}), \\ \Re\{X(e^{j\omega})\}=\Re\{X(e^{-j\omega})\}, \\ \Im\{X(e^{j\omega})\}=-\Im\{X(e^{-j\omega})\}, \\ \lvert X(e^{j\omega})\rvert=\lvert X(e^{-j\omega})\rvert, \\ \phi_x(e^{j\omega})=-\phi_x(e^{-j\omega}) \end{cases}$
Άρτιο σήμα	$x[n]=x[-n]$, πραγματικό	$X(e^{j\omega})\in\Re$ και άρτιο
Περιττό σήμα	$x[n]=-x[-n]$, πραγματικό	$X(e^{j\omega})\in\Im$ και περιττό
Άρτιο μέρος	$x_e[n]=\mathrm{Ev}\{x[n]\}$, πραγματικό	$\Re\{X(e^{j\omega})\}$
Περιττό μέρος	$x_o[n]=\mathrm{Od}\{x[n]\}$, πραγματικό	$j\Im\{X(e^{j\omega})\}$
Θεώρημα Parseval	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\lvert x[n]\rvert^2$	$\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\lvert X(e^{j\omega})\rvert^2 d\omega$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Γραμμικότητα

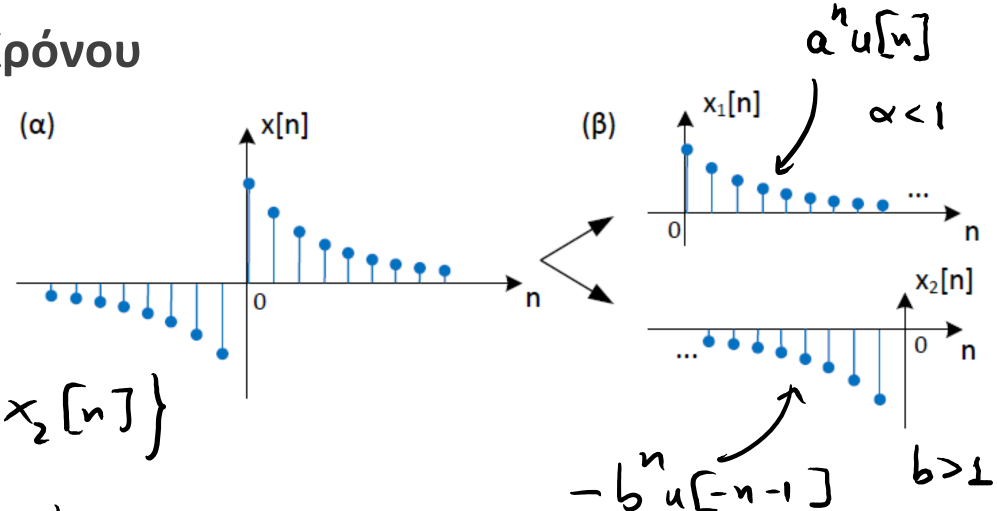
Έστω $w[n] = ax_1[n] + bx_2[n] \longrightarrow W(e^{j\omega}) = ?$

$$W(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} w[n] e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(ax_1[n] + bx_2[n] \right) e^{-j\omega n}$$

$$= \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} ax_1[n] e^{-j\omega n}}_{aX_1(e^{j\omega})} + \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} bx_2[n] e^{-j\omega n}}_{bX_2(e^{j\omega})}$$

$$= aX_1(e^{j\omega}) + bX_2(e^{j\omega})$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Γραμμικότητα
    - ○ Βρείτε το Μετασχ. Fourier του σήματος που φαίνεται στο σχήμα



Έχουμε $X(e^{j\omega}) = F\{x_1[n]\} + F\{x_2[n]\}$

$$= F\{a^n u[n]\} + F\{-b^n u[-n-1]\}$$

$$= \frac{1}{1-ae^{-j\omega}} + \frac{1}{1-be^{-j\omega}}$$

$$= \frac{1-be^{-j\omega}+1-ae^{-j\omega}}{(1-ae^{-j\omega})(1-be^{-j\omega})} = \frac{2-(a+b)e^{-j\omega}}{(1-ae^{-j\omega})(1-be^{-j\omega})}$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Χρονική μετατόπιση

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$y[n] = x[n-n_0] \xleftrightarrow{F} e^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega})$$

Είναι $Y(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[\underbrace{n-n_0}_{k}]\, e^{-j\omega n} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] e^{-j\omega(k+n_0)}$

$$= \underbrace{\left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] e^{-j\omega k}\right)}_{X(e^{j\omega})} e^{-j\omega n_0}$$

$$= X(e^{j\omega}) e^{-j\omega n_0}$$

$$|Y(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})| \cdot \cancel{|e^{-j\omega n_0}|}^{1}$$

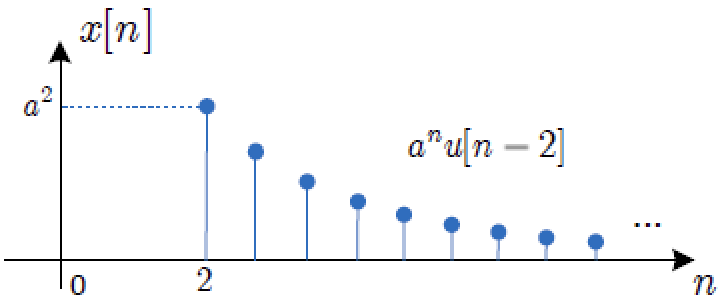
$$= |X(e^{j\omega})|$$

φάσμα πλάτους

$$\varphi_Y(e^{j\omega}) = \varphi_X(e^{j\omega}) - \omega n_0$$

φάσμα φάσης

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Χρονική μετατόπιση
  - ○ Βρείτε το Μετασχ. Fourier του σήματος που φαίνεται στο σχήμα



Ξέραμε ότι $\underset{\substack{\| \\ y[n]}}{a^n u[n]} \xleftrightarrow{F} \underset{\substack{\| \\ Y(e^{j\omega})}}{\dfrac{1}{1-ae^{-j\omega}}}$, $|a|<1$

Είναι $\underline{y[n-2]} = a^{n-2}u[n-2] = a^{-2}\left(a^n u[n-2]\right) = \underline{a^{-2}x[n]}$

$$\Big\updownarrow F$$

$$Y(e^{j\omega})e^{-j2\omega} = a^{-2}X(e^{j\omega})$$

$$\frac{e^{-j2\omega}}{1-ae^{-j\omega}} = a^{-2}X(e^{j\omega})$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{a^2 e^{-j2\omega}}{1-ae^{-j\omega}}.$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Μετατόπιση στη συχνότητα

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$\underbrace{e^{j\omega_0 n}x[n]}_{=\,y[n]} \xleftrightarrow{F} \underbrace{X(e^{j(\omega-\omega_0)})}_{=\,Y(e^{j\omega})}$$

Είναι

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{j\omega_0 n}x[n]e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j(\omega-\omega_0)n}$$

$$= X(e^{j(\omega-\omega_0)}).$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: Μετατόπιση στη συχνότητα
  - Βρείτε τον αντίστροφο μετασχ. Fourier του σήματος $Y(e^{j\omega}) = X(e^{j(\omega-\pi)})$ αν

$$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| < \pi \end{cases} \xleftrightarrow{F^{-1}} x[n] = \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$$

Ζητάμε το $y[n] \xleftrightarrow{F} Y(e^{j\omega}) = X(e^{j(\omega-\overset{\uparrow}{\underset{\omega_0}{\pi}})}) \xleftrightarrow{F} e^{j\pi n} x[n]$

Ιδιότητα μετατόπισης στη συχνότητα:

$$y[n] = e^{j\pi n} x[n] = (e^{j\pi})^n x[n] = (-1)^n x[n]$$

Ξέραμε ότι $x[n] = \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$, άρα:

$$y[n] = (-1)^n \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}.$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: στάθμιση στο χρόνο

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$y[n] = x[kn], \; k \in Q \xleftrightarrow{F} Y(e^{j\omega}) = X\left(e^{j\frac{\omega}{k}}\right)$$

Δείτε την απόδειξη στις σημειώσεις.

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: στάθμιση στο χρόνο
  - Βρείτε το μετασχ. Fourier του σήματος $x\left[\frac{n}{2}\right]$, αν $x[n] = a^n u[n], \quad |a| < 1$

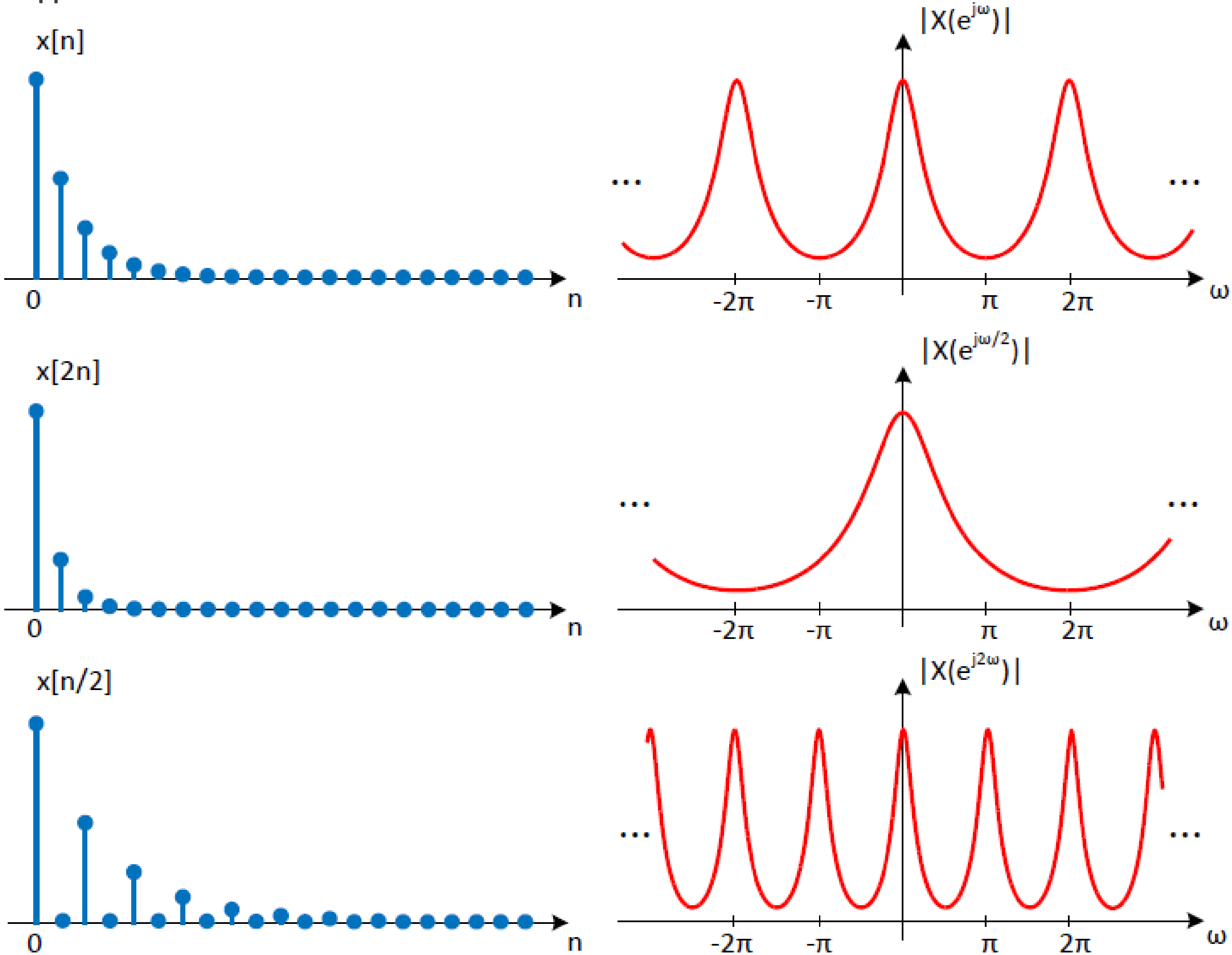
Είναι

$$x\left[\frac{n}{2}\right] = \begin{cases} a^{\frac{n}{2}} u\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ άρτιος} \\ 0, & n \text{ περιττός} \end{cases} \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - a e^{-j2\omega}}$$

$$Y(e^{j\omega}) = F\left\{x\left[\frac{n}{2}\right]\right\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x\left[\frac{n}{2}\right] e^{-j\omega n} = \sum_{\substack{n=0 \\ n \text{ άρτιος}}}^{+\infty} a^{\frac{n}{2}} \cdot 1 \cdot e^{-j\omega n} \quad \left(\text{θέτω } k = \frac{n}{2}\right)$$

$$= \sum_{k=0}^{+\infty} a^k e^{-j\omega 2k} = \sum_{k=0}^{+\infty} \left(a e^{-j2\omega}\right)^k = \frac{1}{1 - a e^{-j2\omega}}.$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα:



- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: συνέλιξη στο χρόνο

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$y[n] \xleftrightarrow{F} Y(e^{j\omega})$$

$$x[n] * y[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega}) \cdot Y(e^{j\omega})$$

Απόδειξη στις σημειώσεις

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: συνέλιξη στο χρόνο

Υπολογίστε τη συνέλιξη $a^n u[n] * b^n u[n]$, $|a|<1$, $|b|<1$.

Μπορείτε να δείξετε ότι $c_{ab}[n] = b^n \dfrac{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}}{1-\frac{a}{b}} u[n]$.

Έχουμε:

$$x[n]: \; a^n u[n],\ |a|<1 \xleftrightarrow{F} \underbrace{\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}}_{X(e^{j\omega})}$$

$$y[n]: \; b^n u[n],\ |b|<1 \xleftrightarrow{F} \underbrace{\frac{1}{1-be^{-j\omega}}}_{Y(e^{j\omega})}$$

$$\Rightarrow C_{ab}(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{(1-ae^{-j\omega})(1-be^{-j\omega})}$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: συνέλιξη στο χρόνο

Θέτω $u = e^{-j\omega}$, οπότε $C_{ab}(u) = \dfrac{1}{(1-au)(1-bu)}$

$$= \frac{A}{1-au} + \frac{B}{1-bu} \quad (1)$$

$$A = C_{ab}(u)(1-au)\Big]_{u=\frac{1}{a}} = \frac{(1-\cancel{au})}{(1-\cancel{au})(1-bu)}\Big]_{u=\frac{1}{a}} = \frac{1}{1-bu}\Big]_{u=\frac{1}{a}} = \frac{1}{1-\frac{b}{a}}$$

$$B = C_{ab}(u)(1-bu)\Big]_{u=\frac{1}{b}} = \frac{(1-\cancel{bu})}{(1-au)(1-\cancel{bu})}\Big]_{u=\frac{1}{b}} = \frac{1}{1-au}\Big]_{u=\frac{1}{b}} = \frac{1}{1-\frac{a}{b}}$$

Άρα

$$C_{ab}(e^{j\omega}) \overset{(1)}{=} \frac{1}{1-\frac{b}{a}} \cdot \frac{1}{1-ae^{-j\omega}} + \frac{1}{1-\frac{a}{b}} \cdot \frac{1}{1-be^{-j\omega}} \xleftrightarrow{F^{-1}}$$

$$\xleftrightarrow{F^{-1}} \quad c_{ab}[n] = \frac{1}{1-\frac{b}{a}} a^n u[n] + \frac{1}{1-\frac{a}{b}} b^n u[n]$$

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**
  - Παραδείγματα: θεώρημα Parseval

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega = E_x$$

Έστω $x[n] = \delta[n] \sim E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta^2[n] = 1^2 = 1$ ✓

Ξέρουμε ότι $X(e^{j\omega}) = 1 \ \forall \omega$

Άρα

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 1^2 d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \omega\Big]_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{2\pi}(\pi+\pi) = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$ ✓

- **Μετασχηματισμός Fourier Διακριτού Χρόνου**

  - Ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει από τις ιδιότητες του DTFT είναι:

$$
\begin{tikzcd}
x[n] \arrow[r, "*"] \arrow[d, leftrightarrow, "F"'] & y[n] \arrow[r, "="] \arrow[d, leftrightarrow, "F"] & c[n] \arrow[d, leftrightarrow, "F"] \\
X(e^{j\omega}) \arrow[r, "\bullet"] & Y(e^{j\omega}) \arrow[r, "="] & C(e^{j\omega})
\end{tikzcd}
$$

  - Αυτή η διαδικασία θα έχει πολύ μεγάλη χρησιμότητα στη μελέτη των συστημάτων που θα ακολουθήσει

- Έχουμε πλέον στη διάθεσή μας ένα εργαλείο μελέτης σημάτων στο χώρο της συχνότητας

- Γνωρίζουμε μια «εικόνα» των συστημάτων στο χώρο της συχνότητας
    - Η περίφημη απόκριση σε συχνότητα $H(e^{j\omega})$

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$\updownarrow$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$$

- Θα πρέπει ήδη να έχετε καταλάβει ότι η απόκριση σε συχνότητα δεν είναι κάτι περισσότερο από το μετασχ. Fourier της κρουστικής απόκρισης του συστήματος. Θυμηθείτε:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]e^{-j\omega n}$$

- **ΓΧΑ Συστήματα στο Χώρο της Συχνότητας**

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$\updownarrow$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$$

  - Ας αναλύσουμε την έξοδο:

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$$

$$|Y(e^{j\omega})|e^{j\varphi_Y(e^{j\omega})} = |X(e^{j\omega})||H(e^{j\omega})|e^{j(\varphi_X(e^{j\omega})+\varphi_H(e^{j\omega}))}$$

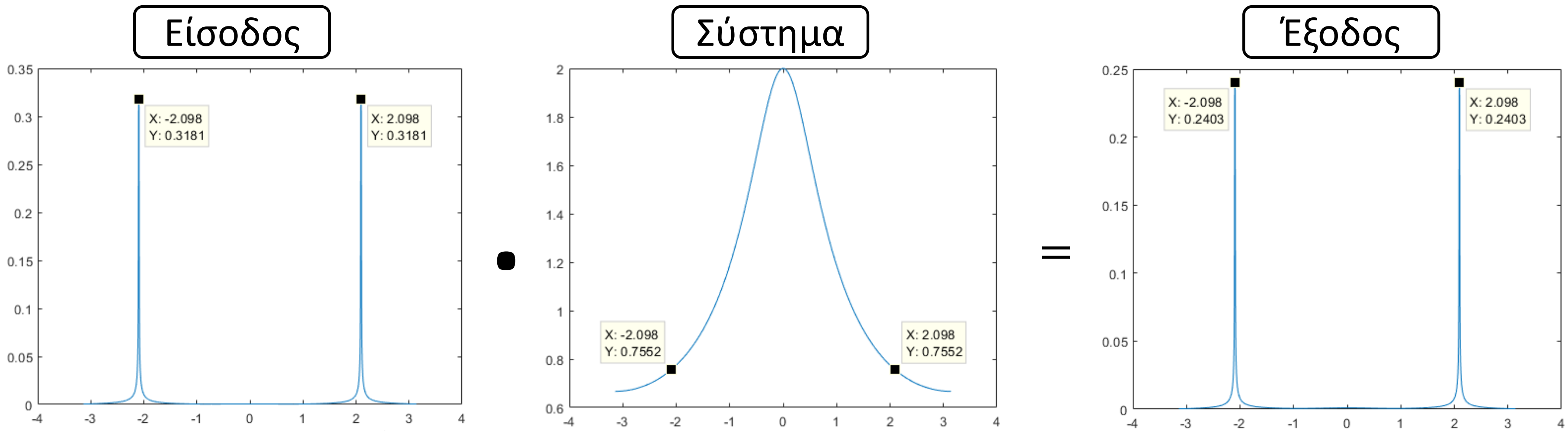
  - Οπότε

$$|Y(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})||H(e^{j\omega})|$$
$$\varphi_Y(e^{j\omega}) = \varphi_X(e^{j\omega}) + \varphi_H(e^{j\omega})$$

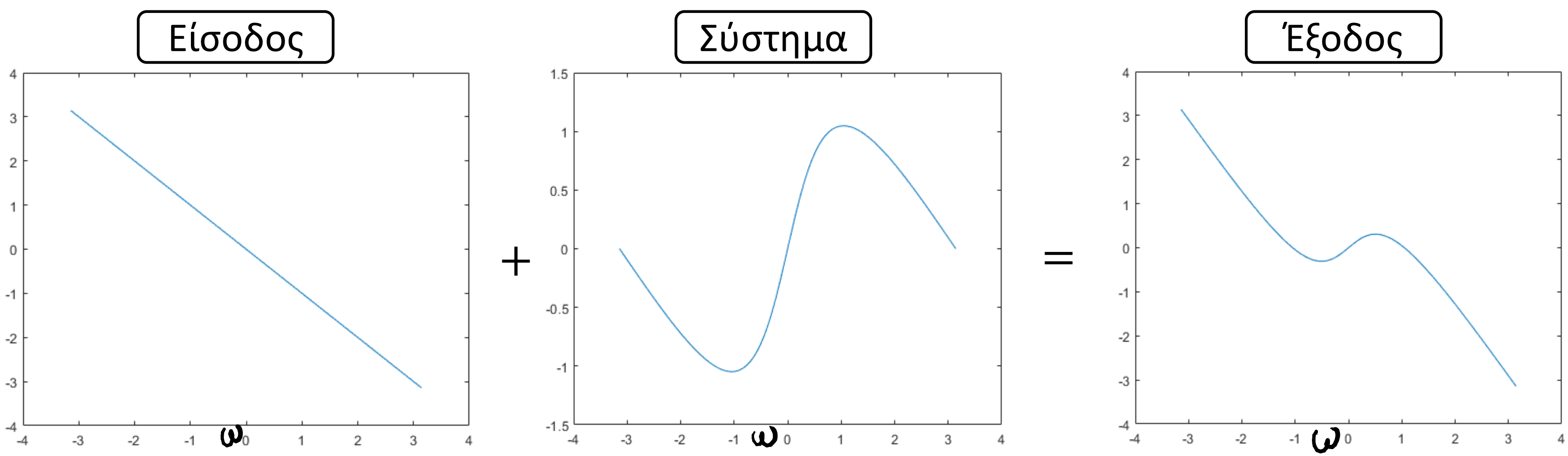
  - Άρα

1. Η απόκριση πλάτους $|H(e^{j\omega})|$ δρα πολλαπλασιαστικά στο φάσμα πλάτους της εισόδου
2. Η απόκριση φάσης $\varphi_H(e^{j\omega})$ δρα αθροιστικά στο φάσμα φάσης της εισόδου

- **ΓΧΑ Συστήματα στο Χώρο της Συχνότητας**
  - Ας δούμε ένα εποπτικό παράδειγμα
    - Κατά πλάτος



- Κατά φάση



Συνεχίζεται... ☺