Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς - ΗΥ215

5η σειρά ασκήσεων

Α) Δεδομένου ότι για την ετεροσυσχέτιση $\phi_{xy}(\tau)$ δύο μιγαδικών σημάτων, $x(t)$ και $y(t)$, και το μετασχηματισμό Fourier αυτής, ισχύει ότι:

$$\phi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t)y(t+\tau)dt \Rightarrow \Phi_{xy}(f) = X^*(f)Y(f)$$

ζητούνται τα εξής:

1. η αυτοσυσχέτιση του $x(t) = A.rect(\frac{t}{T})$
2. να βρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier της αυτοσυσχέτισης
3. να επαληθευτεί ότι $\Phi_x(f) = |X(f)|^2$

Β) Είναι γνωστό ότι για την συνέλιξη $c_{xy}(\tau)$ δύο μιγαδικών σημάτων, $x(t)$ και $y(t)$, και το μετασχηματισμό Fourier αυτής, ισχύει ότι:

$$c_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(-t+\tau)dt \Rightarrow C_{xy}(f) = X(f)Y(f)$$

Επίσης είναι δεδομένο ότι:

$$\phi_{xy}(\tau) = x^*(-\tau) * y(\tau)$$

Ζητούνται τα εξής:

1. να υπολογιστεί η συνέλιξη του $x(t) = A.rect(\frac{t}{T})$ με τον εαυτό του
2. τι σχέση έχει με το $\phi_{xy}(\tau)$ της προηγούμενης άσκησης; Γιατί;

Γ1) Να υπολογιστεί η ετεροσυσχέτιση των σημάτων:

$x(t) = A.rect(\frac{t-2}{T})$

$y(t) = A.rect(\frac{t+1}{T})$ όπου $T < 1$.

Γ2) Πού βρίσκεται το μέγιστο της ετεροσυσχέτισης; Τι νόημα έχει αυτή η θέση;

Δ) Αν $\phi_{xy}(\tau) \leftrightarrow X^*(f)Y(f)$, τι μετασχηματισμό Fourier έχει το $\phi_{xy}(-\tau)$;
Δείξτε το παραπάνω :

1. χρησιμοποιώντας τον ορισμό του μετασχηματισμού Fourier
2. χρησιμοποιώντας ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier

Ε) Να υπολογιστεί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος: